المراجعة النهائية

(المنهج كامل : ست ورقات فقط)

أ. محمود الرملى

مقدمة: (الإمتحان بيجى إزاى ؟!)

- **سؤال إجبارك :** عبارة عن خمس نقط أكمل و سؤال مقالى غالبا بيبقى على فكرة الإحتمالات . (بـ 9 درجات)
- **ثلاث أسئلة :** بتختار منهم إتنين . (كل سؤال بـ 8 درجات)

∴ **المجموع الكلى : ٢٥ درجة**

هنقسم الورق إزاك :

(هنقسم المهج أربع أجزاء بس)

(١) معامل الإرتباط : (بيرسون .... سبيرمان - خط الإنحدار)
بيجى عليه مسألتين ... كل مسألة بـ 4 درجات

(٢) الإحتمالات : عندنا نوعين من المسائل
سؤال أكمل بـ درجة .. مسألتين كل مسألة بـ 4 درجات

(٣) المتغير العشوائى : (متقطع .. متصل)
سؤال أكمل بـ درجة .. مسألتين كل مسألة بـ 4 درجات

(٤) المتغير الطبيعى : (المعيارك .. غير المعيارك)
سؤال أكمل بـ درجة .. مسألة واحدة بس بـ 4 درجات

(١) معامل الإرتباط :

القوانين

- معامل ارتباط سبيرمان

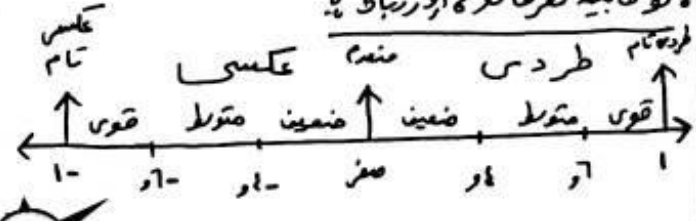
$$ر = ١ - \frac{٦ \text{مج ف}^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

- معامل ارتباط بيرسون

$$ر = \frac{ن \text{مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{ن \text{مج س}^٢ - (\text{مج س})^٢} \sqrt{ن \text{مج ص}^٢ - (\text{مج ص})^٢}}$$

فكرة فى الرياضيات

- لو حابب نعرف نوع الإرتباط ؟



• معامل الإرتباط لسبيرمان :

الفكرة الأولى :

مثال ١ الجدول التالى يبين التقديرات التى حصل عليها ثمانية طلاب فى إحدى الكليات فى مادتى الرياضيات والفيزياء .

رياضة	ممتاز	جيد	جيد جدا	جيد جدا	ضعيف	ممتاز	مقبول	جيد جدا
فيزياء	جيد جدا	جيد جدا	جيد	ممتاز	مقبول	ممتاز	مقبول	ممتاز

أوجد معامل إرتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه .

الحل

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف^٢
ممتاز	جيد جدا	١,٥	٤,٥	-٣	٩
جيد	جيد جدا	٦	٤,٥	١,٥	٢,٢٥
جيد جدا	جيد	٤	٦	-٢	٤
جيد جدا	ممتاز	٤	٢	٢	٤
ضعيف	مقبول	٨	٧,٥	٠,٥	٠,٢٥
ممتاز	ممتاز	١,٥	٢	-٠,٥	٠,٢٥
مقبول	مقبول	٧	٦,٥	٠,٥	٠,٢٥
جيد جدا	ممتاز	٤	٢	٢	٤
		مجـ	صفر		٢٤
			التأكيد		مجـ ف^٢

رتب س - رتب ص

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{مجـ ف}^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٢٤}{٨(٨^٢ - ١)} = \frac{٥}{٧} \simeq ٠,٧١$$

∴ نوع الإرتباط طردى قوى

تمارين

(1) الجدول التالى يبين تقديرات ستة طلاب فى إمتحان مادتى الرياضيات والكيمياء .

رياضيات	جيد جدا	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
كيمياء	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	ضعيف	ممتاز

إحسب معامل إرتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه . [-٠,٧١ عكسى قوى]

(2) فى دراسة مدى العلاقة بين مستوى الطلب فى مادتى البحصاء والإقتصاء بإحدى الكليات وجد أن

الإحصاء	مقبول	ضعيف	جيد جدا	جيد	مقبول	ممتاز
الإقتصاد	جيد جدا	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جدا

إحسب معامل إرتباط الرتب لسبيرمان وبين نوعه [٠,٤٤ طردى]

أ / محمود الرملى

FEKRA ICON MATH

الفكرة الثانية :

مثال ١ من بيانات الجدول التالى :

س	٤٠	٢٠	٢٧	٣٥	٤٥	٢٧
ص	٢٣	٣٠	٣٥	٢٣	١٧	٣٩

إحسب معامل إرتباط الرتب لسبيرمان وحدد نوعه .

الحل

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف^2
٤٠	٢٣	٢	٤,٥	-٢,٥	٦,٢٥
٢٠	٣٠	٦	٣	٣	٩
٢٧	٣٥	٤,٥	٢	٢,٥	٦,٢٥
٣٥	٢٣	٣	٤,٥	-١,٥	٢,٢٥
٤٥	١٧	١	٦	-٥	٢٥
٢٧	٣٩	٤,٥	١	٣,٥	١٢,٢٥
		مجـ	صفر		٦١

∴ $ر_س = ١ - \frac{٦ مجـ ف^2}{ن(ن^2 - ١)}$

$= ١ - \frac{٦ \times ٦١}{٦(٦^2 - ١)} = -٠,٤٣$

∴ لا ارتباط عكسى قوى

[لاحظ ن عدد قيم س أو ص]

تمارين

1- من بيانات الجدول التالى :

س	٤٠	٣٧	٣٥	٢٥	٢٩	٣٠
ص	١٨	١٧	١٧	١٥	١٦	١٥

إحسب معامل إرتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه [٠,٨٩ قوى طردى]

2- معامل الارتباط لبيرسون :

علاقة دائما من الدرجة الاولى

- المطلوب الاول يطلب فيه معامل ارتباط بيرسون
- المطلوب الثانى

← معادلة خط انحدار { ص على س / س على ص }

والأشهر معادلة خط انحدار ص على س

- معادلة خط انحدار ص على س

ص = أ س + ب حيث أ = $\frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{ن مجـ س^2 - (مجـ س)^2}$ ← نفس البسط لمعامل بيرسون

ب = $\frac{مجـ ص - أ مجـ س}{ن}$

- معادلة خط انحدار س على ص

س = جـ ص + د حيث جـ = $\frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{ن مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}$

د = $\frac{مجـ س - جـ مجـ ص}{ن}$

- العلاقة بين معامل خط الانحدار أ ، جـ ومعامل الارتباط ر :

$ر = \pm \sqrt{أ جـ}$ { لو أ ، جـ موجبين ← ر = $\sqrt{أ جـ}$ ، لو أ ، جـ سالبين ← ر = $-\sqrt{أ جـ}$ } [نادر إلا بتبيب]

الفكرة الأولى :

(يجيبلى المعطيات جاهزة ومحتاج أعوض فى القانون)

مثال ١ إذا كان مجـ س = 3 ، مجـ ص = صفر ، مجـ س^2 = 19 ،

مجـ ص^2 = 280 ، مجـ س ص = 70 ، ن = 6 .

1. إحسب معامل الإرتباط الخطى بين س و ص و حدد نوعه .

2. أوجد معادلة خط إنحدار ص على س ثم أوجد ص عندما س = 5

الحل

① ∴ $ر = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{\sqrt{ن مجـ س^2 - (مجـ س)^2} \sqrt{ن مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}} = \frac{٦ \times ٧٠ - ٣ \times ٠}{\sqrt{٦ \times ١٩ - (٣)^2} \sqrt{٦ \times ٢٨٠ - (٠)^2}}$ = ١

∴ لا ارتباط طردى تام لأن ر = ١

② ∴ ص = أ س + ب

أ = $\frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{ن مجـ س^2 - (مجـ س)^2} = \frac{٦ \times ٧٠ - ٣ \times ٠}{٦ \times ١٩ - (٣)^2}$ = ٤

ب = $\frac{مجـ ص - أ مجـ س}{ن} = \frac{٠ - ٤ \times ٣}{٦}$ = -٢

∴ ص = ٤ س - ٢ وعندما س = ٥ فإن ص = ٤ (٥) - ٢ = ١٨ *

تمارين

① فى دراسة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص حصلنا على النتائج : ن = 10 ، مجـ س = 35 ، مجـ ص = 60 ،

مجـ س ص = 187 ، مجـ س^2 = 134 ، مجـ ص^2 = 406

أوجد : 1 - معادلة خط إنحدار ص على س .

2 - معامل الإرتباط الخطى لبيرسون بين س و ص و حدد نوعه [ص = -٢ س + ١٣ ، ر = -١ (عكسى تام)]

② الإحتمالات :

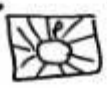
القوانين: (بتتفهم مش بتتحفظ)

[1] حدث وقوع P أو ب كليهما ⇐ وقوع أي عدد الأشياء
وقوع أحد الأشياء على الأقل [تدل على الاتحاد ∪]

$\therefore ل(P \cup ب) = ل(P) + ل(ب) - ل(P \cap ب)$

[2] حدثه وقوع P و ب معًا ⇐ وقوع الشيء معًا
$ل(P \cap ب) = ل(P) + ل(ب) - ل(P \cup ب)$ [تدل على التقاطع]

[3] حدث عدم وقوع P [تدل على المكملة]



$ل(P)' = 1 - ل(P)$ [أي مكملة = 1 - الباقية دي]

FEKRA

[4] وقوع P و لا يتم وقوع ب ⇐ وقوع P فقط
$ل(P \cap ب') \Leftarrow ل(P - ب)$

[5] وقوع ب أو عدم وقوع P ⇐ عدم وقوع P فقط
$ل(ب \cup P') \Leftarrow ل(P - ب)'$

[6] عدم وقوع الشيء معًا أو وقوع أحد الشيء على الأكثر
[مزدوج بيضاوي لقوة الإتحاد رقم 1] $\Leftarrow ل(P \cap ب)'$

IT'S N

[7] عدم وقوع أي عدد الأشياء ⇐ عدم وقوع P وعدم وقوع ب
$ل(P' \cap ب') = ل(P \cup ب)' \Leftarrow$

[8] وقوع أحد الشيء فقط ⇐ وقوع أحد الشيء دون الآخر.
$ل(P - ب) \cup ل(ب - P) \Leftarrow$

MATH

حالات خاصة

إذا كان P ، ب

حدثين متنافيين
$\therefore ل(P \cap ب) =$ صفر لأن $P \cap ب = \emptyset$

ساعات بتيجي أعمل

حدثين غير متنافيين
$P \cap ب \neq \emptyset$

$ل(P \cup ب) = ل(P) + ل(ب)$
$ل(P \cap ب) = ل(P) + ل(ب) - ل(P \cup ب)$

حدث بالبدل

← حل المسائل الكلامية :

احتمال أي حدث = عدد عناصر الحدث / عدد عناصر فضاء العينة

• الإحتمال محصور بين صفر و 1

$0 \leq ل(\text{أي حدث}) \leq 1$

حدث مستحيل ⇐ لا يحدث ⇐ احتماله صفر

حدث مؤكد ⇐ يحدث دائمًا ⇐ احتماله 1

مثال ٢ في دراسة للعلاقة بين متغيرين س و ص وجد أن :
مجـ س = 620 ، مجـ ص = 60 ، مجـ $س^2$ = 40570 ،
مجـ $ص^2$ = 390 ، مجـ س ص = 3951 ، ن = 10 .
أوجد : 1 - معامل الإرتباط الخطي لبيرسون بين س و ص
2 - قدر قيمة س عندما ص = 6 بإستخدام خط الإنحدار المناسب

الحل

①
$ر = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{\sqrt{ن مجـ س^2 - (مجـ س)^2} \sqrt{ن مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}}$

$= \frac{10 \times 3951 - 620 \times 60}{\sqrt{10 \times 40570 - (620)^2} \sqrt{10 \times 390 - (60)^2}}$

$= \frac{39510 - 37200}{\sqrt{405700 - 384400} \sqrt{3900 - 3600}} \approx$ **٠٫٩١**

② قدر قيمة س عندما ص = 6 ⇐ هو أوجد معادلة خط انحدار س على ص

$\therefore س = جـ ص + د$

$جـ = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{ن مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2} = \frac{10 \times 3951 - 620 \times 60}{10 \times 390 - 3600} =$ **٧٫٧**

$د = \frac{مجـ س - جـ مجـ ص}{ن} = \frac{620 - 7.7 \times 60}{10} =$ **١٥٫٨**

$\therefore س = 7.7 ص + 15.8$ وعندما ص = 6

$\therefore س = 7.7 \times 6 + 15.8 =$ **٦٢**

مثال ٣ الجدول يوضح علاقة بين الكمية المعروضة ص والسعر س

السعر س	٩	٦	٣	٧	١	٤
الكمية ص	١	٣	٤	٢	٦	٤

أوجد معامل إرتباط بيرسون و بين نوعه

الحل

س	ص	$س^2$	$ص^2$	س ص
٩	١	٨١	١	٩
٦	٣	٣٦	٩	١٨
٣	٤	٩	١٦	١٢
٧	٢	٤٩	٤	١٤
١	٦	١	٣٦	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
مجـ س = ٣٠	مجـ ص = ٢٠	مجـ $س^2$ = ١٩٢	مجـ $ص^2$ = ٨٢	مجـ س ص = ٧٥

على الآلة: Mode 3 2 (-) 81 , 1 , 36 , 9 , 9 , 4 , 49 , 4 , 1 , 36 , 16 , 16 Shift 1 3 = = =

$ر = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س مجـ ص}{\sqrt{ن مجـ س^2 - (مجـ س)^2} \sqrt{ن مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2}}$

$= \frac{6 \times 75 - 30 \times 20}{\sqrt{6 \times 192 - (30)^2} \sqrt{6 \times 82 - (20)^2}} =$ **-٠٫٩٨٥** ⇐ عكسي قوي

مثال ١ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ل(ب) = $\frac{5}{6}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{5}{12}$

أوجد: ل(أ ∪ ب) ، ل(أ′ ∩ ب′) ، ل(أ′ ∪ ب)

الحل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}$ = $\frac{11}{12}$

ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = 1 − ل(أ ∪ ب) = 1 − $\frac{11}{12}$ = $\frac{1}{12}$

ل(أ′ ∪ ب) = 1 − ل(أ − ب) = 1 − [ل(أ) − ل(أ ∩ ب)]

= 1 − [$\frac{1}{2} - \frac{5}{12}$] = $\frac{11}{12}$

مثال ٢ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = $\frac{2}{3}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{2}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{3}{4}$

أوجد: ل(أ ∩ ب) ، ل(أ′ ∪ ب′)

الحل

∵ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

= $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ = $\frac{5}{12}$

ل(أ′ ∪ ب′) = 1 − ل(أ ∩ ب)

= 1 − $\frac{5}{12}$ = $\frac{7}{12}$

مثال ٣ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = 2ل(ب) ، ل(أ ∩ ب) = 0,2

ل(أ ∪ ب) = 0,7 أوجد: ل(أ) ، ل(أ′ ∩ ب)

الحل

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(ب) = $\frac{1}{2}$ ل(أ)

0,7 = ل(أ) + $\frac{1}{2}$ ل(أ) − 0,2

∴ $\frac{3}{2}$ ل(أ) = 0,9 [× $\frac{2}{3}$] ⇐ ∴ ل(أ) = 0,6

ل(أ′ ∩ ب) = ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{1}{2}$ ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{1}{2}$ × 0,6 − 0,2 = 0,1

مثال ٤ إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ل(أ′) ، ل(ب) = $\frac{1}{3}$ ل(أ)

أوجد: ل(ب) ، ل(أ − ب) ، ل(أ′ ∪ ب′) ، ل(أ′ ∩ ب′)

الحل

∵ أ، ب متنافيين ⇐ ∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

∵ ل(أ′) = 1 − ل(أ)

∴ 2ل(أ) = 1 ⇐ ∴ ل(أ) = $\frac{1}{2}$

∴ ل(ب) = $\frac{1}{3}$ × $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{6}$

∴ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{2}$ − صفر = $\frac{1}{2}$

∴ ل(أ′ ∪ ب′) = ل(أ ∩ ب)′ = 1 − ل(أ ∩ ب) = 1 − 0 = 1

∴ ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = 1 − ل(أ ∪ ب)

= 1 − [ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)]

= 1 − [$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ − 0] = $\frac{1}{3}$

مثال ٥ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان: ل(أ) = 0,52 ، ل(ب) = 0,44 ، ل(أ ∪ ب) = 0,64 أوجد: أ- إحتمال وقوع ب وعدم وقوع أ.

ب- إحتمال عدم وقوع أ و ب معا.

ج- إحتمال عدم وقوع أى من الحدثين.

الحل

EKRA

(أ) ل(ب ∪ أ′) = ل(ب − أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = 0,64 − 0,44 = 0,20

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) ∴ 0,64 = 0,52 + 0,44 − ل(أ ∩ ب) ∴ ل(أ ∩ ب) = 0,32

(ب) ل(أ ∩ ب)′ = 1 − ل(أ ∩ ب) = 1 − 0,32 = 0,68

I ? N

(ج) إحتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب

= ل(أ′ ∪ ب′) = ل(أ ∩ ب)′ = 1 − ل(أ ∪ ب) = 1 − 0,64 = 0,36

MATH

مثال ٦ فصل دراسى به 50 طالب منهم 30 يدرسون الفيزياء، 24 يدرسون الرياضيات، 10 طلاب يدرسون الفيزياء والرياضيات معا، فإذا اختير طالب عشوائى أوجد احتمال أن يكون أ- ممن يدرسون مادة واحدة فقط.

ب- لا يدرس أيا من المادتين.

الحل

نفرض أن ل(أ) هو احتمال أن يكون الطالب دارس للفيزياء

∵ ل(أ) = عدد عناصر الحدث / عدد عناصر فضاء العينة = $\frac{30}{50}$ = $\frac{3}{5}$

نفرض أن ل(ب) هو احتمال أن يكون الطالب دارس للرياضيات

∵ ل(ب) = عدد عناصر الحدث / عدد عناصر فضاء العينة = $\frac{24}{50}$ = $\frac{12}{25}$

ل(أ ∩ ب) = 0,2 = $\frac{1}{5}$ معطى

ل(أ − ب) ∪ ل(ب − أ) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{12}{25} - \frac{1}{5}$ = $\frac{17}{25}$

ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = 1 − ل(أ ∪ ب) = 1 − $\frac{22}{25}$ = $\frac{3}{25}$

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{3}{5} + \frac{12}{25} - \frac{1}{5}$ = $\frac{22}{25}$

تمارين :

1/ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية
ماوكان: ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{4}$ ، ل(أ∪ب′) = $\frac{7}{8}$
أوجد: ل(أ∩ب′) ، ل(أ∩ب) ، ل(أ′∪ب′) [$\frac{3}{8}$ ، $\frac{1}{8}$ ، $\frac{7}{8}$]

2/ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية
ماوكان: ل(أ′) = $\frac{1}{2}$ ، ل(أ−ب) = $\frac{1}{4}$ ، ل(أ∪ب) = $\frac{3}{4}$
أوجد: ل(أ) ، ل(ب) ، ل(أ′∪ب′) [$\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{7}{12}$]

3/ إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ماوكان: ل(ب′) = $\frac{3}{4}$ ، ل(أ∪ب) = $\frac{2}{3}$
أوجد: ل(أ) [$\frac{5}{12}$]

٣ المتغير العشوائى :

عندنا نوعين من المتغير العشوائى : متقطع ، متصل

أ- المتغير العشوائى المتقطع :

عندنا أربع قوانين هـ-

١ الوسط الحسابى ك التوقع ك المتوسط ← ورمزها (μ) ← ميو

μ = مجـ س ر . د(س ر)

حيث : مجـ د(س ر) = ١ ← بتستخدمها لما يكون الثابت

٢ التباين :- (σ^2)

σ^2 = مجـ س ر^2 . د(س ر) − μ^2

٣ الانحراف المعيارى (σ) ← سيجما

σ = √التباين = √σ^2

٤ معامل الاختلاف :-

ل = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠ ٪

مثال ١ إذا كان س متغير عشوائى متقطع توزيعه الاحتمالى كالاتى :

س ر	-٢	-١	١	٣
د(س ر)	,١٥	,٢٥	,٢٥	ك

أوجد :
أ- قيمة ك. ب- التوقع والتباين ومعامل الاختلاف

الحل

مجـ د(س ر) = ١
∴ ,١٥ + ,٢٥ + ,٢٥ + ك = ١
∴ ك = ١ − ,٦٥ = ,٣٥

س ر	د(س ر)	س ر . د(س ر)	س ر^2	س ر^2 . د(س ر)
-٢	,١٥	-,٣	٤	,٦
-١	,٢٥	-,٢٥	١	,٢٥
١	,٢٥	,٢٥	١	,٢٥
٣	,٣٥	١,٠٥	٩	٣,١٥
مجـ		,٧٥		٤,٢٥

∴ التوقع = μ = مجـ س ر . د(س ر) = ,٧٥

التباين = σ^2 = مجـ س ر^2 . د(س ر) − μ^2
= ٤,٢٥ − (,٧٥)^2 = ٣,٦٨٧٥

∴ ك (الانحراف المعيارى) = √σ^2 = √٣,٦٨٧٥ = ١,٩٢

∴ معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠ ٪ = $\frac{١,٩٢}{,٧٥}$ × ١٠٠ ٪
= ٢٥٦ ٪

مثال ٢ إذا كان س متغير عشوائى متقطع توزيعه الاحتمالى يتحدد بالدالة د : د(س) = $\frac{س+4}{16}$ ، س = -2 ، -1 ، ١ ، م . أوجد: أ- قيمة م. ب- المتوسط والتباين.

الحل

∴ مجـ د(س ر) = ١

$\frac{-2+4}{16} + \frac{-1+4}{16} + \frac{1+4}{16} + \frac{م+4}{16} = 1$ [× ١٦]

٢ + ٣ + ٥ + م + ٤ = ١٦ ⇐ م = ٢

س ر	د(س ر)	س ر . د(س ر)	س ر^2	س ر^2 . د(س ر)
-٢	$\frac{2}{16}$	$\frac{-4}{16}$	٤	$\frac{8}{16}$
-١	$\frac{3}{16}$	$\frac{-3}{16}$	١	$\frac{3}{16}$
١	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	١	$\frac{5}{16}$
٢	$\frac{6}{16}$	$\frac{12}{16}$	٤	$\frac{24}{16}$
مجـ	١	$\frac{10}{16}$		$\frac{40}{16}$

التوسط الحسابى = μ = مجـ س ر . د(س ر) = $\frac{10}{16}$ = ,٦٢٥

التباين σ^2 = مجـ س ر^2 . د(س ر) − μ^2
= $\frac{40}{16}$ − ($\frac{10}{16}$)^2 = ٢,١١

مثال ٣ إذا كان س متغير عشوائى متقطع متوسطه = 1,5

توزيعه الاحتمالى كالاتى :

س ر	-٢	١	ك	٤
د (س ر)	م	٢م	٠,٥	م

أوجد : قيمتى ك ، م.

الحل

∵ مج د(س ر) = ١ [قاعدة]

∴ م + ٢م + ٠,٥ + م = ١

٤م = ٠,٥ ⇐ $م = \frac{1}{8}$

ولإيجاد ك :

س س	-٢	١	ك	٤
د(س س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	٠,٥	$\frac{1}{8}$

∵ المتوسط (الأمل) = ١,٥ معطى

∴ مج س هـ . د(س هـ) = ١,٥

∴ $-2 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{2}{8} + ك \times 0,5 + 4 \times \frac{1}{8} = 1,5$

∴ $ك = \frac{11}{4}$

ب - المتغير العشوائى المتصل :

ل(م ≤ س ≤ ب) = ١

تسمى دالة كثافة الإحتمال

القاعدة هى

$ل(م \le س \le ب) = \frac{1}{2}[د(م) + د(ب)] \times (ب - م)$

هستفهم إزاى بتعمل مع الأصلة بإذن الله

مثال ١ س متغير عشوائى متصل دالة كثافة البحتمال له هى :

$$د(س) = \begin{cases} \frac{2}{45}(س + 5) & 1 \le س \le 4 \\ صفر & فيما عدا ذلك \end{cases}$$

أ - بين أن : ل(1 ≤ س ≤ 4) = 1

ب - إحسب ل(س > 3)

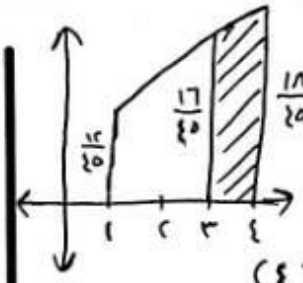
جـ - إحسب ل(2 ≤ س < 7)

الحل

عشان نرسم نعوض أول بحدود $1 \le س \le 4$ من الدالة $\frac{2}{45}(س + 5)$

د(١) = $\frac{2}{45}(1+5)$ = $\frac{12}{45}$

د(٤) = $\frac{2}{45}(4+5)$ = $\frac{18}{45}$



① ∴ ل(١ ≤ س ≤ ٤) = ½ [مجموع الدالتين] × فرق السينات

= ½ [$\frac{18}{45} + \frac{12}{45}$] × (٤ - ١) = ١

② ل(٣ < س < ٤) = ل(٣ < س ≤ ٤)

∵ د(٣) = $\frac{2}{45}(3+5)$ = $\frac{16}{45}$

∴ ل(٣ < س < ٤) = ½ [$\frac{14}{45} + \frac{18}{45}$] (٤ - ٣) = $\frac{17}{45}$

③ ل(٢ < س < ٧) = ل(٢ < س < ٤) [لأن س أقل من ٤ فى الدالة]

∵ د(٢) = $\frac{2}{45}(2+5)$ = $\frac{14}{45}$

∴ ل(٢ < س < ٧) = ½ [$\frac{14}{45} + \frac{18}{45}$] (٤ - ٢) = $\frac{32}{45}$

مثال ٢ س متغير عشوائى متصل دالة كثافة البحتمال له هى :

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{6}س + ك & 0 \le س \le 3 \\ صفر & فيما عدا ذلك \end{cases}$$

أوجد قيمة ك.

الحل

∵ الدالة س متغير عشوائى متصل

∴ ل(٠ ≤ س ≤ ٣) = ١

د(٠) = $\frac{1}{6}س + ك = \frac{1}{6}(0) + ك = ك$

د(٣) = $\frac{1}{6}(3) + ك = \frac{1}{2} + ك$

∵ ل(٠ ≤ س ≤ ٣) = ½ [مجموع الدالتين] × فرق السينات

١ = ½ [ك + ½ + ك] (٣ - ٠)

٣ك + ٣/٢ = ١ ⇐ $ك = \frac{1}{12}$ ✱

للأمانة : كده إنت داخل الإمتحان ومعاك ٣ أجزاء بس و زى ماقلنا الجزء الرابع بيتكلم عن المتغير الطبيعى المعيارى و ده بيجى عليه مسألة واحدة بس بـ ٤ درجات .

وبكده إنت ضامن بإذن الله ع الأقل ٢٠ / ٢٥ لأن هيبقى فيه سؤال اختيارى ممكن تسيب السؤال اللى فيه المتغير الطبيعى المعيارى وبكده تضمن تقفل إن شاء الله

لا تنسانى من دعائك بظهر الغيب

EKRA MATH
فكرة فى الرياضيات