٣ث هندسة فراغية

ليلة الإمتحان

إجابة المسائل الواردة من الوزارة (مكتب مستشار الرياضيات)

أشرف حسن

بنها - قليوبية

٠١٢٢ ٧٢٧ ٨٠٨٤

مراجعة هندسة فراغية

الصف الثالث

إختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كانت جـ = (−١ , ٦ , −٥) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(ك−٢ , −١ , ٢م+٣) ، ب(٢ , ن−٧ , −٢) فإن ك+٢م+ن= .....

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) −٤ (د) ٥

---

(٢) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = ($\frac{-١}{٢}$, $\frac{٢}{٤}$, ك) متجه وحدة فإن ك = ...

(أ) $\pm\frac{٣}{٤}$ (ب) $\pm\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{٥}$

---

(٣) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (− , ٤ , ك) ، $\overrightarrow{ب}$ = ٢$\overrightarrow{س}$+٢$\overrightarrow{ص}$+$\overrightarrow{ع}$ وكان طول $\overline{أب}$= $\sqrt{٧٧}$ فإن إحدى قيم ك هى .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٩

---

(٤) معادلة الكرة التى مركزها (٢ , −٣ , ١) وطول نصف قطرها ٢ $\sqrt{٥}$ هى ....

(أ) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع− ١)^٢=٢ $\sqrt{٥}$ (ب) (س+٢)^٢+(ص−٣)^٢+(ع + ١)^٢=٢٠

(جـ) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع− ١)^٢=٢٠ (د) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع− ١)^٢= ٥

---

(٥) الصورة القياسية لمعادلة الكرة التى مركزها (٢ , −٣ , ٤) وتمس المستوى س ص هى ....

(أ) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع −٤)^٢=٤ (ب) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع− ٤)^٢=٩

(جـ) (س−٢)^٢+(ص+٣)^٢+(ع− ٤)^٢=١٦ (د) (س+٢)^٢+(ص−٣)^٢+(ع + ٤)^٢=١٦

---

(٦) إذا كانت ٣س^٢ + ٣ص^٢ + ٣ع^٢ +١٨س − ١٢ص + ٣٠ع− ٢٤ = صفر فإن مركزها يساوى.......

(أ) (٣ ، −٢ ، ٥) (ب) (−٣ ، ٢ ، −٥) (جـ) (٩ ، −٦ ، ١٥) (د) (−٩ ، −٦ ، −١٥)

---

(٧) إذا كانت س^٢ + ص^٢+ ع^٢− ٤ك س + ٤ ص −٨ع+ ٢ك = ، معادلة كرة طول قطرها ٤ $\sqrt{٥}$ حيث ك ∈ ح فإن ك =....

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

(٨) إذا كانت النقطة (−٢ ، ٤ ، م) تقع على الكرة (س +٢)^٢ + (ص − ١)^٢ +(ع− ٣)^٢ = ٢٥ فإن م = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩

[1] $ج = \frac{أ+ب}{٢} \leftarrow (-١ ، ٦ ، -٥) = \frac{(ل ، ن-٨ ، ٢م+١)}{٢}$

$\therefore \frac{ل}{٢} = -١ \leftarrow ل = -٢$ ، $\frac{ن-٨}{٢} = ٦ \leftarrow ن = ٢٠$ ، $\frac{٢م+١}{٢} = -٥ \leftarrow م = -١١$

$\therefore ل + ٢م + ن = ٧$

[2] $\because$ أ متجه وحدة $\therefore \sqrt{(\frac{١}{٢})^٢ + (\frac{٣}{٤})^٢ + ل^٢} = ١$ $\therefore ل = \pm \frac{\sqrt{٣}}{٤}$

[3] $أب = \sqrt{(٢+١)^٢ + (٢-٤)^٢ + (١-ل)^٢} = ٢\sqrt{٧}$ بتربيع الطرفين

$\therefore ل = ٩$

[4] معادلة الكرة $(س-٢)^٢ + (ص+٣)^٢ + (ع-١)^٢ = ٢٠$

[5] الصورة القياسية $(س-٢)^٢ + (ص+٣)^٢ + (ع-٤)^٢ = (٤)^٢ = ١٦$

[6] مركز الكرة $م = \left(\frac{-معامل\ س}{٢} ، \frac{-معامل\ ص}{٢} ، \frac{-معامل\ ع}{٢}\right)$

بعد القسمة $\div ٣ \leftarrow س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٦س - ٤ص + ١٠ع - ٨ = ٠$

$م = (-٣ ، ٢ ، -٥)$

[7] نصف القطر $= ٢\sqrt{٥} = \sqrt{(+٢ل)^٢ + (-٢)^٢ + (٤)^٢ - ٢ل} = ٢\sqrt{٥}$

$\because ل \in ح^+$ $\therefore ل = ٠$ ، $ل = \frac{١}{٢} \Leftarrow ل = \frac{١}{٢}$

[8] $\because$ النقطة تقع على الكرة $\therefore$ تحقق معادلة الكرة

$(-٢+٢)^٢ + (٤-١)^٢ + (م-٣)^٢ = ٢٥$

$م = ٧$

٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤
أ/ أشرف حسن
خبير الرياضيات والميكانيكا

(٩) إذا قطع محور السينات الكرة التى مركزها (٣ ، −٤ ، ١٢) و طول نصف قطرها ١٣ وحدة طول فى النقطتين أ ، ب فإن طول $\overline{أب}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ١٢ (ج) ٨ (د) ٦

---

(١٠) إذا كان أ ب جـ مثلث فيه أ (١ ، ٢ ، ٣) ، ب (٠ ، ١ ، ٢) ، جـ (٢ ، ١ ، ٠) فإن طول المتوسط المرسوم من الرأس ... يساوى ....

(أ) [illegible] (ب) $٢\sqrt{٥}$ (ج) ٥ (د) ١٠

---

(١١) إذا كان $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة $(س-٥)^٢ + (ص+٢)^٢ + (ع-١)^٢ = ٢٥$ حيث أ (٨ ، −١ ، ٢) فإن ب هى ....

(أ) (٢ ، −٣ ، [illegible]) (ب) (١٠ ، −٤ ، ٥) (ج) (٢ ، −٣ ، ٠) (د) (١٠ ، ٣ ، ٦)

---

(١٢) إذا كان $\vec{أ}$ = (−١ ، ٤ ، ٢) ، $\vec{ب}$ = ٢$\vec{س}$ + ٢$\vec{ص}$ + $\vec{ع}$ فإن مركبة $\vec{أ}$ فى إتجاه $\vec{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٨}{٣}$ (ب) $\frac{٧}{٣}$ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) ٨

---

(١٣) إذا كان $\vec{أ}$ = (١ ، −١ ، ٢) ، $\vec{ب}$ = (٠ ، ٢ ، ٣) ، $\vec{جـ}$ = (−٢ ، ١ ، ٠) فإن ‖٣$\vec{أ}$ − $\vec{ب}$ + $\vec{جـ}$‖ = ...

(أ) $٨\sqrt{٣}$ (ب) ١١ (ج) ١٢ (د) $٧\sqrt{٢}$

---

(١٤) طول العمود المرسوم من النقطة (−٢ ، −٣ ، ١) على محور السينات يساوى ......

(أ) ٢ (ب) $\sqrt{١٣}$ (ج) $\sqrt{١٠}$ (د) ٥

---

(١٥) إذا كان $\vec{أ}$ = (−٧ ، ٣ ، ١٠) ، $\vec{ب}$ = (−٤ ، −١ ، −٢) فإن متجه الوحدة فى اتجاه $\overrightarrow{أب}$ = ...

(أ) $(\frac{٣}{١٣} ، \frac{٤}{١٣} ، \frac{١٢}{١٣})$ (ب) $(\frac{٣}{١٣} ، \frac{-٤}{١٣} ، \frac{-١٢}{١٣})$ (ج) $(\frac{-٣}{١٣} ، \frac{٤}{١٣} ، \frac{١٢}{١٣})$ (د) $(\frac{-٣}{١٣} ، \frac{-٤}{١٣} ، \frac{-١٢}{١٣})$

---

(١٦) إذا كان $\vec{أ}$ = (١ ، ٢ ، −٤) ، $\vec{ب}$ = (١ ، ١ ، ك−١) وكان ‖ $\vec{أ}$ + $\vec{ب}$ ‖ = ٧ وحدة طول حيث ...

فإن ك = ...

(أ) ١٠ (ب) ٨ (ج) ١١ (د) ١٢

---

(١٧) إذا كان $\vec{أ}$ = ٢$\vec{س}$ + ٣$\vec{ص}$ + ك$\vec{ع}$ ، $\vec{ب}$ = −٦$\vec{س}$ − ٤$\vec{ص}$ + ٤$\vec{ع}$ وكان $\vec{أ} \perp \vec{ب}$ فإن ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ١٠

٩) نفرض أن الكرة تقطع محور س في أ (أ، ٠، ٠) ، ب (ب، ٠، ٠)

مركزها م ∵ م أ = م ب = نق = ١٣ ، م = (٣، −٤، ١٢)

∴ م أ = $\sqrt{(أ-٣)^2+(٤)^2+(١٢)^2}$ = ١٣ ← أ = ٠ ، أ = ٦

بالمثل ب م ← ب = ٠ ، ب = ٦

∴ البعد بين أ ب = البعد بين (٦، ٠، ٠) ، (٠، ٠، ٠) = ٦

١٠) طول المتوسط من أ = أ د حيث د منتصف ب ج

د = (١، ١، ١) ، أ (١، ٢، ٣)

أ د = $\sqrt{(٠)^2+(١)^2+(٢)^2}$ = $\sqrt{٥}$

١١) مركز الكرة = م (٥، −٢، ١) ، أ (٨، −١، ٢) طرفا ب =

ب = ٢ × المنتصف − النقطة الأخرى = (٢، −٣، ٠)

١٢) مركبة أ في اتجاه ب = $\frac{أ \cdot ب}{\|ب\|}$ = $\frac{٢+٨-٢}{\sqrt{٤+٤+١}}$ = $\frac{٨}{٣}$

١٣) $\|٣أ - ب + ج\| = \sqrt{٧٧}$

١٤) طول العمود المرسوم من النقطة (−٢، −٣، ١) على محور الصادات = $\sqrt{٩+١}$ = $\sqrt{١٠}$

١٥) متجه الوحدة في اتجاه أب = $\frac{المتجه\ أب}{معياره}$ = $\left(\frac{٣}{١٣} ، \frac{-٤}{١٣} ، \frac{-١٢}{١٣}\right)$

١٦) ∵ $\|أ + ب\| = ٧$ ← $\sqrt{(٢)^2+(٣)^2+(ك-٥)^2}$ = ٧ علماً ك صحيح

ك = ١١

١٧) ∵ أ ⊥ ب ← ∴ أ . ب = صفر

−١٢ −١٢ + ٤ ك = ٠

∴ ك = ٦

(١٨) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (٢جاهـ , $لو_{ه}$ س , جاهـ) ، $\overrightarrow{ب}$ = (جاهـ , $لو_{٣}$ ٢٧ , ٢جاهـ) وكان $\overrightarrow{أ} \bullet \overrightarrow{ب}$ = ١١

فإن س = ...

ⓐ ٢٥ ⓑ ١٢٥ ⓒ ٦٢٥ ⓓ ٥

---

(١٩) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (٤ , ك , ٦) ، $\overrightarrow{ب}$ = (٢ , ٢ , م) وكان $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$ فإن ك + م = ...

ⓐ ١ ⓑ ٢ ⓒ −١ ⓓ ٧

---

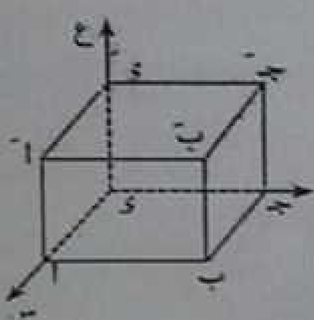
(٢٠) إذا كانت θ هي قياس الزاوية المحصورة بين المتجهين $\overrightarrow{أ}$ = (−٢ , −٦ , ١) ، $\overrightarrow{ب}$ = (٢ , ٦ , −١) فإن θ = ...

ⓐ صفر ⓑ °٦٠ ⓒ °١٢٠ ⓓ °١٨٠

---

(٢١) إذا كان أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨سم فإن $\overrightarrow{ب أ} \bullet \overrightarrow{جـ ب}$ = ...

ⓐ −٣٢$\sqrt{٣}$ ⓑ −٣٢ ⓒ ٣٢$\sqrt{٣}$ ⓓ ٣٢



(٢٢) في الشكل المقابل : إذا كان أ ب جـ د أَ بَ جـَ دَ مكعب طول

ضلعه ٢ وحدة طول فإن $\overrightarrow{أ بَ} \bullet \overrightarrow{بَ دَ}$ = ...

ⓐ ١ ⓑ −١

ⓒ −٤ ⓓ $\frac{-١}{٢}$

(٢٣) في الشكل المجاور إذا كان $\overrightarrow{ب}$ ينصف الزاوية بين المتجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{جـ}$ حيث

$\overrightarrow{أ}$ = (١ , ٢ , −١)، $\overrightarrow{ب}$ = (٦ , ك , ٠) ، $\overrightarrow{جـ}$ = (٤ , ٠ , ٢$\sqrt{٢}$)

فإن ك = ...

ⓐ ٣ ⓑ ٦ ⓒ ٤ ⓓ ٥

---

(٢٤) إذا كان $ل_{١}$: $\overrightarrow{ر}$ = (٢ , ٣ , −٤) + ك(٢ , ٣ , أ) يوازي $ل_{٢}$: $\frac{س - ٥}{ب} = \frac{ص + ٤}{٦} = \frac{ع - ٤}{٢}$ فإن أ+ب = ...

ⓐ ٤ ⓑ ٦ ⓒ ٨ ⓓ ٥

---

(٢٥) جيوب تمام الإتجاه للمتجه $\overrightarrow{أ}$ = (−٢ , ١ , ٢) هي ......

ⓐ (−٢ , ١ , ٢) ⓑ ($\frac{-٢}{٣}$, $\frac{١}{٣}$, $\frac{٢}{٣}$) ⓒ ($\frac{-٥}{٣}$, ٥ , $\frac{٥}{٣}$) ⓓ (−١ , ١ , ١)

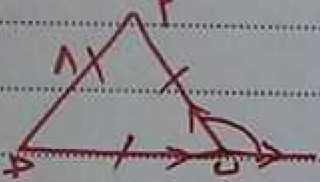
١٨) ∵ $\vec{أ} \cdot \vec{ب} = ١١$ ← ٢ جتا² هـ + ٣ لو₅ س + ٢ جا² هـ = ١١

٢ (جتا² هـ + جا² هـ) + ٣ لو₅ س = ١١ ← ٣ لو₅ س = ٩ ← س = ١٢٥

١٩) ∵ $\vec{أ} \parallel \vec{ب}$ ∴ $\frac{٤}{٢} = \frac{ل}{٢} = \frac{٦}{م}$ ← ل = ٤ ، م = ٣

∴ ل + م = ٧

٢٠) جتا هـ = $\left|\frac{\vec{أ} \cdot \vec{ب}}{\|\vec{أ}\| \, \|\vec{ب}\|}\right|$ ∴ هـ = ١٨٠°



٢١) $\vec{ب أ} \cdot \vec{ج ب} = \|\vec{ب أ}\| \, \|\vec{ج ب}\|$ جتا هـ

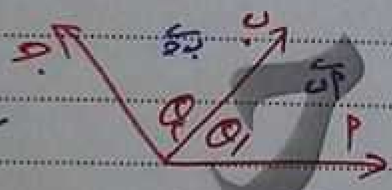
= ٨ × ٨ × جتا ١٢٠ = −٣٢

٢٢) $\vec{أ ب} \cdot \vec{س ص} = -٤$

$(\vec{ب} - \vec{أ}) \cdot (\vec{ص} - \vec{س}) = -٤$

أ(٢، ٢، ٠)

ب(٢، ٢، ٢، ٠)، ج(٢، ٢، ٢، ٢)



٢٣) ∵ $\vec{ب}$ منصف الزاوية بين $\vec{أ}$ ، $\vec{ج}$

∴ جتا هـ₁ = جتا هـ₂

$\frac{٦ + ٢ك}{\sqrt{٦} \, \cancel{\sqrt{جـ}}} = \frac{٢٤}{\sqrt{٢٤} \, \cancel{\sqrt{جـ}}}$ ← ك = ٣

٢٤) حـ₁ = (أ، ٣، ٢) ، حـ₂ = (ب، ٦، ٢) ما لم يقدم متوازيين

∴ $\frac{١}{ب} = \frac{٣}{٦} = \frac{أ}{٢}$ ← أ = ١ ، ب = ٤ ← أ + ب = ٥

٢٥) جتا هـ$_س$ = $\frac{أ_س}{\|\vec{أ}\|}$ ، جتا هـ$_ص$ = $\frac{أ_ص}{\|\vec{أ}\|}$ ، جتا هـ$_ع$ = $\frac{أ_ع}{\|\vec{أ}\|}$

جيوب تمام الاتجاه = $\left(\frac{-٢}{٣} ، \frac{١}{٣} ، \frac{٢}{٣}\right)$

(٢٦) إذا كان قياس الزاوية بين مستقيم ، المحور ص يساوى قياس الزاوية بين المستقيم و المحور ع و قياس كل منهم ٦٠°
فإن قياس الزاوية بين المستقيم و المحور س يساوى ....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ٧٥°

---

(٢٧) إذا كان $\overrightarrow{\text{أب}}$ = −٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ + ٧ $\overrightarrow{\text{ع}}$ ، $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ = $\overrightarrow{\text{ص}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{ع}}$ فإن ‖ $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ ‖ = ...

(أ) ٩ (ب) ١٠ (ج) ١٣ (د) ١٤

---

(٢٨) إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (١ , −١ , ٢) ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ = (٣ , −٢ , ٠) ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = (٠ , ٢ , ٤) فإن $\overrightarrow{\text{أ}}$ • $\overrightarrow{\text{ب}}$ × $\overrightarrow{\text{جـ}}$ = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (ج) ١٤ (د) ١٦

---

(٢٩) إذا كان ‖ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ‖ = ٤ ، ‖ $\overrightarrow{\text{ب}}$ ‖ = ٣ ، ‖ $\overrightarrow{\text{جـ}}$ ‖ = ١٢ حيث $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ}}$ ثلاث متجهات متعامدة مثنى مثنى
فإن ‖ $\overrightarrow{\text{أ}}$ + $\overrightarrow{\text{ب}}$ + $\overrightarrow{\text{جـ}}$ ‖ = ...

(أ) ١٠ (ب) ١١ (ج) ١٢ (د) ١٣

---

(٣٠) إذا كان أ ب جـ د متوازى أضلاع و كان $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ = (٢ , [illegible] , −١) ، $\overrightarrow{\text{بد}}$ = (−١ , ٢ , −٣) فإن مساحة متوازى الأضلاع تساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٧ $\sqrt{٢}$ (ج) $\sqrt{\text{[illegible]١٨}}$ (د) $\frac{١}{٢}\sqrt{١٠١}$

---

(٣١) إذا كان المستقيم ل١: $\frac{\text{س} + ٢}{-١} = \frac{\text{ص} + ٣}{٣} = \frac{\text{ع} + ٥}{٢}$ عمودى على المستقيم ل٢: $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص} - ٥}{\text{ك}} = \frac{\text{ع} - ٦}{\text{م}}$
فإن ٣ك + ٢م = ...

(أ) −١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٣٢) قياس الزاوية بين المستقيمين ل١: ٢س = ٣ص = −ع ، ل٢: ٦س = −ص = −٤ع يساوى ..

(أ) ٤٥° (ب) ٠° (ج) ٩٠° (د) ١٨٠°

---

(٣٣) معادلة المستوى المار بالنقطة (١ , ٢ , ٣) و يوازى كل من المحورين س، ص هى ....

(أ) س + ص = ٣ (ب) ع = ٣ (ج) س = ١ (د) ص = ٢

---

(٢٦) جتا² أ + جتا² ب + جتا² هـ = ١

جتا² θ + جتا² ٦٠ + جتا² ٦٠ = ١ ⟵ θ = ٤٥

(٢٧) ∵ أ ب + ب جـ = أ جـ ∴ أ جـ = -٣ س + ٤ ص + ١٢ ع

∴ ||أ جـ|| = √(٩ + ١٦ + ١٤٤) = ١٣

(٢٨) أ . ب × جـ =
$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٢ \\ ٣ & -٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ & ٤ \end{vmatrix} = ١٦$$

(٢٩) ||أ + ب + جـ|| = ١٣

(٣٠) م متوازي الأضلاع = ½ حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية بينهما = ½ ١٢ ١٠

(٣١) هـ١ = (-٢، ٣، ٢) ⊥ هـ٢ = (٢، ل، م) ∴ هـ١ . هـ٢ = صفر

-٢ + ٣ل + ٢م = ٠ ⟵ ٣ل + ٢م = ٢

(٣٢) الزاوية بين مستقيمين

جتا هـ = $\dfrac{|هـ_1 \cdot هـ_2|}{||هـ_1||\ ||هـ_2||}$

هـ = ٩٠°

٢س = ٢ص = -ع ⟵ $\frac{س}{½} = \frac{ص}{½} = \frac{ع}{-١}$ ⟵ هـ١ = (½، ½، -١)

٦س = -ص = -٤ع ⟵ $\frac{س}{\frac{١}{٦}} = \frac{ص}{-١} = \frac{ع}{-\frac{١}{٤}}$ ⟵ هـ٢ = ($\frac{١}{٦}$، -١، $-\frac{١}{٤}$)

(٣٣) معادلة المستوى

ع = ٣

(٣٤) إذا كانت المتجهات $\overrightarrow{أ}$ = (١ , −٢ , ١) ، $\overrightarrow{ب}$ = (ك , −٥ , ٣) ، $\overrightarrow{جـ}$ = (٥ , −٩ , ٤) مستوية "تقع في مستوى واحد" فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٣ (د) −٣

---

(٣٥) قياس الزاوية بين المستقيم ل: $\frac{س - ١}{٢} = \frac{ص - ٢}{١} = \frac{ع + ٣}{-٢}$ ، المستوى س + ص + ٤ = ٠ يساوى ......

(أ) [illegible] (ب) ٤٥° (جـ) ٣٠° (د) ٩٠°

---

(٣٦) إذا كان المستوى ٣س − ص + ٢ع + ٣ = ٠ ، المستوى ك س − ٤ص + ع − ٥ = ٠ متعامدان فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٣ (د) −٣

---

(٣٧) إذا كان المستقيم س = ٣ص = أع يوازى المستوى س + ٣ص + ٢ع + ٤ = ٠ فإن أ = ...

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) ١ (د) −١

---

(٣٨) قياس الزاوية المحصورة بين المستويين س − ع + ١ = ٠ ، ٢س − ٢ص − ع = ٠ يساوى ......

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٩٠° (د) ٦٠°

---

(٣٩) طول العمود المرسوم من النقطة أ = (٣ , ٠ , −٥) على المستوى ٢س + [illegible]ص + ٤ع − ٦ = ٠ يساوى ......

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

---

(٤٠) إذا كان المستوى س + ٥ص − ٦ع = ٣٠ يقطع من محاور الإحداثيات س ، ص ، ع أجزاء أ ، ب ، جـ على الترتيب فإن أ + ب + جـ = ...

(أ) صفر (ب) ٣٠ (جـ) ٣١ (د) [illegible]

---

(٤١) معادلة المستوى المار بالنقطة (١ , −٢ , ٥) وعمودى على المتجه (٢ , ١ , ٣) هى ......

(أ) ٢س + ص + ٣ع = ١

(ب) ٢س + ص + ٣ع = ١٥

(جـ) س − ٢ص + ٥ع = ١٥

(د) س + ص + ع = ٤

---

٢٤) يكون $\vec{أ}$ ، $\vec{ب}$ ، $\vec{ج}$ في مستوى واحد إذا كان $|\vec{أ} \cdot \vec{ب} \times \vec{ج}|$ = صفر

$$= \begin{vmatrix} ١ & -٢ & ١ \\ ل & -٥ & ٣ \\ ٥ & -٩ & ٤ \end{vmatrix} = \text{صفر} \longrightarrow \therefore ل = ٢$$

٢٥) $\vec{هـ}$ (٢، ١، -٢) ، $\vec{ن}$ (١، ١، ٠) $\therefore \theta = ٤٥^\circ$

٢٦) $\vec{ن}_١$ (٣، -١، ٢) ، $\vec{ن}_٢$ (ل، -٤، ١) $\vec{ن}_١ \perp \vec{ن}_٢$

$\therefore \vec{ن}_١ \cdot \vec{ن}_٢$ = صفر $\longrightarrow$ ٣ل + ٤ + ٢ = ٠ $\longrightarrow$ ل = -٢

٢٧) المستقيم // المستوى $\longrightarrow$ $\vec{هـ} \perp \vec{ن}$ $\longrightarrow$ $\vec{هـ} \cdot \vec{ن}$ = صفر

$\vec{هـ}$ (١، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{م}$) ، $\vec{ن}$ (١، ٣، ٢) $\longrightarrow$ ١ + ١ + $\frac{٢}{م}$ = ٠ $\longrightarrow$ م = -١

٢٨) قياس الزاوية بين مستويين جتا $\theta = \left|\frac{\vec{ن}_١ \cdot \vec{ن}_٢}{\|\vec{ن}_١\| \|\vec{ن}_٢\|}\right|$ $\longrightarrow$ $\theta = ٤٥^\circ$

٢٩) النقطة (٣، ٠، -٥)

المستوى ٢س + $\sqrt{٥}$ ص + ٤ع - ٦ = ٠

طول العمود = $\frac{|٦ + ٠ - ٢٠ - ٦|}{\sqrt{٤ + ٥ + ١٦}} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

٤٠) ÷ ٣٠ $\longrightarrow$ $\frac{س}{٣٠} + \frac{ص}{٦} - \frac{ع}{٥} = ١$ $\longrightarrow$ ٣٠ + ٦ - ٥ = ٣١

٤١) معادلة المستوى $\vec{ن} \cdot \vec{ر} = \vec{ن} \cdot \vec{أ}$

(٢، ١، ٣) $\cdot \vec{ر}$ = ١٥

٢س + ص + ٣ع = ١٥

(٤٢) إذا كان $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{جـ}$ وكان $\overrightarrow{ب}$ = (٢ ، ٣ ، ٢) ، $\overrightarrow{جـ}$ = (١ ، ٢ ، ١) وكان $\| \overrightarrow{أ} \|$ = ٤ $\sqrt{٢}$

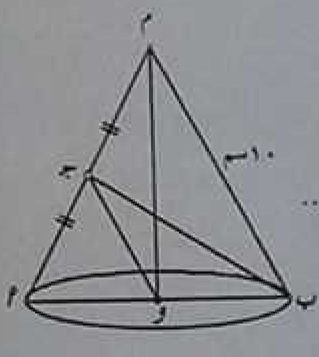
فإن $\overrightarrow{أ}$ = ...

(أ) (٢ ، ٣ ، ١) (ب) (-٤ ، ٠ ، ٤) (جـ) (٤ ، ٤ ، ٠) (د) (٠ ، -٤ ، ٤)

---

(٤٣) حجم متوازي السطوح الذي فيه ثلاثة رؤوس ليست في وجه واحد هي أ(٢ ، ١ ، ٣) ، ب(-١ ، ٣ ، ٢) ، جـ(١ ، ١ ، -٣) يساوي ....

(أ) ٣٠ (ب) ٢٨ (جـ) ١٤ (د) ٥٦

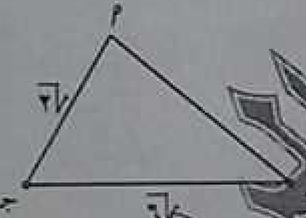


(٤٤) في الشكل المقابل

إذا كان محيط قاعدة المخروط الدائري القائم هـ ١٢π سم وطول راسمه ١٠ سم وكانت نقطة جـ هي منتصف $\overline{أم}$ فإن $\overrightarrow{بجـ} \cdot \overrightarrow{جـو}$ = ...

(أ) ٩ (ب) ٣٠

(جـ) -٤٣ (د) ٥٤



(٤٥) في الشكل المقابل إذا كان $\| \overrightarrow{بجـ} \|$ = $\sqrt{٦}$ ، $\| \overrightarrow{أجـ} \|$ = $\sqrt{٢}$

$\overrightarrow{بأ}$ = (-١ ، ٠ ، ١) فإن $\overrightarrow{بأ} \cdot \overrightarrow{بجـ}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٢

(جـ) ٣ (د) ٤

---

(٤٦) النقطة التي تنتمي للمستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، -١ ، ٣) + ك (١ ، ٢ ، -١) هي ......

(أ) (١ ، ١ ، ١) (ب) (٠ ، ٢ ، -٢) (جـ) (٣ ، ١ ، ٢) (د) (٤ ، -٣ ، ٠)

---

(٤٧) النقطة التي تنتمي للمستوى $\overrightarrow{ر}$ = (-١ ، ٠ ، ٢) + ك(٠ ، ٠ ، ١) + م(١ ، ٠ ، -١) هي

(أ) (٠ ، ١ ، ٢) (ب) (٢ ، ١ ، ٣) (جـ) (٣ ، ١ ، ٢) (د) (١ ، ٠ ، ١)

---

(٤٨) معادلة المحور س في الفراغ هي ....

(أ) س = ٠ ، ص = ٠ (ب) س = ٠ ، ع = ٠ (جـ) ص = ٠ (د) ع = ٠ ، ص = ٠

(٤٢) **قمة الابداع** نفرض $\overline{أ}$ (س، ص، ع)

$\because \overline{أ} \perp \overline{ب} \longrightarrow \overline{أ} \cdot \overline{ب} = ٠ \longrightarrow ٢س + ٣ص + ٢ع = ٠$

$\because \overline{أ} \perp \overline{جـ} \longrightarrow \overline{أ} \cdot \overline{جـ} = ٠ \longrightarrow س + ٢ص + ع = ٠$

بحل المعادلتين ينتج أن ص = ٠ ، س + ع = ٠

$\because \|\overline{أ}\| = ٤\sqrt{٢} \longrightarrow \sqrt{س^٢ + ص^٢ + ع^٢} = ٤\sqrt{٢}$

$\therefore س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٣٢ \qquad \because ص = ٠$

$س^٢ + ع^٢ = ٣٢$ بإضافة وحذف ٢س ع

$س^٢ + ٢س ع + ع^٢ - ٢س ع = ٣٢$

س = −ع

$(س + ع)^٢ - ٢س ع = ٣٢$

صفر $- ٢(-ع)(ع) = ٣٢ \longrightarrow ع^٢ = ١٦$

$\boxed{ع = \pm ٤}$

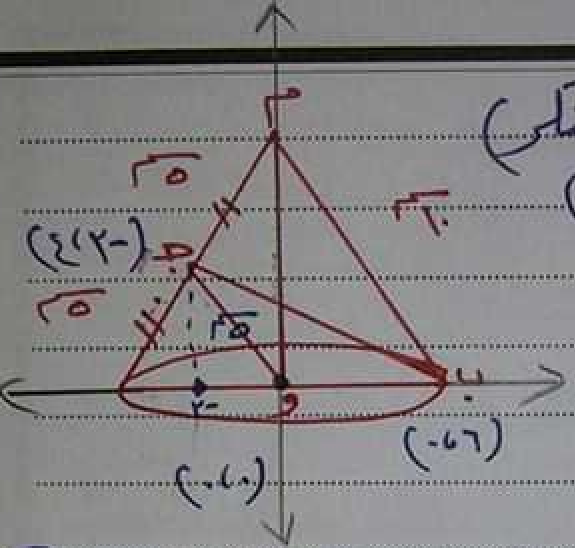
بالتعويض $\boxed{س = \mp ع = \mp ٤}$

وحسب الاختيارات $\overline{أ}$ (−٤، ٠، ٤)

(٤٣) حجم متوازي السطوح $= \begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ -١ & ٣ & ٢ \\ ١ & ١ & -٢ \end{vmatrix} = |-٢٨| = ٢٨$

(٤٤) $\overline{ب هـ} \cdot \overline{جـ و} = -٤٣ \longrightarrow$ تفسير الحل $\longrightarrow$

٤٤ تفسير الكل (حل مبتكر)



نرسم محاور احداثية عند و (٠، ٠)

∵ محيط القاعدة = ٢ π نق = ١٢ π

∴ نق = ٦

ب (٦، ٠) ، و (٠، ٠)

جـ (−٣، ٤)

∴ ب جـ ، و جـ

(جـ ب) · (و جـ) = (−٩، ٤) · (−٣، −٤) = −٢٧ − ١٦ = −٤٣

٤٥ سؤال رائع

‖ب جـ‖ = √٦ ، ‖أ جـ‖ = ‖أ ب‖ = √٢

‖ب م‖ = √٢ وكذلك

ب م · ب جـ = ‖ب م‖ ‖ب جـ‖ جتا

جتا = (م² + جـ² − ب²) / (٢ م جـ)

= √٢ × √٦ × √٣ / ٢

= ٣

٤٦ النقطة التي تنتمي لمستقيم يجب ان تحققه

س = ٢ + ك ← ك = س − ٢

ص = −١ + ٢ك ← ك = (ص + ١) / ٢

ع = ٣ − ك ← ك = ٣ − ع

المفضل (٣ ، ١ ، ٢)

(٤٧) النقطة (١ ، ٤ ، ١)

(٤٨) معادلة المحور س في الفراغ :

ص = ٠ ، ع = ٠

(٤٩) إذا كانت $\theta_{س}$ ، $\theta_{ص}$ ، $\theta_{ع}$ هي الزوايا التي يصنعها المتجه م مع المحاور س ، ص ، ع فأثبت أن

جا² $\theta_{س}$ + جا² $\theta_{ص}$ + جا² $\theta_{ع}$ = ٢

الحل: الأيمن ∵ جا² θ + جتا² θ = ١ ← جا² θ = ١ − جتا² θ

١ − جتا² $\theta_{س}$ + ١ − جتا² $\theta_{ص}$ + ١ − جتا² $\theta_{ع}$

٣ − [جتا² $\theta_{س}$ + جتا² $\theta_{ص}$ + جتا² $\theta_{ع}$] = ٣ − ١ = ٢

(٥٠) أوجد مسقط النقطة (١ ، ٢ ، ٣) على المستوى س + ٢ص + ٤ع = ٥٩

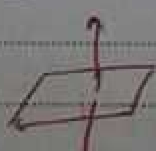
الحل: ن = (١ ، ٢ ، ٤) متجه اتجاه العمودي على المستوى هو نفسه متجه اتجاه (الموازي) للمستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢ ، ٣)

∴ ر = (١ ، ٢ ، ٣) + ك (١ ، ٢ ، ٤)

س = ١ + ك ، ص = ٢ + ٢ك ، ع = ٣ + ٤ك

بالتعويض في معادلة المستوى ١ + ك + ٤ + ٤ك + ١٢ + ١٦ك = ٥٩

∴ ك = ٢ ، س = ٣ ، ص = ٦ ، ع = ١١



∴ المسقط هو النقطة (٣ ، ٦ ، ١١)