

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/284167646>

الباب الثامن - نظرية الإلكترون الحر فى الفلزات-8

Data · November 2015

CITATIONS

0

READS

5,825

1 author:



Yosry Moustafa

Umm Al-Qura University & Mansoura University

110 PUBLICATIONS 916 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



كتاب الفيزياء العامة لغير المتخصصين وطلاب قسم التربية الخاصة [View project](#)



كتاب الاحصاء فى المجال الكيميائي والبيئي [View project](#)

الباب الثامن
نظرية الإلكترون الحر في الفلزات

**Free Electron Theory
in Metals**



الباب الثامن

نظرية الإلكترون الحر فى الفلزات

Free Electron Theory in Metals

المحتوى

1-8 مقدمة.

2-8 منشأ إلكترونات التوصيل.

3-8 النموذج التقليدي لغاز الإلكترونات الحرة.

4-8 التوصيلية الكهربائية للفلزات طبقاً للنموذج التقليدي.

5-8 اعتماد التوصيلية الكهربائية على درجة الحرارة.

6-8 السعة الحرارية طبقاً لنموذج غاز الإلكترونات الحرة.

7-8 سطح فيرمى.

8-8 تأثير سطح فيرمى على التوصيلية الكهربائية.

9-8 التوصيلية الحرارية فى المعادن.

10-8 حركة الإلكترونات فى المجال المغناطيسي.

11-8 التوصيلية الكهربائية المترددة والخصائص الضوئية.

12-8 الانبعاث الأيونى الحرارى.

13-8 فشل نموذج الإلكترون الحر

الأهداف

بعد استكمال دراسة هذا الباب يجب أن يكون الدارس قادراً على:-

- ⊗ شرح مفهوم منشأ إلكترونات التوصيل في الفلزات وكيفية حساب عددها.
- ⊗ الإلمام بفروض ومناقشة النموذج التقليدي لغاز الإلكترونات الحرة.
- ⊗ استنتاج الصيغة الرياضية التي تصف التوصيلية الكهربائية للفلزات طبقاً للنموذج التقليدي لغاز الإلكترونات الحرة.
- ⊗ مناقشة اعتماد التوصيلية الكهربائية للفلز على كل من تركيز الإلكترونات وسرعة تحركها وزمن الاسترخاء وحساب كثافة التيار.
- ⊗ مناقشة اعتماد التوصيلية الكهربائية للفلز على كل من تركيز الإلكترونات والكتلة الفعالة للإلكترون .
- ⊗ تعريف زمن الاسترخاء وتأثيره في تفسير التباين الكبير في قيم التوصيلية الكهربائية للمعادن والمواد شبه الموصلة.
- ⊗ مناقشة اعتماد التوصيلية الكهربائية للفلز على درجة الحرارة بدلالة تشتت إلكترونات التوصيل.
- ⊗ حساب السعة الحرارية على ضوء نموذج درودي ولورنتز ومناقشة اعتمادها على درجة الحرارة.
- ⊗ تعريف درجة حرارة- وسطح- فيرمي واستنتاج الصيغة الرياضية التي تصف طاقة فيرمي ومناقشة تأثير سطح فيرمي على التوصيلية الكهربائية.
- ⊗ شرح كيفية حدوث عملية التوصيل الحراري في المعادن وحسابه بطريقة كمية.
- ⊗ دراسة بعض الأمثلة لحركة الإلكترونات في المجال المغناطيسي مثل تأثير هول ورنين السيكلوترون.
- ⊗ مناقشة التوصيلية الكهربائية المترددة وارتباطها بالخصائص الضوئية للمعادن وذلك بدلالة ثابت العزل الكهربائي ومعامل الانكسار.
- ⊗ دراسة ومناقشة الانبعاث الأيوني الحراري.

8-1 مقدمة

تتميز الفلزات بخصائص فيزيائية عديدة تجعلها على رأس قائمة المواد التي تفتتح حياتنا اليومية نظرا لأهميتها التكنولوجية. من هذه الخصائص تمتعها بصلابة وكثافة عالية بالإضافة إلى توصيلها للحرارة ولل كهرباء بشكل جيد وتميزها بدرجة لمعان تجعلها قادرة على عكس الضوء. يعتبر تفسير منشأ هذه الخصائص الفيزيائية من الأهمية البالغة لكل من يهتم باستخدام هذه المواد في التطبيقات العملية. كما سنرى في هذا الباب، أن تميز الفلزات بالخصائص الفيزيائية يرجع إلى تمتعها بتركيب ذري وبلوري يجعلها غنية بتركيز عالي من الإلكترونات الحرة والتي تعتبر أساس مناقشة مختلف معظم الخصائص الفيزيائية.

سنناقش في هذا الباب، نموذج الإلكترونات الحرة الذي يفترض أن الإلكترونات تكون ضعيفة الارتباط بذراتها وتتحرك داخل الفلز بحرية دون التأثر بوجود ذرات المادة ولا تتفاعل مع أيونات البلورة. بعد ذلك سنصف كيف تحمل الإلكترونات الحرة التيار الكهربائي عند تطبيق مجال خارجي، ثم نتطرق إلى مشاركة الإلكترونات في حساب الحرارة النوعية. يقدم هذا المدخل مفاهيم مهمة لمستوى وسطح فيرمي واللذين سوف يستخدمان في تنقيح طريقة وصف ومعالجة التوصيل الكهربائي والحراري في الفلزات. سوف نناقش أيضا، تأثير المجال المغناطيسي على حركة الإلكترونات الحرة ونبين على وجه الخصوص كيف يمكن استخدام رنين السيكلوترون (cyclotron resonance) وقياس

تأثير هول (Hall's effect) فى الحصول على معلومات أساسية عن الفلزات.

ونظراً لوجود بعض الخصائص الشيقة التى تصاحب الفلزات عند دراستها فى مدى التردد الضوئى، فإننا سنناقش بالتفصيل ارتباط التوصيلية الكهربائية المترددة ببعض الخصائص الضوئية وسنبين كيف استطاع نموذج الإلكترونات الحرة من تفسير معظم هذه الخصائص. سنناقش أيضاً، ظاهرة الانبعاث الأيونى الحرارى للإلكترونات من الفلزات وأخيراً، سنقدم نقد لنموذج الإلكترونات الحرة وسنبين أوجه قصوره.

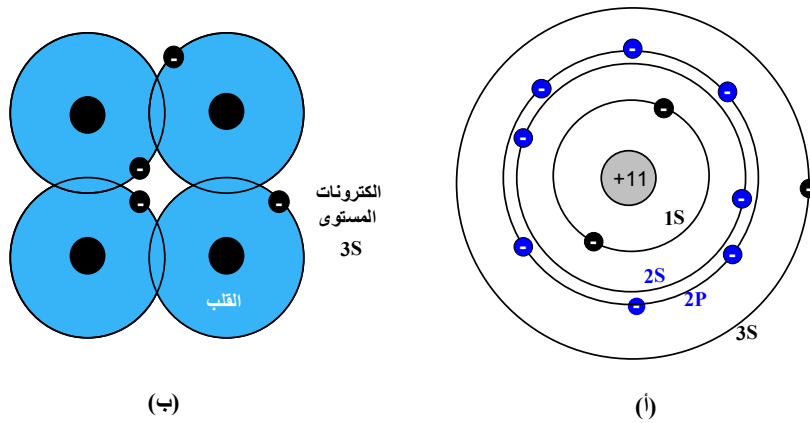
ORIGIN OF CONDUCTION ELECTRONS

2-8 منشأ إلكترونات التوصيل

إلكترونات التوصيل هي عبارة عن إلكترونات التكافؤ فى الفلزات البسيطة. على سبيل المثال، تحتوى ذرة الصوديوم ($_{11}\text{Na}^{23}$) على 11 إلكترون تتوزع حول النواة فى مستويات الطاقة على النحو $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ ، كما يبين الشكل 1-8 (أ)، وبالتالي يحتوى المدار الأخير (3s) على إلكترون واحد يسمى إلكترون التكافؤ.

عندما تتقارب ذرات الصوديوم لتكوين بلورة أحادية فإن مدارات إلكترونات التكافؤ (3s فى هذه الحالة) فى الذرات المختلفة تتداخل، كما هو مبين بالشكل 1-8 (ب) وتصبح إلكترونات التكافؤ أكثر حرية وتتحرك داخل البلورة وكأنها لا تتبع ذرة بعينها وبالتالي يمكن اعتبارها إلكترونات حرة. فى هذه الحالة، يمكن تخيل أن كل ذرة صوديوم تظهر على شكل جزئين: الجزء الأول هو القلب الداخلى للذرة ويحتوى النواة بالإضافة إلى 10 إلكترونات موجودة فى المدارات الثلاثة الأولى ($1s^2 2s^2 2p^6$) والثاني عبارة عن

الإلكترون الحر الموجود في المدار الأخير (3S) (أو بالأحرى الذي يتحرك بحرية داخل البلورة). مما سبق يمكن القول بأن الإلكترونات الحرة لا تتبع ذرة بعينها بل تتبع البلورة ككل حيث يمكنها أن تتحرك داخل البلورة وتحمل التيار الكهربائي، في حين تكون إلكترونات قلب الذرة مقيدة في مكانها داخل الذرة ولا تكون حرة.



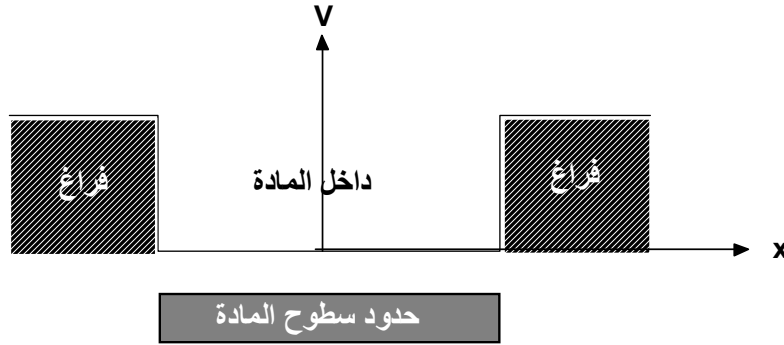
الشكل 1-8

يمكن حساب عدد الإلكترونات الحرة، فمثلا في بلورة الصوديوم الأحادية التكافؤ (وبالمثل في Li، Ag، K، ...) التي تحتوي على عدد N من الذرات فإنها تحتوي أيضا على عدد N من الإلكترونات الحرة التي تقوم بعملية حمل الشحنة الكهربائية داخل البلورة عند التأثير عليها بمجال كهربائي خارجي. بينما في بلورات الفلزات ثنائية التكافؤ (مثل Mg، Cd، Zn...) فإن عدد الإلكترونات الحرة يكون ضعف العدد السابق أي يكون $2N$ وفي البلورة الثلاثية التكافؤ يكون العدد 3 أمثاله في البلورة الأحادية وهكذا. بشكل عام، يمكن حساب عدد الإلكترونات الحرة في وحدة الحجم بالعلاقة، $\nu \frac{\rho N_A}{M}$ ، حيث ν تكافؤ الفلز، ρ كثافة المادة، N_A عدد أفوجادرو و M الجزيء الجرامى.

3-8 النموذج التقليدي لغاز الإلكترنات الحرة

THE CLASSICAL MODEL OF FREE-ELECTRON GAS

نموذج غاز الإلكترنات الحرة هو نموذج ظهر فى القرن التاسع عشر لتصور شكل إلكترنات التوصيل فى مادة الفلز. فى هذا النموذج يمكن تخيل أن إلكترنات التوصيل حرة تماما (مثل جزيئات الغاز) ماعدا وجود جهد على السطح الذى بدوره يقوم بحصر الإلكترنات داخل حدود العينة ولا تستطيع تجاوز سطوح المادة، كما هو مبين بالشكل 2-8. طبقا لهذا النموذج، فإن إلكترنات التوصيل تتحرك داخل العينة بدون تصادمات، ماعدا الانعكاس العرضي عند السطح، تماما كما فى حالة جزيئات الغاز المثالي، لذلك نطلق على إلكترنات التوصيل غاز الإلكترنات الحرة.

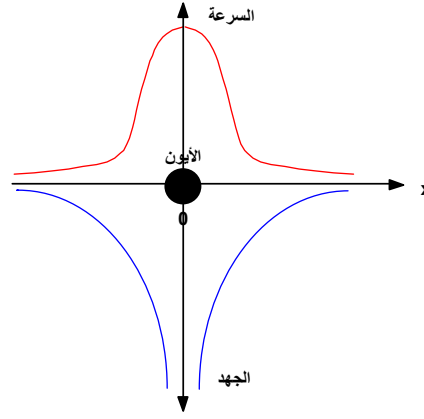


الشكل 2-8 مخطط الجهد فى نموذج غاز الإلكترن الحر

الآن سنناقش بشئ من التفصيل نموذج الإلكترن الحر. من المدهش أن هذا النموذج يجب أن يصلح فى كل الحالات بالرغم من أننا ومن الوهلة الأولى نتوقع تفاعل إلكترنات التوصيل بعضها مع بعض وتفاعلها أيضا مع الأيونات فى الخلفية. يكون هذا التفاعل قويا، لذلك تعاني الإلكترنات الخارجية من التصادمات بصفة مستمرة لذا يجب

الأخذ في الاعتبار تصور الغاز على انه غير مثالي بدرجة كبيرة. وهنا يبرز التساؤل التالي، إذا كان الأمر كذلك، فلماذا يصلح حينئذ نموذج غاز الإلكترون الحر؟ كانت الإجابة على هذا التساؤل الأساسي غير معروفة للعلماء الأوائل الذين افترضوا هذا النموذج. أما الآن فنحن نعرف الإجابة، ولكن حيث إنها تحتاج استخدام بعض مفاهيم ميكانيكا الكم فمن الأفضل تأجيل مناقشتها إلى الباب التالي (الجزء الثاني) وسنقدم هنا بيانًا موجزًا مختصرًا.

السبب في أن التفاعلات بين الأيونات تبدو ضعيفة سيوضح فيما يلي. بالرغم من أن الإلكترون يتفاعل مع الأيون من خلال الجذب الكولومي، إلا أن التأثيرات الكمية تدخل جهداً تنافرياً إضافياً يحاول إلغاء الجذب الكولومي، الأمر الذي معه يكون الجهد الكلي الناتج والذي يعرف بالجهد-الزائف (pseudopotential) ضعيفاً وخاصة في حالة المعادن القلوية. الطريقة الأخرى لتوضيح ذلك وهي ملاحظة أنه، عندما يمر إلكترون بأيون فإن سرعته تتزايد بشكل فجائي في المنطقة المجاورة للأيون، نتيجة التناقص في الجهد، كما هو موضح في الشكل 8-3. لهذا السبب، فإن الإلكترون يقضى جزءاً صغيراً من الوقت بالقرب من الأيون، حيث يكون الجهد قوياً بينما يقضى معظم الوقت حيث يكون الجهد ضعيفاً وبذلك يتصرف الإلكترون كما لو كان حراً. هذا بالإضافة إلى أنه، عندما يكون الإلكترون بعيداً جداً عن الأيون فإنه يكون محجوباً عنه بواسطة تأثير الإلكترونات الأخرى والتي يمكن القول بأنها تكون قناعاً يحجب الإلكترون عن النواة.



الشكل 3-8 تغير السرعة الموضعية للإلكترون فى الفراغ.

نأتى الآن إلى تفاعل الإلكترونات فيما بينها والى أسباب أن هذا التفاعل يكون ضعيفا. فى الحقيقة، يوجد سببين لذلك: السبب الأول هو انه طبقا لمبدأ باولى للاستبعاد فإن الإلكترونات التى لها لف مغزلي متوازي تميل إلى البقاء بعيدة بعضها عن بعض. ثانيا، وحتى لو كان اللف المغزلي فى اتجاه مضاد فإن الإلكترونات تميل إلى البقاء بعيدة بعضها عن بعض لكي تقلل طاقة النظام. عندما يصبح الإلكترونين متقاربين جدا فإن طاقة الوضع الكولومى تصبح كبيرة جدا وهذا ينتهك ميل النظام الإلكتروني بأن يكون له أقل طاقة ممكنة. عند تنفيذ هذين الاعتبارين رياضيا تنتج الحالة التالية. يحاط كل إلكترون بمنطقة كروية تكون خالية من الإلكترونات الأخرى وتسمى الفجوة وأحيانا تسمى بفجوة فيرمى (Fermi hole) ويكون لها نصف قطر حوالي 1Å . عندما يتحرك الإلكترون فإن فجوته تتحرك معه. الآن، نرى لماذا يكون التفاعل فيما بين الإلكترونات ضعيفا. إذا قمنا بفحص التفاعل بين إلكترونين معينين فإننا نجد أن الإلكترونات الأخرى تقوم بتوزيع نفسها بالشكل الذى معه يكون الإلكترونان قيد الفحص محجوبين أحدهما عن الآخر، وبالتالي فإن التفاعل بينهما يكون ضعيفا جدا.

يختلف غاز الإلكترون الحر في الفلزات عن الغاز العادي في بعض النواحي المهمة: أولاً، يكون غاز الإلكترون الحر مشحوناً على خلاف الغاز العادي (الذي يكون عبارة عن جزيئات متعادلة). في الحقيقة، يمكن تشبيه غاز الإلكترونات الحر بالبلازما (plasma). ثانياً، يكون تركيز الإلكترونات في الفلزات كبيراً جداً، $N \cong 10^{29}$ electron/cm³، بينما يكون الغاز العادي في حدود $N \cong 10^{25}$ electron/cm³، وبمقارنة حجم عدد الإلكترونات (أو الجزيئات) مع حجم البلورة (أو الإناء في حالة الغاز العادي) نجد أنه يمكن إهمال حجم الإلكترونات. أخيراً يمكن تلخيص أهم فروض نموذج غاز الإلكترونات الحرة التقليدي في الفلزات على النحو التالي: 1- يشبه غاز الإلكترونات الحرة الغاز العادي في كثير من الأوجه منها: أنه يمكن إهمال حجم مكوناته (حجم الإلكترونات) مقارنة بالحجم الكلي الذي يشغله الغاز، ويمكن إهمال القوى المتبادلة بين الإلكترونات الحرة. 2- يمكن وصف حركة كل جسيم (كل إلكترون) بالإحداثيات ومركبات السرعة. 3- يكون الغاز الإلكتروني في حالة اتزان حراري مع الشبكة البلورية.

مما سبق يمكننا أن نخلص بأنه طبقاً لنظرية غاز الإلكترونات الحرة، يمكننا أن نتخيل أن الفلز كما لو يتكون من أيونات موجبة موزعة بشكل هلامي منتظم وتسبح في بحر من الشحنات السالبة وبذلك لا يوجد تفاعل بين الإلكترونات والأيونات.

4-8 التوصيلية الكهربائية للفلزات طبقاً للنموذج التقليدي

Electrical Conductivity of Metals According to the Classical Model

نجحت نظرية غاز الإلكترونات الحرة في تفسير العديد من الظواهر الفيزيائية وعلى رأسها قانون أوم (Ohm's law) للتوصيل الكهربائي في الفلزات. ينص هذا القانون على أنه " عند تطبيق فرق جهد كهربائي، V ، على سلك معدني فإن فرق الجهد يسبب مرور تيار كهربائي، I ، داخل السلك طبقاً للعلاقة،

$$I = \frac{1}{R}V \quad 1-8$$

حيث R المقاومة الكهربائية للسلك. وعند أخذ أبعاد السلك في الاعتبار (الطول، مساحة المقطع)، كما هو موضح بالشكل 4-8، يمكن الحصول على كثافة التيار الكهربائي، المجال الكهربائي والمقاومة الكهربائية على النحو التالي،

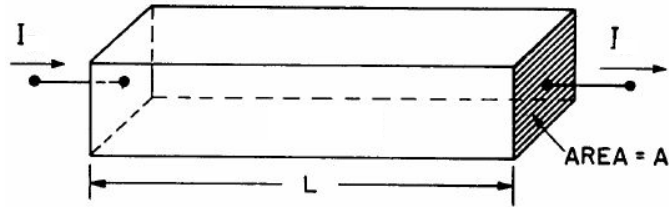
$$J = \frac{I}{A} \quad \& \quad E = \frac{V}{L} \quad \& \quad R = \frac{L\rho}{A} \quad 2-8$$

حيث J كثافة التيار الكهربائي و E شدة المجال الكهربائي و R المقاومة الكهربائية و ρ المقاومة النوعية لمادة السلك. تعرف التوصيلية النوعية، σ ، بأنها مقلوب المقاومة النوعية، ρ ، بمعنى أن،

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad 3-8$$

بالتعويض من المعادلات 2-8 و 3-8 في المعادلة 1-8 نحصل على،

$$j = \sigma E \quad 4-8$$



الشكل 4-8

تبين المعادلة 4-8 أن كثافة التيار في الموصل تتناسب مع شدة المجال الكهربى المتكون عبر الموصل وهذا أيضا هو شكل من أشكال قانون أوم. يكون ثابت التناسب فى المعادلة 4-8 هو عبارة عن التوصيلية النوعية، σ ، وهى كمية فيزيائية تصف الخصائص الكهربائية للمادة وفيما يلى يمكن إثبات أنها ترتبط بالكترونات التوصيل فى الفلز.

ينتج التيار الكهربى من حركة إلكترونات التوصيل تحت تأثير المجال الكهربى نظرا لأن الإلكترونات عبارة عن جسيمات مشحونة. فى الفلز تكون إلكترونات التوصيل هي المسئولة عن التوصيل لان الأيونات تكون مقيدة مع نقط الشبكة وتهتز حول مواضع اتزانها.

لمناقشة حركة إلكترونات التوصيل فى المجال الكهربى سنعتبر فيما يلى حركة إلكترون واحد. عندما يتحرك الإلكترون فى مجال كهربى شدته E فإنه يتتأثر بقوة مقدارها $-eE$ ، حيث $-e$ شحنة الإلكترون. ونظرا لتصادمات الإلكترون مع مكونات الوسط، فإنه توجد قوة احتكاك مقدارها $-m^* \frac{v}{\tau}$ ، حيث v سرعة الإلكترون و τ زمن التصادم و m^* هي الكتلة الفعالة للإلكترون. باستخدام قانون نيوتن نحصل على،

$$m^* \frac{dv}{dt} = -eE - m^* \frac{v}{\tau}$$

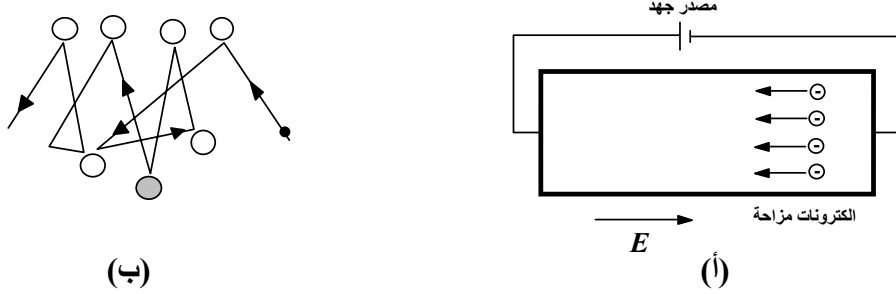
نرى أن تأثير التصادم في صورة الاحتكاك أو قوة اللزوجة يميل إلى تخفيض السرعة إلى قيمة الصفر. سنهتم فقط بحل المعادلة السابقة في حالة الاستقرار (حالة الثبات)، أي أن $\frac{dv}{dt} = 0$. في هذه الحالة، يكون الحل المناسب للمعادلة 5-8 على الصورة الآتية،

$$v = -\frac{e\tau}{m^*} E. \quad 6-8$$

تسمى هذه السرعة بسرعة الإلكترون في حالة الاستقرار، وفيما يتعلق بالاحتكاك تسمى عادة بالسرعة النهائية وتكون في عكس اتجاه المجال نظرا للشحنة السالبة على الإلكترون.

يجب أن نفرق بين نوعين من السرعة يصاحبان الإلكترون. السرعة التي تظهر في المعادلة 6-8 تسمى السرعة الإزاحية أو الإنجرافية (drift velocity). تتراكب هذه السرعة على سرعة أخرى أكبر بكثير وتعرف بالسرعة العشوائية (random velocity) وتنتج عن الحركة العشوائية للإلكترون. تماما كما في حالة الغاز العادي فإن للإلكترونات حركة عشوائية حتى في غياب المجال الخارجي وتكون ناتجة عن حقيقة أن الإلكترونات تتحرك وتتصادم ويتغير اتجاهها. توجد أيضا، الحركة العشوائية، والتي تكون مسئولة عن غياب التيار، في وجود المجال ولكن في الحالة الراهنة توجد محصلة سرعة إضافية في اتجاه عكس اتجاه المجال وتعطى بالمعادلة 6-8. يبين الشكل 5-8 الفرق بين السرعة العشوائية والسرعة الإزاحية. سنرمز إلى السرعة العشوائية بالرمز v_r والسرعة الإزاحية

بالرمز v_d ، حيث $v_d \ll v_r$ ، كما سيتضح لاحقا.



الشكل 5-8 (أ) تطبيق مجال كهربائي على سلك معدني بواسطة مصدر جهد. (ب) بيان للسرعة العشوائية والسرعة الإزاحية للإلكترونات، حيث تمثل الدوائر مراكز تشتت.

يمكن حساب كثافة التيار، J ، من المعادلة 6-8. بما أن الشحنة هي $(-Ne)$ لكل وحدة حجم وحيث أن السرعة الإزاحية للإلكترون تعطى بالمعادلة 6-8، فإن كمية الشحنة التي تعبر وحدة المساحة من المقطع في وحدة الزمن تعطى بالعلاقة،

$$J = (-Ne)v_d = (-Ne)\left(-\frac{e\tau}{m^*} E\right) = \frac{Ne^2\tau}{m^*} E. \quad 7-8$$

يكون التيار موازيا للمجال الكهربائي. بمقارنة المعادلة الأخيرة مع قانون أوم (4-8) يمكن الحصول على التعبير الآتي للتوصيلية الكهربائية الذي نبحث عنه.

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m^*}. \quad 8-8$$

يتضح من هذه المعادلة أن التوصيلية تزداد بزيادة تركيز الإلكترونات، N . كما يتضح أيضا أن التوصيلية تتناسب عكسيا مع m^* وهذا منطقي لأنه كلما زادت كتلة الجسم كلما كان تحركه صعبا داخل الشبكة. يأتي التناسب مع τ لأن τ هو في الحقيقة الزمن بين تصادمين متتاليين، أي متوسط زمن العمر الحر ونلاحظ انه كلما كان τ اكبر فإن الإلكترون يحتاج زمن اكبر للتعجيل بواسطة المجال بين التصادمات وتكون السرعة

الإزاحية اكبر وبالتالي تزداد التوصيلية σ .

يمكن حساب التوصيلية الكهربية بواسطة المعادلة 8-8 بمعرفة قيم المتغيرات فى الطرف الأيمن. يسمى متوسط زمن العمر الحر، τ ، أيضا بزمن الاسترخاء (relaxation time). لمعرفة سبب هذه التسمية، دعنا نفترض انه تم تطبيق مجال كهربى لفترة طويلة كافية لتتكون السرعة الإزاحية، $v_{d,0}$ ، ثم عند تلك اللحظة تم إزالة المجال فجأة. بعد إزالة المجال فإن السرعة الإزاحية تتبع العلاقة التى تنتج من المعادلة 8-5 عند وضع $E=0$ ، أي أن،

$$m^* \frac{dv}{dt} = -m^* \frac{v}{\tau}. \quad 9-8$$

يكون حل هذه المعادلة المناسب للشروط الابتدائية على الصورة،

$$v_d(t) = v_{d,0} e^{-t/\tau}. \quad 10-8$$

تبين هذه المعادلة أن السرعة الإزاحية تؤول للصفر عند زمن الاسترخاء ويسمى هذا السلوك بعملية الاسترخاء. يبين الجدول 1-8 التوصيلية الكهربية وتركيز الإلكترونات وزمن الاسترخاء لبعض المعادن.

جدول 1-8 التوصيلية الكهربية وتركيز الإلكترونات وزمن الاسترخاء لبعض المعادن.

τ, s	N, m^{-3}	$\sigma, \Omega^{-1}.m^{-1}$	العنصر	τ, s	N, m^{-3}	$\sigma, \Omega^{-1}.m^{-1}$	العنصر
3.1	2.5	2.11	الصوديوم	2.7	8.45	5.88	النحاس
4.3	1.3	1.39	البوتاسيوم	4.1	5.85	6.21	الفضة
5.75	1.1	0.80	الريبيديوم	2.9	5.90	4.55	الذهب
--	0.85	0.50	السيزيوم	--	13.10	1.69	الزنك
--	11.5	1.14	الانديوم	--	9.28	1.38	الكاديوم

للحصول على بعض الملامح الفيزيائية بوضوح يمكن كتابة زمن الاسترخاء على

الصورة التالية،

$$\tau = \frac{l}{v_r}, \quad 11-8$$

حيث l الزمن بين تصادمين متتاليين و v_r هي السرعة العشوائية. طبقاً للمعادلة السابقة

يمكن كتابة التوصيلية الكهربية على الصورة،

$$\sigma = \frac{Ne^2 l}{m^* v_r}. \quad 12-8$$

على ضوء المعادلة السابقة يمكن تفسير التباين الكبير في قيم التوصيلية الكهربية

للمعادن والمواد شبه الموصلة، حيث يرجع ذلك إلى اختلاف كل من تركيز الإلكترونات

ومتوسط طول المسار الحر والسرعة العشوائية للإلكترونات.

الآن يمكن مناقشة منشأ زمن الاسترخاء للإلكترونات. تم إدخال زمن الاسترخاء

في المعالجة الحالية نتيجة وجود قوى الاحتكاك التي تعيق حركة الإلكترون. تعزى قوى

الاحتكاك هذه إلى وجود تصادمات للإلكترونات مع أيونات الفلز أثناء حركته داخل

الشبيكة البلورية تؤدي إلى تخفيض كمية حركه الإلكترونات. يظهر هذا النموذج عدم

اتفاق مع العديد من النقاط التجريبية، على سبيل المثال، يمكن حساب متوسط زمن المسار

الحر بواسطة المعادلة 8-8. بوضع $\tau \cong 10^{-14}$ s و $v_d \cong 10^6$ m.s⁻¹ نجد أن

$l \cong 10^{-8}$ m $\cong 10^2$ Å وهذا يعنى أن الإلكترون يسير بين تصادمين متتاليين مسافة قدرها 20

مرة قدر المسافة البينية للذرات. تكون هذه المسافة اكبر بكثير من المسافة المتوقعة إذا

كانت الإلكترونات تصطدم حقا مع الأيونات عندما تمر بها، خاصة في تراكيب العبوة المتراسة والتي فيها يتوقع أن الإلكترونات لا تسير مسافة كبيرة بين التصادمات. يمكن شرح هذا التناقض فقط بواسطة المفاهيم الكمية.

طبقا لميكانيكا الكم، فإن للإلكترون طبيعة موجية، حيث يعطى الطول الموجي له بواسطة علاقة دي برولى (de Broglie) على النحو، $\lambda = \frac{h}{m^* v_r}$. ومعروف من نظرية انتشار الموجات في التراكيب المتفردة انه عندما تنتشر موجة خلال شبكة دورية فإنها تستمر في الانتشار بشكل غير محدد دون أن تنتشتت. في هذه الحالة، تقوم ذرات الشبكة بامتصاص طاقة من الموجة ثم تبثها مرة أخرى بحيث تكون المحصلة النهائية هو جعل الموجة تستمر في الانتشار بدون تعديل في الاتجاه أو في الشدة، بالرغم من حدوث تغير في سرعة الانتشار. هذا ما يحدث لموجة الإلكترون في الشبكة المنتظمة، ماعدا أننا نتعامل مع موجات مادية.

5-8 اعتماد التوصيلية الكهربائية على درجة الحرارة

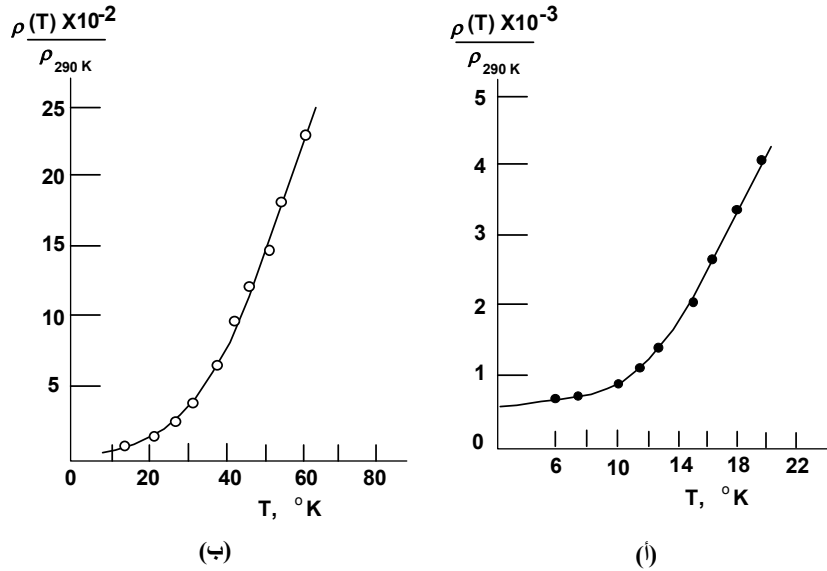
TEMPERATURE DEPENDENCE OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY

تتغير التوصيلية الكهربائية للفلز مع درجة حرارته ويوصف هذا التغير عادة بتغير المقاومة النوعية، ρ ، مع درجة الحرارة، كما هو مبين بالشكل 6-8 للفلز. يتبين من الشكل السابق أن المقاومة النوعية تزداد مع درجة الحرارة. في البداية تكون الزيادة طفيفة ثم تكون الزيادة خطية مع ارتفاع درجة الحرارة حتى درجة الانصهار. ينطبق هذا

السلوك على معظم الفلزات تقريبا. لتفسير هذا السلوك، نستخدم التعبير الرياضي للمقاومة طبقا للمعادلة 8-8 ويكون على الصورة،

$$\rho = \frac{m^*}{Ne^2} \frac{1}{\tau} \quad 13-8$$

في الحقيقة، أن زمن التصادم τ هو مقدار احتمال أن يعاني الإلكترون من التشتت (بواسطة التصادم) في وحدة الزمن، بمعنى لو أن $\tau = 10^{-16}$ s فإن معنى ذلك أن الإلكترون يعاني عدد 10^{16} من التصادمات في الثانية الواحدة. ولكن كما بينا من قبل أن الإلكترون يعاني من التصادمات بسبب عدم كمال البناء البلوري بسبب وجود الشوائب. يمكن تقسيم الحيوذ عن كمال البناء البلوري إلى صنفين. الصنف الأول هو نتيجة اهتزاز أيونات الشبكة (الفونونات) حول مواضع اتزانها نتيجة الإثارة الحرارية للأيونات. الصنف الثاني هو مختلف العيوب الساكنة مثل الشوائب الغريبة والعيوب البلورية.



الشكل 8-6 اعتماد المقاومة النوعية لفلز الصوديوم على درجة الحرارة: (أ) في مدى درجات الحرارة المنخفضة، (ب) في مدى درجات الحرارة المرتفعة.

مما سبق يتضح أن احتمال تشتت الإلكترون هو مجموع احتمالات تصادم

الإلكترون مع فونون واحتمال تصادمه مع عيب بلوري وبالتالي يمكن كتابة زمن التصادم

على الصورة،

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_i}, \quad 14-8$$

حيث يكون الحد الأول في هذه المعادلة نتيجة الفونونات والذي من المتوقع أن يعتمد على درجة الحرارة، T . يكون الحد الثاني نتيجة الشوائب وهو لا يعتمد على درجة الحرارة.

بالتعويض من المعادلة 14-8 في المعادلة 8-13 نجد أن،

$$\rho = \rho_i + \rho_{ph}(T) = \frac{m^*}{Ne^2} \frac{1}{\tau_i} + \frac{m^*}{Ne^2} \frac{1}{\tau_{ph}} \quad 15-8$$

وهكذا نلاحظ أن المقاومة النوعية عبارة عن جزئين: الجزء الأول (ρ_i) يكون نتيجة التشتت بواسطة الشوائب وهو لا يعتمد على درجة الحرارة ويسمى المقاومة النوعية المتبقية (المتخلفة). ينتج الجزء الآخر من المقاومة النوعية من التشتت بواسطة الفونونات وهذا الجزء يعتمد على درجة الحرارة ويسمى المقاومة النوعية المثالية، والذي يعنى المقاومة النوعية للعينة النقية. يطلق على المفهوم السابق للمقاومة النوعية (المعادلة 8-15) قاعدة ماتثيزين (Matthiessen rule).

عند درجات الحرارة المنخفضة فإن التشتت يتم بواسطة الفونونات ويكون صغيرا ويمكن إهماله، وبالتالي فإن $\tau_{ph} \rightarrow 0$ ويترتب على ذلك أن $\rho_{ph} \rightarrow \infty$ وتكون المقاومة النوعية $\rho = \rho_i$ وهى قيمة ثابتة وهذا يتفق مع الشكل 8-6.

مع ارتفاع درجة الحرارة فإن التشتت بواسطة الفونونات يصبح ذا قيمة فعالة وبالتالي فإن $\rho_{ph}(T)$ تزداد وهذا يسبب زيادة فى المقاومة الكلية. عندما تكون درجة

الحرارة عالية بالقدر الكافي يصبح هذا التشتت سائدا وتكون المقاومة النوعية $\rho \cong \rho_{ph}(T)$. فى مدى درجات الحرارة المرتفعة تزداد المقاومة زيادة خطية مع درجة الحرارة.

من المتوقع أن المقاومة النوعية نتيجة الشوائب، ρ_i ، يجب أن تزداد مع زيادة تركيز الشوائب وسوف نرى أن ρ_i تتناسب مع تركيز الشوائب، N_i ، حتى لو كان هذا التركيز صغيرا. كما نلاحظ أن $\rho_{ph} \gg \rho_i$ عند التركيز الصغير للشوائب ماعدا عند درجات الحرارة المنخفضة. فيما يلى سوف نشق صيغ تقريبية لأزمنة التصادم وذلك باستخدام مفاهيم النظرية الحركية للغازات. للتبسيط، سوف نفترض أن التصادمات تحدث كما لو كانت بين كرات من النوع الصلب.

بالنسبة لتصادم الإلكترونات مع الشوائب فإن زمن التصادم يعطى بالعلاقة،

$$\tau_i = \frac{l_i}{v_r} \quad 16-8$$

حيث l_i متوسط المسار الحر للتصادم مع الشوائب. بفرض أن مساحة مقطع التشتت للشائبة، σ_i ، (التي تعرف على انها المساحة التى تمثلها الذرة الشائبة أمام الإلكترون الساقط) فإنه على غرار المفهوم المؤلف من النظرية الحركية للغازات يمكن كتابة،

$$l_i \sigma_i N_i = 1 \quad \text{وبالتالى،}$$

$$l_i = \frac{1}{\sigma_i N_i} \quad 17-8$$

من المتوقع أن يكون المقدار σ_i هو نفس المساحة الهندسة الفعلية للذرة الشائبة، أي انه

بشكل تقريبي يكون $\sigma_i \cong 1 \text{ \AA}^2$. بالتعويض من المعادلات 8-16 و 8-17 فى المعادلة 8-15 يمكن إيجاد ρ_i ونجد أن ρ_i تتناسب مع تركيز الشوائب N_i .

الآن سنحاول حساب τ_{ph} وهو صعب بعض الشيء ولكن المعادلات مثل 8-16

و 8-17 لا تزال صالحة حيث يمكننا كتابة،

$$l_{ph} = \frac{1}{N_{ion} \sigma_{ion}}, \quad 18-8$$

حيث ρ_{ion} مساحة مقطع التشتت للأيون و N_{ion} تركيز أيونات الفلز فى الشبكة البلورية. يجب أن نلاحظ هنا أن ρ_{ion} ليس لها علاقة بمساحة المقطع الهندسي للأيون، ولكنها تساوى المساحة التى يمثلها الأيون المتقلب حراريا بالنسبة إلى الإلكترون المار به. بفرض أن إزاحة الأيون عن موضع الاتزان هي x ، فإن متوسط مساحة مقطع التشتت تكون تقريبا على النحو

$$\sigma_{ion} \cong \pi \langle x^2 \rangle, \quad 19-8$$

حيث $\langle x^2 \rangle$ تمثل القيمة المتوسط للمتغير x^2 . يمكن تقدير $\langle x^2 \rangle$ كما يلى. بما أن الأيون يكون عبارة عن متذبذب توافقي فإن متوسط طاقة وضعه تساوى نصف طاقته الكلية وهكذا باستخدام الشكل الكمي للمتذبذب نجد،

$$\frac{1}{2} k \langle x^2 \rangle = \langle E \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}. \quad 20-8$$

وبإدخال درجة حرارة ديبي (θ) حيث $\hbar \omega = k\theta$ يمكن التعويض فى المعادلة 8-15

ونحصل على $\rho_{ph}(T)$ على الصورة،

$$\rho_{ph}(T) = \left(\frac{\pi \hbar}{k \theta M} \right) \frac{1}{e^{\theta/T} - 1}, \quad 21-8$$

حيث M كتلة الأيون. في مدى درجات الحرارة $T \gg \theta$ يمكن كتابة المعادلة السابقة على الصورة،

$$\rho_{ph}(T) \cong \frac{\pi \hbar^2}{k \theta M} \frac{T}{\theta}. \quad 22-8$$

يتضح من هذه المعادلة أن المقاومة النوعية تعتمد خطياً على درجة الحرارة وهذا يتفق مع النتائج العملية.

6-8 السعة الحرارية طبقاً لنموذج غاز الإلكترونات الحرة

يتم معاملة إلكترونات التوصيل في نموذج غاز الإلكترونات الحرة كجسيمات حرة تطيع قوانين الميكانيكا التقليدية. في هذا الفصل سوف نحسب السعة الحرارية لكل مول واحد من الإلكترونات الحرة وذلك على ضوء نموذج درودي ولورنتز (Drude-Lorentz).

من النظرية الحركية للغازات معروف جيداً أن للجسيم الحر المتزن عند درجة الحرارة T متوسط طاقة مقدارها $\frac{3}{2}kT$. لذلك فإن متوسط الطاقة لكل مول يكون على الصورة،

$$\langle \bar{E} \rangle = N_A \left(\frac{3}{2} kT \right) = \frac{3}{2} RT, \quad 23-8$$

حيث N_A هو عدد أفوجادرو و $R = N_A k$ الثابت العام للغازات. وتكون السعة الحرارية

للإلكترونات على الصورة،

$$C_e = \frac{\partial[E]}{\partial T} = \frac{3}{2}R \approx 3 \text{ cal/mol } \overset{\circ}{\text{A}} . \quad 24-8$$

ويمكن كتابة السعة الحرارية الكلية للمعدن متضمنة الفونونات على الصورة،

$$C = C_{ph} + C_e . \quad 25-8$$

عند درجات الحرارة العالية تصبح المعادلة السابقة على الصورة،

$$C = 3R + \frac{3}{2}R = 4.5R \quad 26-8$$

$$\approx 9 \text{ cal/mole } \overset{\circ}{\text{A}}$$

تبين النتائج المعملية أن السعة الحرارية للمعدن تساوى $3R$ تقريبا عند درجات الحرارة العالية تماما كما فى حالة المواد العازلة، بينما تبين القياسات الدقيقة (والتي تستبعد مشاركة الإلكترونات فى السعة الحرارية الكلية) أن C_e تكون اقل من القيمة التقليدية ($\frac{3}{2}R$) بمعامل قدرة 10^{-2} . ولكشف هذا التناقض يجب أن نتحول إلى بعض المفاهيم الكمية.

طبقا لميكانيكا الكم فإن طاقة الإلكترون فى المعدن تكون مقننة، كما يبين الشكل

7-8(أ). يتضح من هذا الشكل أن الإلكترونات فى المعدن (عند درجة حرارة $T = 0 \text{ } ^\circ\text{K}$)

تحتل مستويات طاقة طبقا لمبدأ بولى للاستبعاد والذي ينص على أن كل مستوى طاقة

يمتلئ بعدد إلكترونين اثنين، لأحدهما عزم مغزلي لأعلى وللآخر عزم مغزلي لأسفل.

وبناء على ذلك، فإن إلكترونين اثنين فقط يشغلان مستوى الطاقة السفلى وآخرين يشغلان

المستوى الذي يعلوه... وهكذا حتى يتم تسكين جميع الإلكترونات. تسمى طاقة أعلى

مستوى مشغول بطاقة فيرمي (Fermi energy) وتكون في حدود 5 إلكترون فولت، كما يسمى مستوى الطاقة هذا بمستوى فيرمي (Fermi level). يتم وصف توزيع الإلكترونات بدلالة الطاقة عادة بواسطة دالة تسمى دالة توزيع الطاقة (energy distribution function) وتمثل هذه الدالة احتمال وجود (أو عدد) الإلكترونات عند طاقة معينة. عند درجة الصفر المطلق ($T = 0 \text{ }^\circ\text{K}$) تكون دالة التوزيع على الصورة،

$$f(E) = \begin{cases} 1 & E < E_F \\ 0 & E > E_F \end{cases} \quad 27-8$$

تدل المعادلة السابقة على أن مستويات الطاقة التي تقع أسفل مستوى فيرمي (E_F) تكون ممتلئة تماما، بينما تكون المستويات التي تقع أعلى مستوى فيرمي فارغة تماما، كما هو مبين في الشكل 7-8 (ب). عندما ترتفع درجة حرارة النظام ($T > \text{ }^\circ\text{K}$) فإن الطاقة الحرارية تثير الإلكترونات ويتغير شكل دالة التوزيع. في الحقيقة، لا تتوزع الطاقة الحرارية على جميع الإلكترونات بالتساوي، كما في المعالجة التقليدية، وذلك لأن الإلكترونات التي تقع بعيدا أسفل مستوى فيرمي لا تمتص الطاقة وذلك لأنها لو فعلت فإنها ستنتقل إلى المستوى الأعلى والذي يكون مشغولا بالفعل وبالتالي فإنها لا تمتص الطاقة. لهذا فإن الإلكترونات التي تمتص الطاقة الحرارية هي فقط الإلكترونات التي تقع قريبة أسفل مستوى فيرمي وبالتالي تثار وتنتقل إلى مستويات طاقة أعلى من مستوى فيرمي. يكون عدد هذه الإلكترونات صغيرا بالمقارنة بالعدد الكلي للإلكترونات ويكون هذا العدد هو الذي يشارك في السعة الحرارية وفي هذه الحالة تكتب دالة التوزيع (عند

($T \neq 0 \text{ K}$) على الصورة،

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (28-8)$$

تسمى الدالة السابقة دالة توزيع فيرمي-ديراك (Fermi-Dirac). وكما يبين الشكل

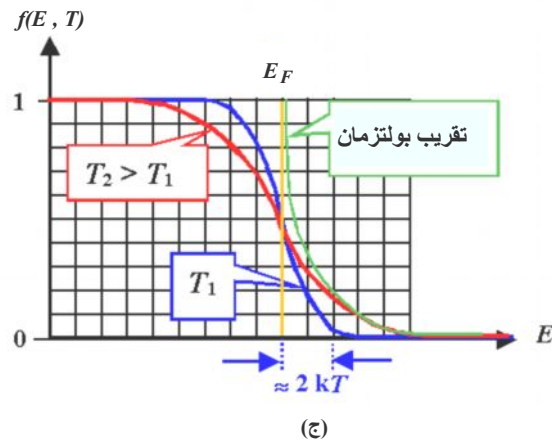
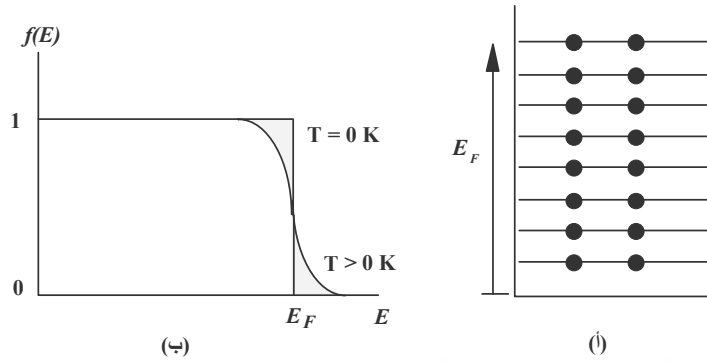
7-8 (ب) تكون هذه الدالة شبيهة إلى حد كبير بدالة التوزيع عند الصفر المطلق ما عدا

بالقرب من مستوى فيرمي، حيث تم إثارة عدد صغير من الإلكترونات أسفل المستوى

وانتقلت إلى أعلاه. يمكن استخدام دالة التوزيع (المعادلة 28-8) لحساب الطاقة الحرارية

وبالتالى يمكن حساب السعة الحرارية للإلكترونات. يمكننا حساب السعة الحرارية بشكل

جيد بواسطة تقريب مبسط كما يلي.



الشكل 7-8 (أ) يتم ملئ مستويات الطاقة بالإلكترونات طبقاً لمبدأ باولى. (ب) دالة التوزيع عند الصفر

المطلق وعند درجة حرارة أعلى من الصفر المطلق. (ج) تغير دالة التوزيع مع ارتفاع درجة

الحرارة.

بما أن الإلكترونات التي تقع في المدى kT من مستوى فيرمي هي فقط التي تثار، فإننا يمكننا أن نخلص بأن عددها يكون kT/E_F . لهذا، فإن عدد الإلكترونات التي تثار لكل مول يكون في حدود $N_A(kT/E_F)$. وحيث أن كل إلكترون يمتص متوسط طاقة مقداره

$$kT \bar{E} = \frac{N_A(kT)}{E_F} \text{، فإنه الطاقة الممتصة لكل مول تكون تقريبا في حدود،}$$

وتكون السعة الحرارية على الصورة،

$$C_e = 2R \frac{kT}{E_F}. \quad 29-8$$

يتضح من هذه المعادلة أن السعة الحرارية للإلكترونات تكون اقل من القيمة التقليدية (R) بالمعامل $\frac{kT}{E_F}$. بفرض أن $E_F = 5 \text{ eV}$ و $T = 300 \text{ °K}$ فإن المعامل يكون $1/200$ ومن المدهش أن هذا التناقص الكبير في قيمة السعة الحرارية يتفق جيدا مع النتائج العملية.

تعرف درجة حرارة فيرمي (T_F) من العلاقة $E_F = kT_F$. وباستخدام هذا التعريف

يمكن كتابة السعة الحرارية على الصورة،

$$C_e = 2R \left(\frac{T}{T_F} \right).$$

كما يمكن كتابة الشكل الدقيق للسعة الحرارية للمعدن على الصورة،

$$C_e = \frac{\pi^2}{2} R \left(\frac{T}{T_F} \right). \quad 30-8$$

وهكذا، يتضح من المعادلة السابقة أن السعة الحرارية تتناسب خطيا مع درجة

الحرارة.

7-8 سطح فيرمي FERMI SURFACE

الإلكترونات في المعدن تكون في حالة حركة عشوائية مستمرة ويمكن اعتبارها جسيمات حرة، لذلك فإن طاقة الإلكترونات تعتبر كلها طاقة حركة يمكن كتابتها على الصورة،

$$E = \frac{1}{2} m^* v^2, \quad 31-8$$

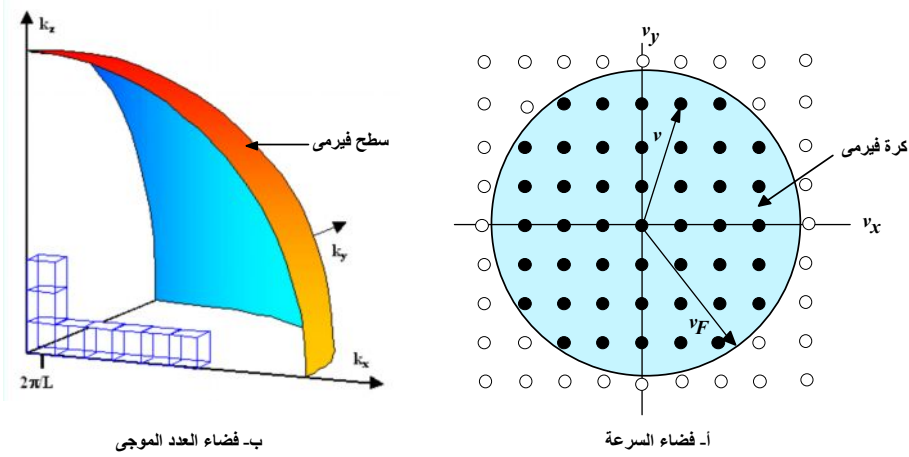
حيث v سرعة الجسيم.

دعنا الآن ندخل مبدأ فضاء السرعة الذي تكون المحاور فيه هي v_x و v_y و v_z . تمثل كل نقطة في هذا الفضاء سرعة معينه (مقدارا واتجاها). لفهم وتعريف سطح فيرمي، ندرس إلكترونات التوصيل في فضاء السرعة. وبما أن الإلكترونات تتحرك بسرعات عديدة ومختلفة وعشوائية فإنه يمكن تمثيلها بنقط تملأ فضاءا متجانسا، كما هو ممثّل في الشكل 8-8(أ). يبين الشكل 8-8(ب) فضاء العدد الموجي لمفهوم سطح فيرمي. يكون نصف قطر هذه الكرة هو سرعة فيرمي (v_F) والتي ترتبط بطاقة فيرمي بالعلاقة،

$$E_F = \frac{1}{2} m^* v_F^2. \quad 32-8$$

لاحظ، على كل حال أن كل النقط الواقعة خارج الكرة تكون فارغة (من الإلكترونات) وسبب ذلك أن هذه النقط تمثل طاقات أكبر من E_F وتكون غير مشغولة

بالإلكترونات عند $T = 0 \text{ K}$ ، كما بيننا من قبل. وهكذا، تكون جميع النقاط داخل الكرة مشغولة بالكامل وتسمى هذه الكرة بكرة فيرمي وسطحها يسمى سطح فيرمي.



الشكل 8-8 مخطط يوضح كرة و سطح فيرمي.

يمثل سطح فيرمي أهمية كبيرة في العديد من ظواهر الحالة الصلبة، فعلى سبيل المثال، لا تتأثير خصائص الانتقال بشكل ملحوظ بدرجة الحرارة، حيث انه، عند رفع درجة الحرارة يثار فقط عدد قليل من الإلكترونات في الداخل وتنتقل إلى خارج سطح فيرمي ويكون لذلك تأثير طفيف جدا.

تكون سرعة فيرمي كبيرة جدا، فعند التعويض في المعادلة السابقة بالطاقة $E_F = 5 \text{ eV}$ نجد أن $v_F = (2E_F / m^*)^{1/2} \approx 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ وهي أكبر من سرعة الضوء بمائة مرة. وهكذا فإن الإلكترونات الموجودة عند سطح فيرمي تتحرك بسرعة كبيرة جدا، بالإضافة إلى أن سطح فيرمي لا يعتمد على درجة الحرارة.

نتعين قيمة طاقة فيرمي بالدرجة الأولى بواسطة تركيز الإلكترونات، فكلما زاد التركيز كلما ارتفع مستوى الطاقة الأعلى اللازم لتسكين كل الإلكترونات (الشكل 8-

7(ب)) وبالتالي تكون E_F أعلى. كما سنرى لاحقا، يمكن كتابة E_F على الصورة،

$$E_F = \frac{\hbar}{2m^*} (3\pi^2 N^{2/3}). \quad 33-8$$

فيما يلي سنناقش تأثير سطح فيرمي على بعض الخصائص الفيزيائية التي تمت معالجتها من قبل.

8-8 تأثير سطح فيرمي على التوصيلية الكهربائية

EFFECT OF FERMI SURFACE ON ELECTRICAL CONDUCTIVITY

لدراسة تأثير سطح فيرمي على التوصيلية الكهربائية ومقارنتها مع الصورة التقليدية نعتبر الشكل 8-8. في غياب المجال الكهربائي تتمركز كرة فيرمي عند نقطة الأصل، كما هو مبين بالجزء (أ) من الشكل. في هذه الحالة، تتحرك مختلف الإلكترونات بسرعة كبيرة جدا وتحمل تيارات مختلفة وتكون محصلة التيار النهائي صفرا نظرا لتماثل عشوائية الحركة في كل الاتجاهات. عند تطبيق مجال كهربائي في الاتجاه الموجب لمحور x (مثلا) فإن كل إلكترون يكتسب سرعة ازاحية $v_d = -(e\tau/m^*)E$ ، كما تبين المعادلة 8-6. تؤدي هذه السرعة إلى إزاحة سطح فيرمي في عكس اتجاه المجال المطبق كما يبين الشكل 8-8(ب). بالرغم من أن هذه الإزاحة تكون صغيرة جدا وبالرغم من أن معظم الإلكترونات تلاشى تأثير بعضها بعض (على شكل أزواج من الإلكترونات يتحرك في كل منها إلكترون في اتجاه عكس اتجاه حركة الإلكترون الأخرى)، فإنه يوجد عدد قليل (بعض) من الإلكترونات لا يتلاشى تأثيرها (الجزء المظلل من الشكل) وبالتالي ينتج التيار

الكهربي المشاهد. يمكن حساب كثافة التيار الناتج كما يلي.

يكون جزء الإلكترونات (التي لم يتلاشى تأثيرها والتي تكون مسئولة عن التوصيل الكهربي) هو v_d/v_F وبالتالي يكون تركيزها هو $N(v_d/v_F)$. وحيث أن كل إلكترون يتحرك بسرعة $-v_d$ ، فإن كثافة التيار الناتج تعطى بالعلاقة،

$$J \approx -eN(v_d/v_F)(-v_d) = Nev_d.$$

بالتعويض عن السرعة الإزاحية، $v_d = -(e\tau/m^*)E$ ، نحصل على،

$$J = \frac{Ne^2\tau_F}{m^*} E,$$

حيث τ_F هو زمن تصادم الإلكترون الموجود عند سطح فيرمي. لذلك يمكن كتابة التوصيلية الكهربية على الصورة،

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau_F}{m^*}.$$

34-8

المعادلة السابقة هي معادلة تقريبية ولا تختلف عن المعادلة التي حصلنا عليها بالطريقة التقليدية فيما عدا انه تم استبدال زمن التصادم τ بزمن تصادم فيرمي τ_F . وهكذا يتبين أن الصورة الحقيقية للتوصيلية الكهربية تختلف قليلا عن الصورة التقليدية التي يفترض فيها أن جميع الإلكترونات تتحرك بسرعة v_d وجميعها تشارك بالتساوي في حمل التيار في حين أن التيار يحمل بواسطة عدد قليل فقط وهي الإلكترونات التي تتحرك بسرعة عالية. كما ترى، تعطى كلا الصورتين نفس النتيجة ولكن التصور الأخير هو الأكثر دقة.

يتضح الآن أهمية سطح فيرمي في ظواهر النقل، حيث أن التيار الكهربائي يحمل بواسطة الإلكترونات التي تقع فقط بالقرب من سطح فيرمي، بينما ليس للإلكترونات التي تقع في العمق علاقة بالتوصيل الكهربائي.

9-8 التوصيلية الحرارية في المعادن THERMAL CONDUCTIVITY IN METALS

كما بيننا في الباب السابق، تتدفق الطاقة الحرارية من طرف القضيب الأعلى درجة حرارة إلى الطرف الأقل. يتناسب التيار الحراري (كمية الطاقة الحرارية التي تعبر وحدة المساحة من المقطع في وحدة الزمن) مع الميل الحراري، أي أن ،

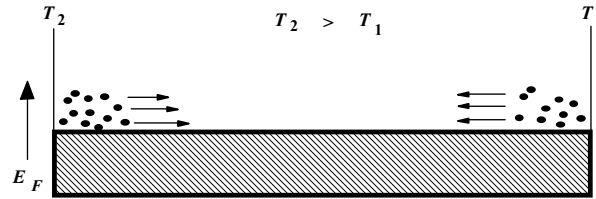
$$Q = -K \frac{dT}{dx} ،$$

حيث K تسمى التوصيلية الحرارية. في المواد العازلة تنتقل الحرارة أساساً بواسطة الفونونات، بينما في المعادن فإنها يمكن أن تنتقل بواسطة كل من الإلكترونات والفونونات. ولهذا يمكن كتابة التوصيلية الحرارية على صورة مجموع مشاركة كل من الإلكترونات والفونونات على النحو،

$$K = K_e + K_{ph} ،$$

حيث تشير K_e و K_{ph} إلى الإلكترونات والفونونات على الترتيب. في معظم المعادن تكون مشاركة الإلكترونات في التوصيل الحراري أكبر من مشاركة الفونونات، حيث $K_{ph} \approx 10^{-2} K_e$ ، لذا سنهمل تأثير الفونونات في المعالجة الحالية.

يمكن توضيح كيف تحدث عملية التوصيل الحراري بواسطة الإلكترونات بالشكل



الشكل 9-8 مخطط يوضح فيزياء التوصيل الحراري وفيه تقوم الإلكترونات ذات الطاقة الأعلى (الموجودة على اليسار) بنقل الطاقة الحرارية إلى الطرف الأيمن.

عند الطرف الساخن من القضيب (على اليسار من الشكل)، تتحرك الإلكترونات في جميع الاتجاهات ولكن جزء معين منها يتحرك إلى اليمين ويحمل الطاقة الحرارية إلى الطرف البارد من القضيب. بالمثل، عند الطرف البارد من القضيب (على اليمين من الشكل)، تتحرك الإلكترونات في جميع الاتجاهات ولكن جزء معين منها يتحرك إلى اليسار ويحمل الطاقة الحرارية إلى الطرف الساخن. وبالرغم من أن عدد الإلكترونات التي تتحرك في اتجاهين متضادين يكون متساويا، إلا أنه في المتوسط تكون طاقة الإلكترونات التي تتحرك من اليسار إلى اليمين أكبر من طاقة الإلكترونات التي تتحرك من اليمين إلى اليسار وبالتالي فإن المحصلة النهائية تكون انتقال الطاقة إلى اليمين مسببة تيارا حراريا. لاحظ أن الطاقة الحرارية تنتقل بواسطة تلك الإلكترونات القريبة من سطح فيرمي وذلك لأن الإلكترونات الأخرى (الموجودة في العمق) تلاشى تأثير بعضها بعض.

لحساب التوصيلية الحرارية بطريقة كمية نستخدم العلاقة $K = \frac{1}{3} S_v v l$ ، حيث S_v

الحرارة النوعية عند حجم ثابت و v سرعة الإلكترونات و l متوسط طول المسار الحر

للجسيم تحت الاعتبار. في الحالة الحالية حيث تتضمن الإلكترونات، فإن S_v تكون

الحرارة النوعية للإلكترونات ويجب استنتاجها من المعادلة 8-30، كما يجب أيضا استبدال الثابت العام R بالمقدار Nk ، حيث أننا نتعامل مع الحجم وليس المول. بالإضافة إلى ما سبق يجب استبدال كل من l و v بالمقادير l_F و v_F على الترتيب، حيث أن الإلكترونات الواقعة على سطح فيرمي فقط هي المؤثرة. وهكذا،

$$K = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi^2 k^2 T}{2E_F} \right) v_F l_F.$$

وحيث أن $E_F = \frac{1}{2} m^* v_F^2$ و $\frac{l_F}{v_F} = \tau_F$ فإنه يمكن تبسيط المعادلة السابقة إلى الصورة،

$$K = \frac{\pi^2 N k^2 T \tau_F}{3 m^* 2 E_F}. \quad 35-8$$

المعادلة السابقة تعبر عن التوصيلية الحرارية بدلالة الخصائص الإلكترونية للمعدن. بالتعويض في المعادلة السابقة بالقيم الإلكترونية المعتادة نجد أن

$$\cdot K \approx 50 \text{ cal/m } ^\circ\text{K} - \text{s}$$

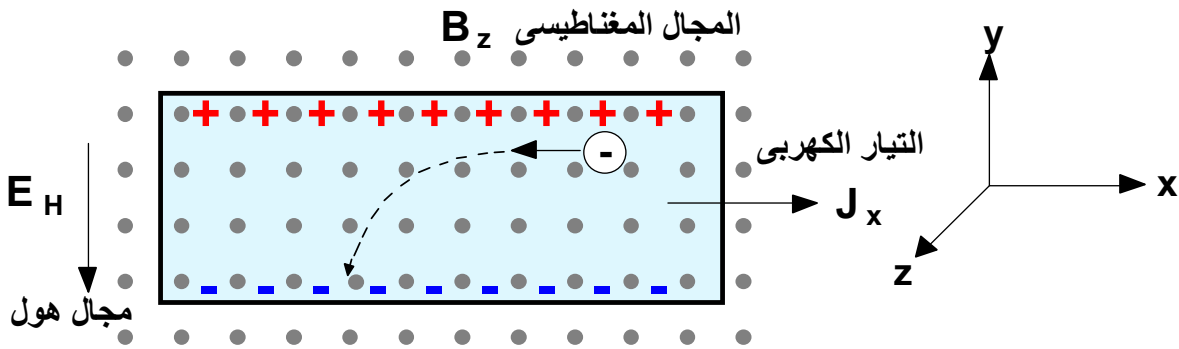
8-10 حركة الإلكترونات في المجال المغناطيسي

ELECTRON MOTION IN A MAGNETIC FIELD

يولد تطبيق مجال مغناطيسي على المعدن العديد من التأثيرات الشيقة والتي تنتج من إلكترونات التوصيل، مثل تأثير هول (Hall's effect) و رنين السيكلوترون (cyclotron resonance). في هذا الفصل، سوف نستخدم هذين التأثيرين في فحص خصائص إلكترونات التوصيل.

1-10-8 تأثير هول HALL'S EFFECT

عندما يمر تيار كهربى، J_x ، فى سلك فى اتجاه محور x تحت تأثير مجال مغناطيسى عمودي على هذا الاتجاه شدته B_z يتولد مجال كهربى عمودي على كل من التيار الكهربى والمجال المغناطيسى، أى فى اتجاه محور y . تعرف الظاهرة السابقة بتأثير هول ويمكن توضيحها بالشكل 10-8.



الشكل 10-8 رسم تخطيطي لتأثير ومجال هول.

لفهم هذا التأثير نفترض أولاً حالة ما قبل تطبيق المجال المغناطيسى. فى هذه الحالة يتدفق التيار الكهربى فى الاتجاه الموجب لمحور x وهذا يعنى أن إلكترونات التوصيل تتحرك بسرعة ازاحية \vec{v} فى الاتجاه السالب لمحور x . عند تطبيق المجال المغناطيسى فإن الإلكترونات تقع فى نفس الوقت تحت تأثير قوة لورنتز (Lorentz force) مقدارها $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$ وتسبب هذه القوة انحناء لحركة الإلكترونات فى الاتجاه الأسفل كما هو مبين بالشكل 10-8. ومع مرور الوقت تتكدس الإلكترونات على السطح السفلى وتتولد بالاستقطاب شحنات موجبة مساوية على السطح العلوى. يولد تراكم الشحنات السالبة والموجبة على السطحين السفلى والعلوى مجالاً كهربياً يسمى مجال هول.

لحساب مجال هول افترض أن قوة لورنتز التي تؤدي إلى تراكم الشحنات في

المكان الأول تكون في الاتجاه السالب لمحور y وتعطى بالعلاقة،

$$F_L = ev_x B_z.$$

اختفاء الإشارة السالبة من المعادلة السابقة يعنى أن F_L تكون سالبة وذلك لان v_x

تكون في الاتجاه السالب لمحور x ، كما يوضح الشكل. ينتج المجال المتكون بالشحنة

الموجود على السطح قوة تعاكس قوة لورنتز. تستمر عملية تراكم الشحنة حتى تتساوى

قوة هول (F_H) تماما مع قوة لورنتز ونحصل على حالة اتزان. عند هذه الحالة تكون

$F_H = F_L$ وبالتالي نحصل على،

$$-E_H = -ev_x B_z$$

$$\therefore E_H = v_x B_z,$$

36-8

ويسمى هذا المجال مجال هول.

أحيانا يكون من المفيد التعبير عن هذا المجال بكميات قابلة للقياس ولذلك يتم

التعبير عن السرعة v_x بدلالة كثافة التيار $J_x = N(-e)v_x$ وهذا يؤدي إلى،

$$E_H = \frac{1}{Ne} J_x B_z.$$

37-8

يتضح من المعادلة السابقة أن مجال هول يتناسب طرديا مع كل من كثافة التيار

وشدة المجال المغناطيسي ويعرف ثابت التناسب $\left(\frac{E_H}{J_x B_z}\right)$ هذا بثابت هول ويرمز له عادة

بالرمز R_H . وهكذا يكون ثابت هول على الصورة،

$$R_H = -\frac{1}{Ne}$$

38-8

تعتبر النتيجة السابقة مهمة جدا من الناحية العملية. وبما أن ثابت هول يتناسب عكسيا مع كثافة الإلكترونات (N) فإن هذا يعنى أننا يمكننا تعيين N بواسطة قياس جهد هول عمليا وتعتبر هذه الطريقة هي الطريقة القياسية لتعيين تركيز الإلكترونات فى المادة. ومن الناحية العملية فإن هذه التقنية ذات قيمة لأنه، بخلاف N ، فإن الكمية الأخرى التى يعتمد عليها ثابت هول هي شحنة الإلكترون ($-e$) وهى ثابت فيزيائى أساسى وقيمتة معروفة بدقة. يبين الجدول 2-8 قيم ثابت هول لبعض المعادن الشائعة.

من السمات الأخرى المفيدة لثابت هول والتي تعطى معلومات إضافية عن المادة هي أن إشارة الثابت تحدد على نوع حاملات التيار، حيث تدل الإشارة السالبة على أن حاملات التيار هي الإلكترونات، بينما تدل الإشارة الموجبة على أن حاملات التيار هي الفجوات الموجبة.

الجدول 2-8 قيم ثابت هول بوحدات فولت م³ / أمبير. وبر مقاسه فى درجة حرارة الغرفة لبعض المعادن الشائعة

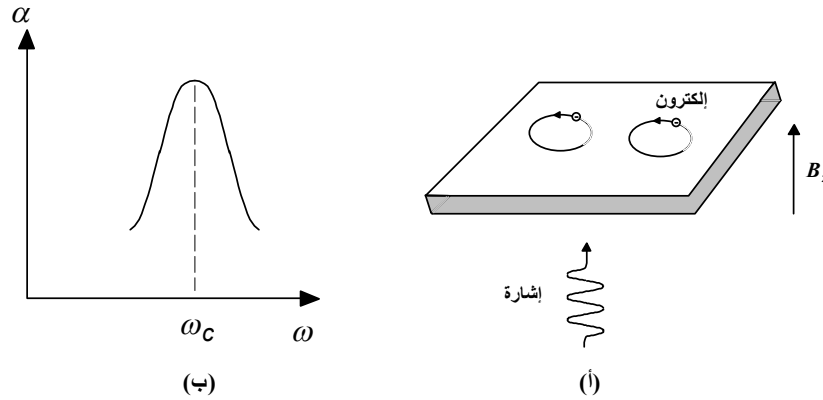
المعدن	ثابت هول	المعدن	ثابت هول
Na	-2.50	Au	-0.72
Li	-1.7×10^{-10}	Cd	+0.60
Cu	-0.55	Zn	+0.30
Ag	-0.84	Al	-0.30

يبين التحليل السابق سمة شيقة لعملية انتقال الإلكترونات فى وجود المجال المغناطيسي وهى أن التيار نفسه المتدفق فى اتجاه محور x لا يتتأثر بالمجال. ولهذا فإن المقاومة الكهربائية لا تعتمد على المجال المغناطيسي.

CYCLOTRON RESONANCE 2-10-8 رنين السيكلوترون

يبين الشكل 8-11 (أ) مفهوم ظاهرة رنين السيكلوترون. في هذه الظاهرة عند تطبيق مجال مغناطيسي عمودي على شريحة معدنية فإن ذلك يجعل الإلكترونات تتحرك في مسار دائري عكس اتجاه حركة عقارب الساعة في مستوى عمودي على المجال. تسمى مثل هذه الحركة بحركة السيكلوترون. يعطى تردد هذه الحركة (تردد السيكلوترون) بالعلاقة الآتية،

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad 39-8$$



الشكل 8-11 (أ) رسم تخطيطي يبين حركة السيكلوترون، (ب) اعتماد معامل الامتصاص على التردد.

بالتعويض في هذه المعادلة بكتلة الإلكترون الحر نجد أن التردد الخطي

للسيكلوترون يكون ،

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 2.8 B \text{ GHz} ،$$

حيث B بالكيلوجاوس. فإذا كانت $B = 1 \text{ KG}$ فإن التردد يكون $\nu_c = 2.8 \text{ GHz}$ ويكون في مدى الموجات الميكرونية.

افترض الآن أن إشارة كهرومغناطيسية تمر عبر الشريحة المعدنية في اتجاه موازى للمجال المغناطيسي، كما هو مبين بالشكل 8-11(ب)، فإن المجال الكهربى للإشارة سوف يؤثر على الإلكترونات ويتم إمتصاص جزء من طاقة الإشارة بواسطة الإلكترونات. يكون معدل الإمتصاص قيمة عظمى عندما يتساوى تردد الإشارة مع تردد السيكلوترون، أي أن،

$$\omega = \omega_c.$$

40-8

تعبر هذه المعادلة عن حالة الرنين فى السيكلوترون وعندما تتحقق هذه الحالة يكون الإلكترون فى طور واحد مع الموجة على مدى كامل الدورة. عندما لا تتحقق هذه المعادلة فإن الإلكترون يكون فى طور واحد مع الموجة على مدى جزء من الدورة يمتص فيها الطاقة من الموجة وفى باقى الدورة يكون خارج طور الموجة ويفقد الطاقة التى امتصها.

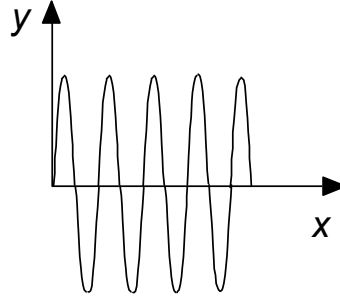
يستخدم رنين السيكلوترون بشكل شائع فى قياس كتلة الإلكترون فى المعادن والمواد شبه الموصلة. يتم تعيين تردد السيكلوترون من المنحنى ويعوض به فى المعادلة 8-39 لحساب قيمة الكتلة الفعالة للإلكترون. وتعتبر هذه الطريقة دقيقة جدا وخاصة عند استخدام شعاع الليزر.

8-11 التوصيلية الكهربائية المترددة والخصائص الضوئية

التوصيلية الكهربائية المترددة هي توصيلية المادة فى وجود المجال الكهربى المتردد

وترتبط هذه التوصيلية بالخصائص الضوئية بصلة وثيقة. يغطى مصطلح "الضوئية" هنا مدى الترددات والذي لا يقتصر على المدى المرئي فقط.

اعتبر الآن موجة كهرومغناطيسية مستعرضة تنتشر فى اتجاه محور x ومستقطبة فى اتجاه محور y ، كما يبين الشكل 8-12.



الشكل 8-12 موجة كهرومغناطيسية مستعرضة تنتشر فى اتجاه محور x ومستقطبة فى اتجاه محور y .

يمكن التعبير عن المجال الكهربى بالعلاقة،

$$E_y = E_0 e^{i(qx - \omega t)}. \quad 41-8$$

وتكون معادلة الحركة لإلكترون التوصيل فى وجود هذا المجال المتردد، كما ذكرنا

من قبل على الصورة،

$$m^* \frac{dv}{dt} = -eE - m^* \frac{v}{\tau},$$

والتي تعطى الحل فى الحالة المستقرة على الصورة،

$$v_y = -\frac{e\tau}{m^*} \frac{1}{1 - i\omega\tau} E. \quad 42-8$$

فى ضوء هذه المعادلة، تعطى كثافة التيار ($J_y = N(-e)v_y$) التوصيلية الكهربائية

المترددة على الصورة،

$$\sigma^* = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}, \quad 43-8$$

حيث $\sigma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m^*}$ هي التوصيلية الكهربائية الاستاتيكية المعتادة. التوصيلية في المعادلة 8-

43 كمية مركبة يمكن كتابتها على الصورة $\sigma^* = \sigma' + i\sigma''$ والتي تكون مركبتها الحقيقية والتخيلية على الصورة،

$$\sigma' = \frac{\sigma_0}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad \sigma'' = \frac{\sigma_0\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad 44-8$$

يمثل الجزء الحقيقي σ' التيار الذي يكون في نفس الطور وينتج تسخين جول المقاومي، بينما يمثل الجزء التخيلي σ'' التيار الحثي والذي يكون خارج الطور بزواوية $\frac{\pi}{2}$. يظهر اختبار اعتماد جزئي التوصيلية السابقين على التردد في مدى الترددات المنخفضة ($\omega\tau \ll 1$) أن $\sigma'' \ll \sigma'$ وهذا يعني أن الإلكترونات تظهر سلوك مقاومي بالدرجة الأولى. وحيث أن $\tau \equiv 10^{-14} s$ فإن هذا يغطي كامل مدى الترددات المألوفة وحتى مدى الأشعة تحت الحمراء البعيد. في مدى التردد العالي ($1 \ll \omega\tau$) والذي يقابل المدى المرئي ومدى الأشعة فوق البنفسجية فإن $\sigma'' \ll \sigma'$ وهذا يدل على السلوك الحثي للإلكترونات. في هذا المدى لا يتم امتصاص طاقة من المجال ولا تظهر حرارة جول.

دعنا الآن ننظر إلى استجابة الإلكترونات من وجهة نظر أخرى وذلك باعتبار إحدى معادلات ماكسويل والتي هي،

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_L \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad 45-8$$

حيث يمثل الحد الأول في الطرف الأيمن تيار الإزاحة المصاحب لاستقطاب قلوب

الأيونات في الشبكة، بينما يمثل الحد الثاني (J) التيار الحمل الحراري للإلكترونات التوصيل. يكون التيار الأخير في حالة المجال المتردد على الصورة

$$= \sigma^* E = \left(\frac{\sigma^*}{-i\omega} \right) \frac{\partial E}{\partial t}$$

وبالتعويض في 8-45 نحصل على،

$$\nabla \times = \varepsilon^* \frac{\partial E}{\partial t}, \quad 46-8$$

حيث ε^* ثابت العزل الكهربائي الكلي، حيث

$$\varepsilon^* = \varepsilon_L + i \frac{\sigma^*}{\omega}. \quad 47-8$$

وهكذا فإننا نرى الآن إلكترونات التوصيل كجزء من الوسط العزل وهذا معقول، حيث أن الإلكترونات تتذبذب حول مواضع اتزانها بدون محصلة حركة انتقالية. بإدخال ثابت

العزل النسبي $(\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0})$ والتعويض عن σ^* من المعادلة 8-44 في المعادلة الأخيرة

نحصل على،

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r'' = \left(\varepsilon_{L,r} - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_r(1+\omega^2\tau^2)} \right) - i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0(1+\omega^2\tau^2)}. \quad 48-8$$

يعرف معامل الانكسار المركب للوسط (n) بالعلاقة،

$$n^* = \varepsilon_r^{*1/2} = n + i\kappa, \quad 49-8$$

حيث n هو معامل الانكسار المعتاد و κ معامل الإخماد (extinction coefficient).

في تجارب الضوء عادة لا يتم قياس n و κ مباشرة ولكن تقاس

الانعكاسية R ومعامل الامتصاص α . ترتبط الانعكاسية مع معاملات الانكسار بالعلاقات،

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2} \quad \& \quad \alpha = \frac{2\omega}{c} \kappa, \quad 50-8$$

حيث c سرعة الضوء في الفراغ. تصف المعادلات من 8-48 إلى 8-50 سلوك الإلكترونات في كامل مدى التردد ولكن من الأفضل فهم محتوياتها الطبيعية بفحص نتائجها في مناطق الترددات المختلفة، كما سنبين فيما يلي:

1- منطقة الترددات المنخفضة ($\omega\tau \ll 1$). تبين المعادلات السابقة أن $\bar{\epsilon}_r$ تقل في هذا

المدى إلى القيمة التخيلية ($\bar{\epsilon}_r \cong i\epsilon_r''$) وبالتالي نحصل على،

$$|n| \cong |\kappa| = \left(\frac{\epsilon_r''}{2} \right) = \left(\frac{\sigma_o}{2\epsilon_o\omega} \right)^{1/2}. \quad 51-8$$

تعتمد الأشعة الضوئية التي تخترق المادة على عمق الاختراق طبقا للعلاقة

حيث $I = I_o e^{-\alpha x}$ ، شدة الأشعة الساقطة و x عمق الاختراق و α معامل الامتصاص و

يعرف مقلوب معامل الامتصاص ($\delta = 1/\alpha$) بعمق القشرة. وهكذا فإن $1/\alpha$ يعتبر مقياسا

للمسافة التي يخترقها الشعاع الضوئي قبل أن يتم امتصاص طاقته. يمكن كتابة عمق

الامتصاص على الصورة،

$$\delta = \left(\frac{\epsilon_o c^2}{2\sigma_o \omega} \right)^{1/2}. \quad 52-8$$

2- منطقة الترددات العالية ($\omega\tau \gg 1$). يغطي هذا المدى من الترددات منطقة الأشعة

المرئية والأشعة فوق البنفسجية. تبين المعادلة 8-48 أن ϵ_r^* تقل في هذا المدى إلى القيمة

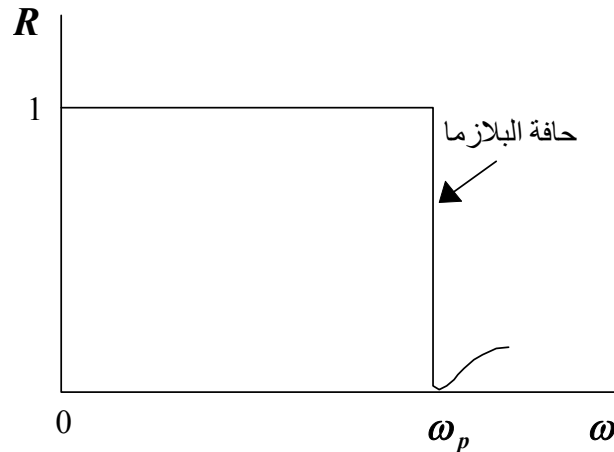
الحقيقية وبالتالي نحصل على،

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{L,r} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad 53-8$$

حيث

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_L m^*}, \quad 54-8$$

حيث استخدمنا العلاقة $\sigma_o = ne^2\tau/m^*$. يعرف التردد ω_p بتردد البلازما وسوف نكشف عن مغزاه بشكل مختصر فيما يلي. من المعادلة 53-8 يمكننا أن نرى أنه يمكن تقسيم مدى الترددات المرتفعة إلى منطقتين. المنطقة الأولى والتي فيها يكون التردد اقل من تردد البلازما ($\omega < \omega_p$) و يكون $\varepsilon_r < 0$ وبالتالي من المعادلة 49-8 نجد $n = 0$. وعلى ضوء المعادلة 50-8 يؤدي ذلك إلى $R = 1$ وهذا يظهر انعكاسية تامة. في المنطقة الأخرى ($\omega > \omega_p$) حيث $\varepsilon_r > 0$ يكون $\kappa = 0$. في هذه المنطقة يكون $\alpha = 0$ و $0 < R < 1$ ويعمل الوسط المعدني كعازل كهربائي شفاف لا يمتص الطاقة مثل الزجاج. يوضح الشكل 13-8 اعتماد الانعكاسية على التردد ويظهر هذا الشكل الانخفاض الفجائي عند $\omega = \omega_p$ والذي يعرف بحافة الانعكاس للبلازما (plasma reflection edge).



الشكل 13-8 حافة الانعكاس للبلازما.

يتبين من المعادلة 8-54 أن التردد ω_p يتناسب طردياً مع الكثافة الإلكترونية N .
يبين الجدول 8-3 الكثافات في المعادن تجعل ω_p تقع في أعلى المدى المرئي ومدى الأشعة فوق البنفسجية.

الجدول 8-3 قيم حافة الانعكاس (تردد البلازما) والأطوال الموجية المقابلة لبعض المعادن

Rb	K	Na	Li	
0.55	0.593	0.89	$1.22 \times 10^{16} s^{-1}$	ω_p
3400 Å	3150 Å	2100 Å	1550 Å	λ_p

توجد خاصية شيقة أخرى لتردد البلازما يمكن استنتاجها من معادلة ماكسويل،

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad 55-8$$

حيث $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ هي مجال الإزاحة الكهربائية المعتاد. تعترف هذه المعادلة بوجود

النمط الطولي الذي له $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$ فقط شريطة أن،

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = 0. \quad 56-8$$

يتبين من المعادلة 8-53 أن ε_r تتلاشى فقط عند $\omega = \omega_p$. شوهد هذا النمط في

المعادن ويعرف بنمط البلازما. لاحظ أن الجزء الحقيقي من مركبتي ثابت العزل الكهربائي

(ε_r') يمثل استقطاب الشحنات المستحثة بالمجال، بينما يمثل الجزء التخيلي (ε_r'')

امتصاص الطاقة بواسطة النظام.

12-8 الانبعاث الأيوني الحراري THERMIONIC EMISSION

في الأنابيب المفرغة، عند تسخين المهبط المصنوع من معدن فإن الإلكترونات

تنبعث من السطح وتعرف هذه الظاهرة بالانبعاث الأيوني الحراري. في هذا الفصل

سنناقش منشأ هذه الظاهرة في ضوء نموذج الإلكترونات الحرة.

يبين الشكل 8-14 مخطط لمستويات الطاقة للإلكترونات في المعدن طبقاً لنموذج الإلكترونات الحرة. عند الصفر المطلق ($T = 0^\circ \text{K}$) تكون كل المستويات ممتلئة بالإلكترونات وحتى مستوى فيرمي (E_F) والذي أعلاه تكون المستويات فارغة من الإلكترونات. لاحظ أيضاً أن الإلكترونات الموجودة عند E_F لا تستطيع الهروب من المعدن بسبب وجود حاجز الطاقة عند السطح وهو عبارة عن بئر جهدي له الارتفاع ϕ ويسمى دالة الشغل. تختلف هذه الدالة من معدن إلى آخر ولكنها بشكل عام تقع في المدى من 1.5 إلى 5 إلكترون فولت. كما ذكرنا، لا تستطيع هذه الإلكترونات الهروب من سطح المعدن عند درجة الصفر المطلق، ولكن مع ارتفاع درجة الحرارة تكتسب الإلكترونات طاقة وتنتقل من المستويات أسفل مستوى فيرمي (E_F) إلى مستويات أعلى منه، أي أن المستويات أعلى مستوى فيرمي تبدأ في الانشغال بالإلكترونات. حتى المستويات الموجودة أعلى حاجز الجهد (أي التي عند طاقة أعلى من $E_F + \phi$) تصبح مأهولة بالإلكترونات إلى حد ما. الآن، تملك الإلكترونات الموجودة في هذه المستويات (الأخيرة) طاقة كافية لتتغلب على الحاجز وتكون هي المسؤولة عن الانبعاث المشاهد عند السطح.

دعنا الآن نحسب كثافة تيار الإلكترونات المنبعثة باعتبار أن سطح المعدن عمودي

على اتجاه محور x . يكون تركيز الإلكترونات التي تقع سرعتها في المدى من (v_x, v_y, v_z)

إلى $(v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z)$ على النحو التالي،

$$d^3N = N \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m^*(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT} dv_x dv_y dv_z. \quad 57-8$$

استخدمنا توزيع ماكسويل-بولتزمان لأن الإلكترونات المشاركة في عملية الانبعاث تكون كلها ذات الطاقة الأعلى (أعلى من مستوى فيرمي) يمكن وصفها بدقة بواسطة هذا التوزيع. تعطى كثافة التيار المنبعث نتيجة هذه الإلكترونات بالعلاقة التالية،

$$dJ_x = -e v_x d^3N, \quad 58-8$$

لإيجاد تعبير يصف كثافة التيار نتيجة كل الإلكترونات نأخذ المجموع على كل السرعات المعتبرة، أي أن،

$$J_x = \int dJ_x \\ = -eN \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} \iiint v_x e^{-m^*(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT} dv_x dv_y dv_z. \quad 59-8$$

عند إجراء التكامل على كل السرعات يكون المدى لكل من السرعات v_x و v_y و v_z هو $(+\infty, -\infty)$ ، بينما يكون مدى السرعة v_x بحيث $\frac{1}{2}m^*v_x^2 \geq E_F + \phi$ لأن لهذه الإلكترونات فقط سرعة كافية في الاتجاه المطلوب للهروب من السطح. لذلك نحصل على،

$$J_x = -eN \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{v_{x0}}^{\infty} v_x e^{-m^*v_x^2/2kT} dv_x,$$

حيث $v_{x0} = [2(E_F + \phi)/m^*]^{1/2}$ تكون نتيجة تكامل هذه المعادلة هي،

$$J_x = AT^2 e^{-\phi/kT}, \quad 60-8$$

حيث $A = m^* e k^2 / 2\pi^2 \hbar^2$. تكون القيمة العددية للثابت A هي $120 \text{ amp/cm}^2 \cdot \text{K}^2$. تعرف المعادلة الأخيرة بعلاقة ريتشاردسن-دوشمان (Richardson-Dushman) والتي تتفق جيدا مع النتائج العملية. تبين هذه العلاقة أن كثافة التيار تزداد فجأة مع درجة الحرارة وبما

أن $\phi \gg kT$ فإن كثافة التيار تزداد بشكل أسي مع درجة الحرارة في المدى المعتاد. يبين الجدول 4-8 قيم دالة الشغل لبعض المعادن تم الحصول عليها من قياسات الانبعاث الأيونى الحرارى.

الجدول 4-8 قيم دالة الشغل بوحدات الإلكترون فولت.

العنصر	W	Ta	Ni	Ag	Cs	Pt
ϕ	4.5	4.2	4.6	4.8	1.8	5.3

8-13 فشل نموذج الإلكترون الحر

فى هذا الباب، ناقشنا نموذج الإلكترون الحر بالتفصيل لنبين كم هو مفيد فى تفسير الخصائص المشاهدة للمعادن. على الرغم من ذلك فإن هذا النموذج ما هو إلا نوع من التقريب وله فى حد ذاته قيودا. الآن نذكر بشئ من الاختصار بعض الصعوبات التى تواجه النموذج من خلال النقاط التالية:

(أ) يفترض النموذج أن التوصيلية الكهربائية تتناسب مع تركيز الإلكترونات (طبقا للمعادلة 8-8). على النقيض، لا يوجد استنتاج محدد يمكن استخلاصه من الجدول 8-1 ولاسيما أن الكميات الأخرى فى المعادلة غير معروفة. ولكن من المدهش أن تظهر المعادن ثنائية التكافؤ توصيلية اقل منها فى حالة المعادن أحادية التكافؤ بالرغم من حقيقة أن المعادن الثنائية تملك تركيز إلكترونات اكبر من المعادن أحادية التكافؤ.

(ب) الحقيقة التى تطيح بهذا النموذج هي أن بعض المعادن تظهر قيم موجبة لثابت هول

مثل الزنك والكاديوم، بدلا من القيم السالبة كما يتوقع هذا النموذج.

(ج) تبين قياسات سطح فيرمى انه غير كروي الشكل غالبا وهذا يتعارض مع النموذج

حيث يتوقع أن يكون سطح فيرمى كروي الشكل.

لا يمكن حل هذه الصعوبات (وصعوبات أخرى لا مجال لسردها هنا) إلا عن

طريق نظرية أكثر تطورا تأخذ في الاعتبار تفاعل الإلكترونات مع الشبكة.

ملخص الباب

⊗ عند تعبئة الذرات معا لتكون المعدن فإن إلكترونات التكافؤ تتفصل عن ذراتها الأم وتتحرك في كافة أنحاء الشبكة وتتحول هذه الإلكترونات غير المقيدة إلى إلكترونات توصيل ويعطى تركيزها بالعلاقة $N = Z_v \frac{\rho_m N_A}{M_{mol}}$ ، حيث Z_v هو التكافؤ الذرى وباقي الرموز فى المعادلة لها المعاني المعتادة .

⊗ يمكن التعبير عن التوصيلية الكهربائية لإلكترونات التوصيل التى تعتبر جسيمات حرة لها زمن تصادم τ بالعلاقة $\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m^*}$. بمقارنة هذه النتيجة مع القيم المعملية يتبين أن زمن التصادم قصير للغاية ويكون فى حدود $10^{-14} s$ عند درجة حرارة الغرفة.

⊗ عند محاولة حساب زمن التصادم نجد أن الشبكة التامة لا تنتج تشتت. فقط اهتزاز الشبكة والعيوب البنائية الساكنة تولد التشتت وتعين زمن التصادم. عند معالجة اهتزاز الشبكة والعيوب الساكنة فى البلورة كآليات لا تعتمد على التصادم نجد أن المقاومة النوعية الكهربائية تكون $\rho = \rho_{ph}(T) + \rho_i$ ، حيث $\rho_{ph} \approx T$ هي المقاومة النوعية نتيجة تصادمات الإلكترونات مع اهتزاز الشبكة (الفونونات) و ρ_i هي المقاومة المتخلفة نتيجة تصادم الإلكترونات مع الشوائب الموجودة فى البلورة.

⊗ يمكن التعبير عن التوصيلية الحرارية فى المعادن بالعلاقة، $K = LT\sigma$ ، حيث L مقدار ثابت يعرف بعدد لورنتز $(L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e}\right)^2)$.

⊗ تبين النتائج المعملية أن السعة الحرارية لإلكترونات التوصيل تكون اقل بكثير من

القيمة المتوقعة من ميكانيكا الإحصاء التقليدية وتم تفسير ذلك في ضوء مبدأ باولي للاستبعاد، حيث تعتبر كل مستويات الطاقة أسفل مستوى فيرمي ممثلة بالإلكترونات. عند تسخين النظام فإن الإلكترونات القريبة فقط من مستوى فيرمي هي التي تثار.

$$C_e = \frac{\pi^2}{2} R \frac{kT}{E_F}$$

تكون السعة الحرارية الإلكترونية لكل مول على الصورة،

⊗ تتعين طاقة فيرمي بواسطة تركيز الإلكترونات ويمكن التعبير عنها في الصورة،

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} (3\pi^2 N)^{2/3}$$

⊗ عند تطبيق مجال مغناطيسي على جسم صلب فإن الإلكترونات تسلك مسار دائري

يسمى بالسيكلوترون ويكون تردد السيكلوترون على الصورة، $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ ، وبقياس هذا

التردد يمكن تعيين الكتلة الفعالة للإلكترون. وعند تطبيق مجال مغناطيسي على سلك

يحمل تيار كهربى يتولد مجال كهربى عمودى على كل من التيار الكهربى والمجال

المغناطيسى. يسمى المجال الكهربى المتولد بمجال هول ويكون على الصورة،

$$E_H = RBJ$$

حيث يكون ثابت هول على الصورة $R_H = \frac{1}{Ne}$. بقیاس ثابت هول عمليا

يمكن تعيين تركيز الإلكترونات N .

⊗ يمكن كتابة التوصيلية المركبة لإلكترونات التوصيل فى المعدن فى الصورة،

$$\sigma^* = \frac{\sigma_0}{1+i\omega\tau}$$

حيث σ_0 هي التوصيلية الساكنة. يبين هذا الشكل للتوصيلية المركبة

مزيج من السلوك المقاومى والحثى للإلكترونات. يكون السلوك المقاومى للإلكترونات

هو السائد في منطقة الترددات المنخفضة، $\omega < \frac{1}{\tau}$ ، بينما يكون السلوك الحثي هو

السائد في منطقة الترددات العالية، $\omega > \frac{1}{\tau}$. وبسبب أن τ يكون صغيرا جدا فإن

المنطقة الأولى تتضمن كل الترددات إلى أعلى وحتى الترددات الميكرونية.

☒ يمكن كتابة ثابت العزل الكهربائي للبلورة ككل متضمنة كل من الشبكة والإلكترونات

على الصورة، $\epsilon^* = \epsilon_L + \frac{i\sigma^*}{\omega}$. وبمعرفة قيمة ثابت العزل الكهربائي يمكن تعيين

خصائص الانعكاس والامتصاص في البلورة. يمكن تحديد أنظمة التردد التالية: 1-

في منطقة الترددات المنخفضة ($\omega \ll \frac{1}{\tau}$) تنفذ الموجات داخل المعدن لمسافة قصيرة

تعرف بعمق القشرة ويكون لها القيمة $\delta = \left(\frac{2\epsilon_0 c^2}{\sigma_0 \omega_0} \right)^{1/2}$. في هذه المنطقة تكون

الانعكاسية قريبة جدا من الواحد الصحيح. 2- في منطقة الترددات العالية ($\omega > \omega_p$)

يعمل المعدن كعازل كهربائي منظم تسافر خلاله الموجات بدون اضمحلال.

☒ يشير نمط البلازما إلى التذبذب المستعرض للنظام الإلكتروني. يكون تردد هذا النمط

$$\omega_p = (Ne^2 / \epsilon_L m^*)^{1/2}$$

☒ عند تسخين المعدن فإن بعض الإلكترونات الموجودة عند نهاية ذيل دالة توزيع فيرمي

تكتسب كمية كافية من الطاقة وتستطيع الهروب من سطح المعدن. تكون كثافة تيار

الانبعاث الأيونية الحراري على الصورة، $J = AT^2 e^{-\phi/kT}$ ، حيث A مقدار ثابت و ϕ

هي دالة الشغل للمعدن.

أسئلة وتمارين

- 1- اذكر الفروض التي بنيت عليها النظرية التقليدية لغاز الإلكترونات الحرة؟
- 2- عنصر الالومنيوم ثلاثي التكافؤ وله وزن ذري 27 وكثافة مقدارها 2.7 g/cm^3 . عند درجة حرارة الغرفة كان طول المسار الحر للإلكترون بين التصادمات $4 \times 10^{-14} \text{ s}$.
 (أ) احسب المقاومة الكهربائية النوعية للألومنيوم عند درجة حرارة الغرفة.
 (ب) إذا تم تطبيق فرق جهد مقداره 2 فولت عبر طرفي سلك من الالومنيوم طوله 10 متر ومساحة مقطعة 1 مم² فاحسب التيار الكهربائي المتدفق.
- 3- عرف المصطلحات الآتية:- التوصيلية الكهربائية، متوسط المسار الحر، مجال هول، رنين السيكلوترون.
- 4- كانت المقاومة الكهربائية النوعية لمعدن ما 0.02 أوم.متر وكانت قيمة معامل هول لهذا المعدن هي $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{C}$ وتم تطبيق مجال كهربائي مقداره 1 فولت/المتر عبر هذه المادة. استنتج المعلومات التي تعتقدها عن هذه المادة. (ملحوظة: يوجد على الأقل سبع متغيرات مختلفة يمكنك حسابها).
- 5- استنتج التعبير الرياضي لقانون أوم؟
- 6- ناقش باختصار الفروض الآتية:-
 (أ) إمكانية إهمال القوى المتبادلة بين الإلكترونات الحرة.
 (ب) إمكانية إهمال حجم مكونات الغاز الإلكتروني نسبة إلى الحجم الكلي الذي يشغله.
- 7- (أ) ارسم المخطط التوضيحي التي يستخدم لقياس تأثير هول عمليا مع كتابة اسم كل جزء؟
 (ب) لما يكون قياس تأثير هول عمليا للمواد شبه الموصلة أسهل منه في حالة المعادن؟

8- عينة بلورية لمادة شبه موصلة طولها 5 مم وعرضها 4 مم وسمكها 2 مم. عند تطبيق فرق جهد 2 فولت عبر طرفيها يمر تيار كهربى عبر طول العينة مقدار ه 40 ملى أمبير. تم تطبيق مجال مغناطيسى شدته 0.1 تسلا عمودى على السطح الكبير للعينة يتولد جهد هول مقدار ه 15 ملى فولت عبر عرض العينة. احسب: - أ- التوصيلية الكهربائية، ب- كثافة حاملات الشحنة، ج- الحركية وسرعة فىرمى لهذه المادة شبه الموصلة.

9- المقاومة الكهربائية النوعية لعينة نقيه من النحاس هى $1.72 \times 10^{-8} \Omega m$ وكان متوسط المسار الحر للإلكترونات هو 40nm عند 300K. عند إضافة 1% من النيكل بشكل متجانس إلى العينة ازداد متوسط المسار الحر للإلكترونات إلى 60nm. احسب المقاومة الكهربائية النوعية لعينة النحاس الجديدة (مع النيكل). (ملحوظة استخدم قاعدة مانثيزين)

10- استنتج التعبير الرياضى لطاقة فىرمى، سرعة فىرمى وكثافة الحالة للإلكترونات فى حالة غاز الإلكترونات الحرة فى بعدين؟

11- تكون غاز إلكترونى فى بعدين فى بئر كمي لمادة GaAs/AlGaAs وكان له كثافة حالة مقدارها $2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. بفرض أن الإلكترونات لها كتلة الإلكترون الحر، احسب طاقة فىرمى وسرعة فىرمى للإلكترونات.