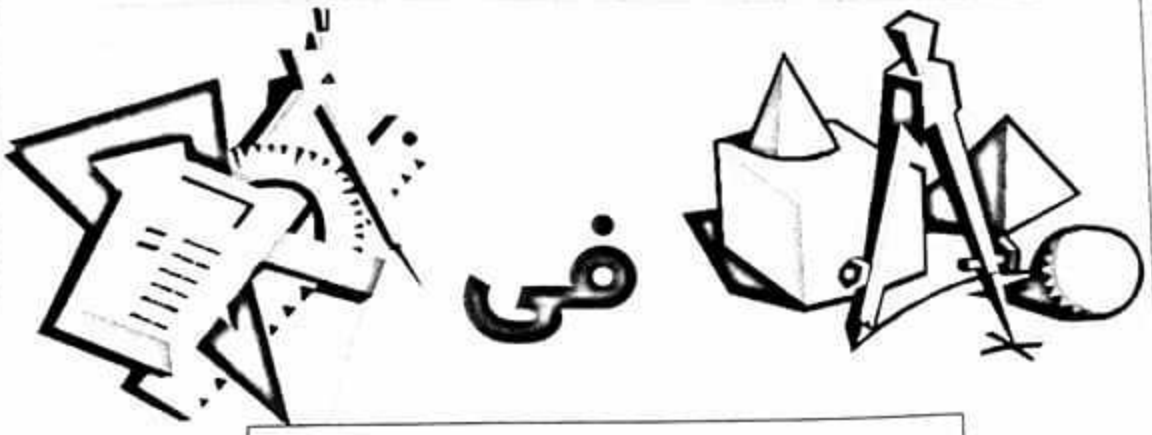
من الآخر



في

الإحصاء

للصف الثالث الثانوي

أ/محمود حسبو

هناك أوقات تشعر فيها أنها النهاية ....
ثم تكتشف أنها البداية .... فلا تيأس

مكتبة الطلبة للطباعة والتصوير

الوحدة الاولى

الارتباط

يمكنه استخدام ر، مجـ بدل ر، مجـ

معامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{ن \text{مجـ} س ص - \text{مجـ} س \times \text{مجـ} ص}{\sqrt{ن \text{مجـ} س^2 - (\text{مجـ} س)^2} \sqrt{ن \text{مجـ} ص^2 - (\text{مجـ} ص)^2}}$$

ملحوظة

اذا كانت $-1 \leq ر \leq -0.4$ يكون طردي ضعيف

$-0.4 > ر \geq -0.6$ يكون الارتباط طردي متوسط

$-0.6 > ر \geq -0.99$ طردي قوي

$ر = 1$ يكون طردي تام

$ر = صفر$ ارتباط منعدم "صفري"

مثال لدراسة العلاقة بين الكمية المعروضة (ص) من سلعة ما والسعر (س) بالجنيه كانت لدينا البيانات الآتية

س	9	7	3	6	1	4
ص	1	3	4	2	6	4

اوجد معامل ارتباط بيرسون وبين نوعه

الحل

س	ص	س²	ص²	س ص
9	1	81	1	9
6	3	36	9	18
3	4	9	16	12
7	2	49	4	14
1	6	1	36	6
4	4	16	16	16
المجموع 30	20	192	82	75

من الجدول ن = عدد القيم = 6

بالتعويض في القانون

$$ر = \frac{6 \times 75 - 30 \times 20}{\sqrt{6 \times 192 - (30)^2} \sqrt{6 \times 82 - (20)^2}}$$

$$\therefore ر = \frac{-150}{\sqrt{252} \sqrt{92}} = -0.98$$

اذا كانت سالبة يكون عكس موجب طردي

نوعة عكسي قوي

معامل ارتباط سبيرمان "الرتب"

$$ر = 1 - \frac{6 \text{مجـ} ف^2}{ن(ن^2 - 1)}$$

ف ← الفرق بين رتب س، ص

ن عدد ص

مثال

اوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين المتغيرين س، ص من الجدول الآتي

س	10	16	15	17	18
ص	5	7	8	6	9

الحل نرتب ص

	س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف²
1	10	5	1	1	0	0
2	16	7	3	2	0	0
3	15	8	2	4	-2	4
4	17	6	4	3	1	1
5	18	9	5	5	0	0
				المجموع	0	5

بالتعويض في القانون

$$ر = 1 - \frac{6 \times 5}{5(25-1)} = 0.9$$

لازم تساوي صفر

تدريب اجب بنفسك

[1] الجدول التالي يبين درجات ستة طلاب في مادة الاحصاء والرياضيات

س	22	25	19	24	25	13
ص	45	35	40	28	40	25

اوجد معامل الارتباط لسبيرمان بين س، ص وبين نوعه

الحل ر = 0.24 طردي ضعيف

[2] في دراسة العلاقة بين س، ص لستة اشخاص وجد أن مجـ س = 274، مجـ ص = 913

مجـ س² = 24364، مجـ ص² = 193624

مجـ س ص = 75260 اوجد معامل الارتباط الخطي لبيرسون

الحل ر = -0.61

ملحوظة الرمز Σ هو نفسه رمز ج

مثال الجدول التالي يبين تقديرات ٦ طلاب في مادتي الفيزياء والرياضيات

فيزياء	مقبول	جيد	ممتاز	ضعيف	جيد جداً	جيد
رياضيات	مقبول	جيد جداً	جيد جداً	مقبول	ممتاز	ضعيف

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان صيغة أولى

الحل

س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف^2
مقبول χ^2	مقبول χ^2	٢	٢,٥	-٠,٥	٠,٢٥
جيد ٣	جيد جداً ٤	٣,٥	٤,٥	-١	١
ممتاز ٦	جيد جداً ٥	٦	٤,٥	١,٥	٢,٢٥
ضعيف ١	مقبول χ^2	١	٢,٥	-١,٥	٢,٢٥
جيد جداً ٥	ممتاز ٦	٥	٦	-١	١
جيد χ^2	ضعيف ١	٢,٥	١	١,٥	٦,٢٥
			ج	٠	١٣

بالتعويض في القانون

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ١٣}{٣٥ \times ٦} = ٠,٦٢$$

$\therefore ن = ٦$

الارتباط طردي

تمرين اجب بنفسك

صد بيانات الجدول التالي احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س ، ص

س	ممتاز	مقبول	جيد	مقبول	جيد جداً	جيد جداً
ص	جيد جداً	مقبول	مقبول	جيد	جيد	ممتاز

الحل
ر = ٠,٧
توجد طردي

الانحدار

معادلة خط الانحدار ص على س

ص = أ س + ب

$$\text{لايجاد } أ = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{ن \Sigma س^2 - (\Sigma س)^2}$$

$$ب = \frac{\Sigma ص - أ \Sigma س}{ن}$$

نحصل على أ أولاً ثم نعوض لنحصل على ب ثم نعوض بهما في معادلة خط الانحدار

مثال صد بيانات الجدول التالي

س	٣	٥	٧	٦	٨	١٠
ص	٢	٤	٥	٤	٦	٨

(١) اوجد معادلة خط الانحدار

(٢) تنبأ بقيمة ص عندما س = ٤

الحل

تكون جدول مثل جدول بيرسون

س	ص	س^2	ص^2	س ص
٣	٢	٩	٤	٦
٥	٤	٢٥	١٦	٢٠
٧	٥	٤٩	٢٥	٣٥
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٦	٦٤	٣٦	٤٨
١٠	٨	١٠٠	٦٤	٨٠
٣٩	٢٩	٢٨٢	١٦١	٢١٣

$ن = ٦$

بالتعويض في القانون

$$أ = \frac{٦ \times ٢١٣ - ٣٩ \times ٢٩}{٦ \times ٢٨٢ - (٣٩)^2} = ٠,٨٣$$

$$ب = \frac{٢٩ - ٠,٨٣ \times ٣٩}{٦} = -٠,٥٦$$

$\therefore ص = ٠,٨٣ س - ٠,٥٦$ أو ع

عند س = ٤

$ص = ٠,٨٣ \times ٤ - ٠,٥٦ = ٢,٧٦$

ملحوظة هامة

الكلمة الخاصة بخط الانحدار هي أو جداً

ونظام اسئلة الامتحان يكون مستمر جدول يكون معطى قيم س ، ع ، ع^2 ، ص ، وهكذا

ويجرد تعويض في القانون فقط.

حفظ القوانين هام جداً

سؤال هام جدا

مثال اذا كان ن = ٥ ، مجـ س = ٤٥ ، مجـ س^٢ = ٣٠٢ ، مجـ ص = ٢٥٩ ، مجـ ص^٢ = ٣٢٠ ، مجـ س ص = ٢٢٠

[1] احسب معامل الارتباط لبيرسون بين س ، ص وعين نوعه

[2] قدر قيمة ص عندما س = ٩ باستخدام خط الانحدار

الحل

لايجاد معامل بيرسون

$$ر = \frac{ن \, مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{\sqrt{ن \, مجـ س^2 - (مجـ س)^2} \times \sqrt{ن \, مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}}$$

$$ر = \frac{٧ \times ٢٢٠ - ٤٥ \times ٤٩}{\sqrt{٧ \times ٢٥٩ - (٤٩)^2} \times \sqrt{٧ \times ٣٠٢ - (٤٥)^2}} = ٠,٣٤$$

نوعة طردي ضعيف

ايجاد خط الانحدار ايجاد ب ، أ

$$ب = \frac{ن \, مجـ س ص - مجـ س \, مجـ ص}{ن \, مجـ س^2 - (مجـ س)^2}$$ ← معامل انحدار ص على س

$$ب = \frac{٧ \times ٢٢٠ - ٤٥ \times ٤٩}{٧ \times ٢٥٩ - (٤٩)^2} = ٠,٢١٢٥$$

$$أ = \frac{مجـ ص - ب \, مجـ س}{ن} = \frac{٤٥ - ٠,٢١٢٥ \times ٤٩}{٧} = ٤,٣٤$$

بالتعويض في القانون ص = ب س + أ

ص = ٠,٢١٢٥ س + ٤,٣٤

عندما س = ٩

ثانيا ص = ٠,٢١٢٥ × ٩ + ٤,٣٤ = ٧,٠٥

تمرين اجب بنفسك

اذا كان ن = ٤ ، مجـ س = ٢٠ ، مجـ س^٢ = ٢٢٣ ، مجـ ص = ٢٦٠ ، مجـ ص^٢ = ٤٠٠ ، مجـ س ص = ٥ اوجد

[1] معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س ، ص

[2] معادلة خط الانحدار ص على س ثم اوجد ص عندما س = ٩

الحل

(١) ب = -٠,٢٨٥٠ ، ص = -٠,٢٨٥٠ س + ٧,٥٠ ، ٧,٥٠ (٢)

الوحدة الثانية

الاحتمال

تذكر قوانين الاحتمال

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

ل(أ ∩ ب') = ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب)

ل(أ ∪ ب') = ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

ل(أ)' = ١ - ل(أ)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

الاحتمال الشرطي

$$ل(أ/ب) = \frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(ب)} \qquad ل(ب/أ) = \frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(أ)}$$

اذا كان أ ، ب حدثان مستقلان

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

ل(أ/ب) = ل(أ)

اذا كان أ ، ب حدثان متنافيان

ل(أ ∩ ب) = صفر

مثال اذا كان ل(ب/أ) = ٢/٥ ، ل(أ) = ٣/٤

ل(ب/أ') = ٥/٨ اوجد ل(أ ∩ ب)

الحل

$$ل(ب/أ) = \frac{ل(أ ∩ ب)}{ل(أ)} \Rightarrow \frac{٢}{٥} = \frac{ل(أ ∩ ب)}{\frac{٣}{٤}}$$

$$ل(أ ∩ ب) = \frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٢٠}$$

$$ل(ب/أ') = \frac{ل(أ' ∩ ب)}{ل(أ')} = \frac{ل(ب) - ل(أ ∩ ب)}{١ - ل(أ)}$$

$$\frac{٥}{٨} = \frac{ل(ب) - \frac{٦}{٢٠}}{١ - \frac{٣}{٤}}$$

$$\frac{٥}{٨} = \frac{ل(ب) - \frac{٦}{٢٠}}{\frac{١}{٤}} \Rightarrow ل(ب) - \frac{٦}{٢٠} = \frac{٥}{٨} \times \frac{١}{٤}$$

$$ل(ب) - \frac{٦}{٢٠} = \frac{٥}{٣٢} \quad +\frac{٦}{٢٠}$$

$$\therefore ل(ب) = \frac{٤٩}{٣٢}$$

لايجاد ل(أ ∪ ب)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

$$= \frac{٣}{٤} + \frac{٤٩}{٣٢} - \frac{٦}{٢٠} = \frac{٥٩}{٣٢}$$

مثال إذا كان P ، Q حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان $ل(P)' = \frac{1}{4}$

$ل(Q/P') = \frac{2}{5}$ أو جد قيمة $ل(P \cap Q)$

الحل

$ل(P) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore ل(Q/P') = \frac{ل(P \cap Q')}{ل(P')} = \frac{ل(Q) - ل(P \cap Q)}{ل(P')}$

$\frac{2}{5} = \frac{\frac{3}{4} - ل(P \cap Q)}{\frac{1}{4}}$

$\frac{3}{4} - ل(P \cap Q) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$

$\frac{3}{4} - ل(P \cap Q) = \frac{3}{10}$

$ل(P \cap Q) = \frac{3}{4} - \frac{2}{10} = \frac{9}{20}$

مثال إذا كان P ، Q حدثين من فضاء العينة في تجربة عشوائية ما وكان $ل(P) = \frac{1}{2}$

$ل(Q) = \frac{5}{6}$ ، $ل(P \cup Q) = \frac{5}{12}$ أو جد

[1] $ل(P/Q)$ [2] $ل(Q'/P)$

[3] $ل(P \cap Q)$ إذا كان P ، Q حدثان مستقلان

الحل

[1] $ل(P/Q) = \frac{ل(P \cap Q)}{ل(Q)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{2}$

[2] $ل(Q'/P) = \frac{ل(P \cap Q')}{ل(P)} = \frac{ل(P) - ل(P \cap Q)}{ل(P)}$

$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{12}}{\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{6}$

[3] إذا كان P ، Q مستقلان

$ل(P \cap Q) = ل(P) \times ل(Q)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$

مثال إذا علم أن احتمال أن يكون الجو ممطراً ٠,٤٢ واحتمال أن يكون الجو عاصفاً هو ٠,٢٦ واحتمال أن يكون الجو ممطراً وعاصفاً ٠,١٤ أحسب احتمال كل من الاحداث الآتية

[1] أن يكون الجو ممطراً أو عاصفاً

[2] أن يكون الجو ممطراً حيث أنه غير عاصف

الحل

احتمال الجو ممطر $ل(P) = ٠,٤٢$

احتمال الجو عاصفاً $ل(Q) = ٠,٢٦$

احتمال ممطر وعاصف $ل(P \cap Q) = ٠,١٤$

[1] احتمال أن يكون الجو ممطراً أو عاصفاً $ل(P \cup Q)$

$ل(P \cup Q) = ل(P) + ل(Q) - ل(P \cap Q)$

$= ٠,٤٢ + ٠,٢٦ - ٠,١٤ = ٠,٤٦$

[2] ممطراً وغير عاصف

$ل(P \cap Q') = ل(P) - ل(P \cap Q)$

$= ٠,٤٢ - ٠,١٤ = ٠,٢٨$

مثال إذا كان P ، Q حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

$ل(Q) = ٠,٣$ ، $ل(P \cup Q) = ٠,٥$

أوجد $ل(P)$ إذا كان P ، Q

[1] حدثين متنافيين [2] $Q \subset P$

الحل

[1] حدثين متنافيين $\therefore ل(P \cap Q) = صفر$

$ل(P \cup Q) = ل(P) + ل(Q)$

$٠,٥ = ل(P) + ٠,٣$

$\therefore ل(P) = ٠,٥ - ٠,٣ = ٠,٢$ أو

$Q \subset P$

$\therefore ل(P \cap Q) = ل(Q)$

$\therefore ل(P) = ٠,٥$

نادرة حفظ

الوحدة الثالثة

المتغير العشوائي المتقطع

التوقع "المتوسط" μ = مجـ $س \cdot د(س)$

التباين $ع^2$ = مجـ $س^2 \cdot د(س) - \mu^2$

الانحراف المعياري $ع$ = $\sqrt{\text{التباين}}$

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط}} \times 100$

مثال: اذا كان $س$ متغيراً عشوائياً منقطعاً وتوزيعه الاحتمالي كالآتي:

$س_ر$	١	٢	٣	٤
$د(س_ر)$	٢و٠	$ب$	٤و٠	$أ$و٠

أوجد قيمة $ب$ ثم احسب كلاً من المتوسط والانحراف المعياري

الحل

∵ مجموع الاحتمالات = ١

٢و٠ + $ب$ + ٤و٠ + $أ$و٠ = ١

$ب$ + ٧و٠ = ١

$ب$ = ١ − ٧و٠ = **٣و٠**

$س$	$د(س)$	$س \cdot د(س)$	$س^2 \cdot د(س)$
١	٢و٠	٢و٠	٢و٠
٢	٣و٠	٦و٠	١و٢
٣	٤و٠	١و٢	٣و٦
٤	$أ$و٠	٤و٠	١و٦
المجموع	١	٤و٢	٦و٦

المتوسط μ = **٤و٢** دائماً العمود الثالث

التباين = ٦و٦ − (٤و٢)^2 = **٨٤و٠** العمود الرابع − العمود الثالث تربيعي

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{٨٤و٠}$ = **٩١٧و٠**

مثال: اذا كان $س$ متغيراً عشوائياً منقطعاً مداه {−٢، −١، ٠، ١، ٢} وكان ل$(س = ر) = \frac{ب + ر}{١٥}$ لكل $ر$ حيث $س$ أوجد قيمة $ب$ ثم أوجد الانحراف المعياري

الحل

نكون جدول ونعوض عن $ر$ بقيم كل حالة من حالات $س$

$س$	−٢	−١	٠	١	٢
$د(س)$	$\frac{ب-٢}{١٥}$	$\frac{ب-١}{١٥}$	$\frac{ب}{١٥}$	$\frac{ب+١}{١٥}$	$\frac{ب+٢}{١٥}$

∵ مجموع الاحتمالات = ١

$\frac{ب-٢}{١٥} + \frac{ب-١}{١٥} + \frac{ب}{١٥} + \frac{ب+١}{١٥} + \frac{ب+٢}{١٥} = ١$

$\frac{٥ب}{١٥} = ١ \leftarrow \frac{ب}{٣} = ١$ ∴ **ب = ٣**

نعوض عن كل ب = ٣

$س$	$د(س)$	$س \cdot د(س)$	$س^2 \cdot د(س)$
−٢	$\frac{١}{١٥}$	$\frac{٢}{١٥}$	$\frac{٤}{١٥}$
−١	$\frac{٢}{١٥}$	$\frac{٢}{١٥}$	$\frac{٢}{١٥}$
٠	$\frac{٣}{١٥}$	٠	٠
١	$\frac{٤}{١٥}$	$\frac{٤}{١٥}$	$\frac{٤}{١٥}$
٢	$\frac{٥}{١٥}$	$\frac{١٠}{١٥}$	$\frac{٢٠}{١٥}$
المجموع	١	$\frac{٢}{٣}$	٢

∴ المتوسط μ = $\frac{٢}{٣}$

التباين $ع^2$ = ٢ − $(\frac{٢}{٣})^2$ = $\frac{١٤}{٩}$

الانحراف = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{\frac{١٤}{٩}}$ = ١,٢٤٧

تمرين: اجب بنفسك

اذا كانت $س$ متغير عشوائي منقطع وكان د$(س) = \frac{س}{١٠}$ ، $س \in$ {١، ٢، ٣، ٤}

① أوجد $ك$ ② اكتب التوزيع الاحتمالي ③ أوجد التوقع والتباين

الحل: $ك$ = ١٠ ، μ = ٣ ، $ع^2$ = ١

المتغير العشوائي المتصل : $\frac{1}{2}$ مجموع $\frac{1}{2}$ احتمال $\times$ الفرق بين قيمتي $س$

$$ل(أ \leq س \leq ب) = \frac{1}{2}[د(أ) + د(ب)](ب - أ)$$

مثال اذا كان $س$ متغير عشوائياً متصلاً وكان

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س-1}{8} & 1 \leq س \leq 5 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(1) اثبت ان $د(س)$ هي دالة كثافة احتمال

(2) احسب $ل(2 < س < 3)$

الحل

$د(1) = \frac{1-1}{8} = \frac{0}{8} = صفر$ ، $د(5) = \frac{5-1}{8} = \frac{4}{8}$

$د(2) = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$ ، $د(3) = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8}$

لكي تثبت ان $د(س)$ دالة كثافة احتمال

لكي يكون $ل(1 \leq س \leq 5) = 1$

$$\frac{1}{2}[د(1) + د(5)](5-1)$$

$$\frac{1}{2}[0 + \frac{4}{8}] \times 4 = 1$$

∴ $د(س)$ دالة كثافة احتمال (أولاً)

$ل(2 < س < 3)$

$$\frac{1}{2}[د(2) + د(3)](3-2)$$

$$\frac{1}{2}[\frac{1}{8} + \frac{2}{8}] \times 1 = \frac{3}{16}$$ ثانياً

مثال اذا كان $س$ متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{4}(س+2) & 0 \leq س \leq 2 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اوجد قيمة $م$ ثم احسب $ل(\frac{1}{2} \leq س \leq \frac{3}{2})$

الحل

$د(0) = \frac{1}{4}(0+م) = \frac{م}{4}$ ، $د(2) = \frac{1}{4}(2+م) = \frac{2+م}{4}$

$ل(0 \leq س \leq 2) = 1$

$$\frac{1}{2}[د(0) + د(2)] \times (2-0) = 1$$

$$\frac{1}{2}[\frac{م}{4} + \frac{2+م}{4}] \times 2 = 1$$

$$\frac{2+2م}{4} = 1$$

$$2+2م = 4$$

$$2م = 2$$

$$م = 1$$

$د(س) = \frac{1}{4}(س+1) = \frac{1}{4}(س+1)$

$د(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}(\frac{1}{2}+1) = \frac{3}{8}$

$د(\frac{3}{2}) = \frac{1}{4}(\frac{3}{2}+1) = \frac{5}{8}$

∴ $ل(\frac{1}{2} \leq س \leq \frac{3}{2})$

$$\frac{1}{2}[د(\frac{1}{2}) + د(\frac{3}{2})](\frac{3}{2} - \frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2}[\frac{3}{8} + \frac{5}{8}] \times 1 = \frac{1}{2}$$

مثال اذا كان $س$ متغير عشوائي متصل

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{32}(س+4) & -4 \leq س \leq ك \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اوجد (1) قيمة $ك$

(2) $ل(س \leq 0)$ (3) $ل(-2 \leq س \leq 2)$

الحل

$ل(-ك \leq س \leq ك) = 1$

$\frac{1}{2} \times [د(-ك) + د(ك)](ك - -ك) = 1$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{32}[-ك+4 + ك+4] \times 2ك = 1$

$\frac{1}{128} \times 8 \times ك = 1$

$\frac{1}{4} \times ك = 1$ ← $ك = 4$ (أولاً)

$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{32}(س+4) & -4 \leq س \leq 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

$ل(س \leq 0) = ل(-4 \leq س \leq 0)$

$= \frac{1}{2}[د(-4) + د(0)](0 - -4)$

$\frac{1}{2}[0 + \frac{4}{32}] \times 4 = \frac{1}{4}$ ثانياً

(3) $ل(-2 \leq س \leq 2)$

$= \frac{1}{2}[د(-2) + د(2)](2 - -2)$

$\frac{1}{2} \times [\frac{3}{32} \times \frac{3}{4}] \times 4 = \frac{9}{128}$ ثالثاً

#مثالنا

الوحدة الرابعة: التوزيع الطبيعي

$$ل(أ \le س \le ب) = ل\left(\frac{أ-م}{ع} \le ص \le \frac{ب-م}{ع}\right)$$

ملاحظات هامة

[1] $ل(-ى \le ص \le -ك) = ل(ك \le ص \le ى)$ حيث ى، ك موجبة

$= ل(0 \le ص \le ى) - ل(0 \le ص \le ك)$

[2] $ل(-ك \le ص \le ى)$ حيث ك، ى مختلفتين في الإشارة

$= ل(0 \le ص \le ك) + ل(0 \le ص \le ى)$

[3] $ل(|ص| \le ى) = 2ل(0 \le ص \le ى)$

[4] $ل(ص \le ى) = 0.5 + ل(0 \le ص \le ى)$

[5] $ل(ص \ge ى) = 0.5 - ل(0 \le ص \le ى)$

مثال إذا كان س متغيراً عشوائياً توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي م = 15 والانحراف المعياري ع = 5 أوجد

[1] $ل(12 < س < 17)$

[2] قيمة ك حيث $ل(س < ك) = 0.2446$

الحل

$ل(12 < س < 17)$ باستخدام القانون الأول

$= ل\left(\frac{12-15}{5} < ص < \frac{17-15}{5}\right)$

$= ل(-0.6 < ص < 0.4)$ ← إشارة مختلفة

$= ل(0 < ص < 0.6) + ل(0 < ص < 0.4)$

$= 0.2257 + 0.1554 = 0.3811$ من جدول (1)

[2] $ل(س < ك) = 0.2446$

$ل\left(ص < \frac{ك-15}{5}\right) = 0.2446$

$0.5 - ل\left(0 < ص < \frac{ك-15}{5}\right) = 0.2446$

$ل\left(0 < ص < \frac{ك-15}{5}\right) = 0.2554$

$\frac{ك-15}{5} = -0.4$ من الجدول

$ك - 15 = -2$

$ك = 13$ ✓

مثال إذا كان س متغيراً عشوائياً توزيعاً طبيعياً متوسطه م = 10 والانحراف المعياري ع = 5

أوجد [1] $ل(س \le 12)$

[2] إذا كان $ل(س \ge ك) = 0.1056$ أوجد ك

الحل

[1] $ل(س \le 12)$

$ل\left(ص < \frac{12-10}{5}\right)$

$ل(ص < 0.4)$

$= 0.5 + ل(0 < ص < 0.4)$

$= 0.5 + 0.1554 = 0.6554$ ✓ (1 درجة)

$ل(س \ge ك) = 0.1056$

$ل\left(ص > \frac{ك-10}{5}\right) = 0.1056$

$0.5 - ل\left(0 \le ص \le \frac{ك-10}{5}\right) = 0.1056$

$ل\left(0 \le ص \le \frac{ك-10}{5}\right) = 0.3944$

$\frac{ك-10}{5} = 1.25$

$ك - 10 = 6.25$

$ك = 16.25$ ✓

مثال إذا كان أ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

$ل(ب) = 0.4$ ، $ل(أ \cup ب) = 0.76$

أوجد $ل(أ \cap ب)$

الحل

∵ أ، ب مستقلين

$ل(أ \cup ب) = ل(أ) \times ل(ب)$

$0.76 = ل(أ) \times 0.4$

$ل(أ) = \frac{0.76}{0.4} = 0.6$

$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب)$

$= 0.6 + 0.4 - 0.76 = 0.24$ ✓

الأسئلة الموضوعية

[1] اذا القي حجر نرد منتظم مره واحدة فان احتمال ظهور عدد زوجي = $\frac{1}{2}$ ، عدد اولي = $\frac{1}{2}$
عدد اولي زوجي = $\frac{1}{6}$ ، ظهور العدد 5 = $\frac{1}{6}$

[2] احتمال ظهور صوره او كتابه عند القاء قطعه نقود مره واحدة = $\frac{1}{2}$

[3] اذا كان A ، B حدثين مستقلين وكان $ل(A \cap B) = 0,2$
$ل(B) = 0,4$ فان $ل(A/B) = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$

[4] احتمال الحدث المؤكد = 1 ، والمستحيل = صفر

[5] اذا كان $ل(B) = \frac{1}{2}$ ، $ل(A \cup B) = \frac{5}{6}$ فان $ل(A' / B') = \frac{1}{3}$

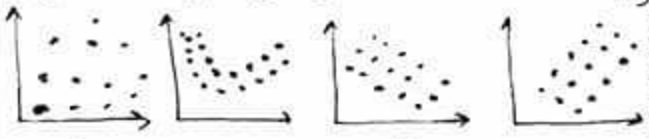
[6] اذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س هي

$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{اذا } س \geq 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

فان $ل(س > 2) = \frac{2}{3}$

[7] قيمة العامل الذي يمثل اقوى علاقة بين متغيرين هو ... $[-0,8 \text{ ، } 0,4 \text{ ، } 0 \text{ ، } 0,8]$

[8] شكل الانتشار الذي يمثل ارتباط طردي هو ...



الاجابه [أ]

[9] اذا كانت س متغيراً طبيعياً وسطه 40 وتباينه = 25 فان $ل(س \geq 45) = 0,2266$

[10] اذا كان س متغيراً عشوائياً صداه $\{-1, 0, 1, 2\}$ ودالة التوزيع الاحتمالي له هي $د(س) = \frac{س+2}{4}$ فان $ل_{ه} = [2]$

امثلة غير محلولة

[1] اذا كان $ل(A \cap B) = \frac{3}{8}$ ، $ل(B') = \frac{1}{4}$ فان $ل(A / B) = ...$

[2] اذا كان A ، B حدثين مستقلين وكان $ل(A) = 0,2$ ، $ل(A \cup B) = 0,8$ فان $ل(B) = ...$

[3] اذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي $ص = 2,0 س + 3$ فان قيمة ص المتوقعة عندما $س = 5$ هي ....

[4] اذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من متغيرين س ، ص حيث $ل(أ) = 0,4$ ، $ل(ب) = 0,5$ فان احتمال وقوع أحد الحدثين أ ، ب = ...

[5] اذا كان س متغيراً عشوائياً صداه $\{1, 2, 3\}$ فان الدالة التي تمثل دالة توزيع الاحتمال هي $د(س) = ...$

$[\frac{س+2}{8} \text{ ، } \frac{س+1}{3} \text{ ، } \frac{س}{6} \text{ ، } \frac{س^2+2}{6}]$

[6] اذا كان A ، B حدثين مستقلين وكان $ل(A) = 0,5$ ، $ل(B) = 0,6$ فان $ل(A \cup B) = ...$

[7] اذا كان A ، B حدثين مستقلين وكان $ل(A) = 0,6$ ، $ل(A \cap B) = 0,2$ فان $ل(A - B) = ...$

[8] اذا كان س متغيراً عشوائياً صعارياً فان $ل(|س| \geq 1)$ تساوي لاقرب رقمين عشريين = ...

[9] اذا كان $ل(A') = \frac{2}{5}$ ، $ل(A / B) = \frac{1}{2}$ فان $ل(A \cap B) = ...$

[10] اذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً وكان التوقع = 5 ، $ع^2_{س}(س) = 34$ فان الانحراف المعياري = ...

[11] اذا القي حجر نرد منتظم مره واحدة فان احتمال ظهور العدد "5" علماً بان العدد الظاهر فردي = ...

[12] اذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة احتمال له هي

$د(س) = \begin{cases} P & \text{عندما } -3 \leq س \leq 3 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

فان $P = ...$

[13] اذا كانت جميع النقط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم فان معامل الارتباط = ...

$[-1, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$

انتقل لما بعده