

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/327051363>

الموائع الساكنة - الباب الثالث Chapter 3 Fluid Statics

Chapter · August 2018

CITATIONS

0

READS

1,956

1 author:



Elhadi I. Dekam

University of Tripoli

97 PUBLICATIONS 39 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



ME 527 Gas Dynamics-Undergraduate Course [View project](#)



Energy - Consumption + Management [View project](#)

الباب الثالث الموائع الساكنة

علم سكون الموائع أو ما يعرف بـ "استاتيكا الموائع"¹، هو فرع من علم ميكانيكا الموائع الذي يعني بدراسة قوى الضغط التي تبيدها الموائع الساكنة. يعتبر المائع ساكنًا، إذا كانت كل جسيماته لا تتحرك بالنسبة لإحداثيات قارة. ويتضمن هذا الموضوع، العديد من التطبيقات بما يشمل دراسة السدود والأحواض والخزانات، ودراسة أعماق البحار والمحيطات، ودراسة خزانات مستودعات النفط ومشتقاته، وما إلى ذلك.

ويمكن معالجة بعض التطبيقات على أنها موائع ساكنة إذا كانت جسيمات المائع لا تتحرك حركة نسبية فيما بين بعضها البعض، بغض النظر على أن جميعها متحركة بسرعة أو عجلة منتظمة؛ أي أن جميعها تتحرك وكأنها جسم واحد متماسك، كحركة الوقود السائل في العربات المتحركة الأرضية والبحرية والفضائية.

وعندما لا توجد حركة نسبية فيما بين الجسيمات، فلا يوجد تدرج في السرعة وبالتالي ليس هناك إجهادات قص، أي تختفي تأثيرات اللزوجة. لذلك فإن الإجهاد الوحيد الموجود في مثل هذه الحالة هو الإجهاد العمودي، وهو العنصر الأكثر أهمية في دراسة سكون الموائع من حيث تعريفه وكيفية تغيره وطرق قياسه وهو ما نركز عليه في هذا الباب.

وتتسع تطبيقات علم الموائع الساكنة لتشمل التعامل مع اتزان الأجسام المغمورة والطافية، لتدخل في الحسابات المتعلقة بتصميم وتشغيل السفن والبوارج والغواصات والبالونات والمناطيد، إضافة إلى دراسة أساسيات شروط استقرارية كل منها.

1.3 الضغط الاستاتيكي

انطلاقًا مما ذكر في الباب الثاني، فإن الإجهادات العمودية في الموائع الساكنة والموزعة على كافة أجزاء السطوح هي الممثلة لما يسمى بـ "الضغط الاستاتيكي". جاءت كلمة "الاستاتيكي" هنا لتؤكد على أن مقدار الضغط الاستاتيكي لا يأخذ في الحسبان تأثير حركة المائع. ويتبين من تعريف الإجهاد أن الضغط هو مقدار شدة تركيز القوة على المساحة؛ أي

¹Fluid Statics

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

هو مقدار القوة المسلطة على وحدة المساحة. فالضغط عند نقطة في المائع، يمكن الحصول عليه بجعل المساحة تنزل إلى مساحة صغيرة جدًا تقترب من الصفر على النحو التالي:

$$p = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} \quad (1.3)$$

وحداته العالمية N/m^2 أو ما يعرف بـ "الباسكال" 1^1 (Pa). وحيث إن وحدة الباسكال هي وحدة صغيرة جدًا كما سنرى لاحقًا، فإنه من الملائم وضع الضغط بوحدات الكيلو باسكال أو ما يمثل kPa. وعلى سبيل المثال، فإن الضغط الجوي القياسي² عند سطح البحر يعطى بالمقدار 101.3 k Pa.

وبالطبع يمكن أن يتغير مقدار الضغط من نقطة إلى أخرى في المائع، لذا يمكن التعامل مع "متوسط الضغط" الذي يؤثر على مساحة معينة والمتمثل في التعريف الرياضي التالي:

$$p = \frac{\delta F}{\delta A}$$

ولقد اتضح لنا أن القوى السطحية الوحيدة التي تؤثر عند أسطح المائع الساكن هي قوى الضغط، وباعتبار أن القوى البدئية الوحيدة هي قوى الجاذبية، فإنه باستخدام عنصر متناه في الصغر من المائع على شكل منشور تحت الظروف المبينة في الشكل (1.3)، يمكن كتابة قانون نيوتن الثاني للحركة في اتجاه x على النحو التالي:

$$p_s ds dy \cos\theta - p_x dy dz = 0$$

وحيث إن؛

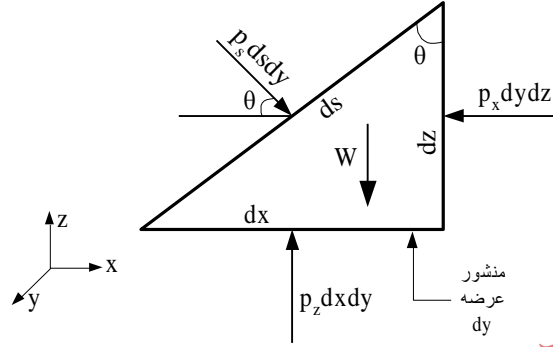
$$dz = ds \cos\theta$$

وبذلك فإن؛

$$p_s = p_x$$

¹The French Philosopher; Blaise Pascal (1632-62)

²Standard Atmospheric Pressure



ش (1.3) القوى المؤثرة على عنصر من المائع الساكن.

وبالمثل، فإنه بجمع القوى في اتجاه المحور z ، نجد الآتي:

$$p_z dx dy - p_s ds dy \sin\theta - \frac{1}{2} \rho g dx dy dz = 0$$

وهنا نجد أن الحد الثالث يحوي حجم العنصر $(\frac{1}{2} dx dy dz)$ ، وهو صغير جدًا ما دامت كل الأبعاد تتحول إلى الصفر. وعلى هذا فإن هذا الحد يمكن إهماله؛ أي بالإمكان اعتبار العنصر نقطة واقعة في المائع، الأمر الذي يجعل المعادلة السابقة تقود إلى أن؛

$$p_z = p_s$$

وبنفس الطريقة السابقة، بأخذ القوى المؤثرة في اتجاه المحور y ، يمكن إثبات أن؛

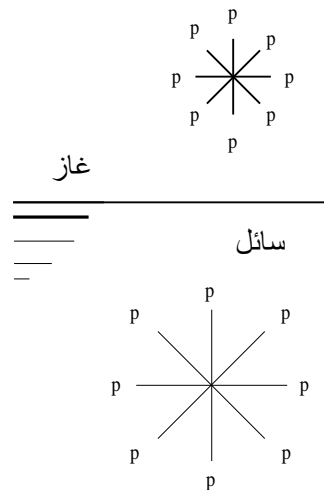
$$p_s = p_y$$

ويتضح من الاستنتاجات الثلاثة السالفة الذكر، أن كل الضغوط متساوية؛ أي؛

$$p_s = p_x = p_y = p_z = p \quad (2.3)$$

وبما أن الزاوية θ يمكن أن تكون لها أية قيمة، فإن المعادلة أعلاه تدل على أن الضغط يؤثر بالتساوي في كل الاتجاهات كما يتضح في الشكل (2.3). والشرط الوحيد لهذا الاستنتاج العام، هو أن المائع يجب أن يكون متواصلاً؛ أي أن المنشور حتى وإن جعل صغير جداً، فإنه ما زال يحتوي على عدد كبير من الجزيئات بما يضمن مفهوم الوسط المتواصل كما جاء في الباب الثاني.

وتجدر الملاحظة هنا، أن هذه النتيجة تؤدي إلى أن مقدار الضغط في المائع يكون ثابتاً عند أي نقطة، أي أن الضغط دالة عددية تؤثر بالتساوي في كل الاتجاهات عند النقطة المعطاة، وهذا ما جاء به العالم "باسكال" في قانونه المعروف الذي ينص على أن "الضغط يؤثر بانتظام في كل الاتجاهات عند نقطة معينة، وأنه يؤثر عمودياً على الأسطح الملاصقة للمائع".



ش (2.3) الضغط عند نقطة في وسط المائع.

ومما سبق يتضح أن كل الإجهادات العمودية والمتمثلة في الضغط على الأسطح المارة بنقطة هي متساوية، ولقد سبقت الإشارة في الباب الثاني بالعلاقة (5.2) إلى أن الإجهاد الحجمي عند نقطة معينة هو متوسط الإجهادات الثلاثة المتعامدة عند تلك النقطة. ومن هنا يجب أن تكون

الإجهادات العمودية مساوية للإجهاد الحجمي، أي من المعادلة (5.2) والمعادلة (2.3) نجد أن؛

$$-\bar{\sigma} = p \quad (3.3)$$

حيث جرت العادة، على أن يكون الإجهاد العمودي المحتمل في الموانع دائماً متجهاً نحو المساحة وليس خارجاً منها، أي أنه يحمل إشارة سالبة. وباستخدام نظرية الحركة للغازات، ثبت أن هذه العلاقة صحيحة للغاز المثالي، كما تشير الدلائل إلى أن هذه العلاقة تصبح باطلة عندما تقترب حالة المائع، سائلاً كان أم غازاً، من النقطة الحرجة¹ التي عرفناها في دراستنا للديناميكا الحرارية.

2.3 ضغط المقياس والضغط المطلق²

إن الضغط مثله مثل درجة الحرارة، كمية فيزيائية يمكن تقييمها باستخدام مقاسات مختلفة. فعادة ما يتم قياس الضغط نسبة إلى الضغط الجوي الموضعي وهو الأساس، وذلك لأن أغلب أجهزة قياس الضغط تسجل عملياً صفراً إذا كانت تحت تأثير الضغط الجوي المحيط. ومن ثم فهي تقيس الفرق بين ضغط المائع المتصلة به وضغط الهواء المحيط بها، وعلى هذا جاءت تسمية هذا الضغط بـ "ضغط المقياس". أما إذا تم قياس هذا الضغط بالنسبة للصفر المطلق، فإن هذا يعرف بـ "الضغط المطلق"، على أن كلا منهما له استخداماته. فيمكن استخدام أيهما اختياريًا في بعض العلاقات وهما يقودان إلى نفس النتائج. أما فيما يتعلق ببعض العلاقات الأخرى، فإن استخدام الضغط المطلق يكون إجباريًا كما سيأتي لاحقاً وكما درسنا سابقاً.

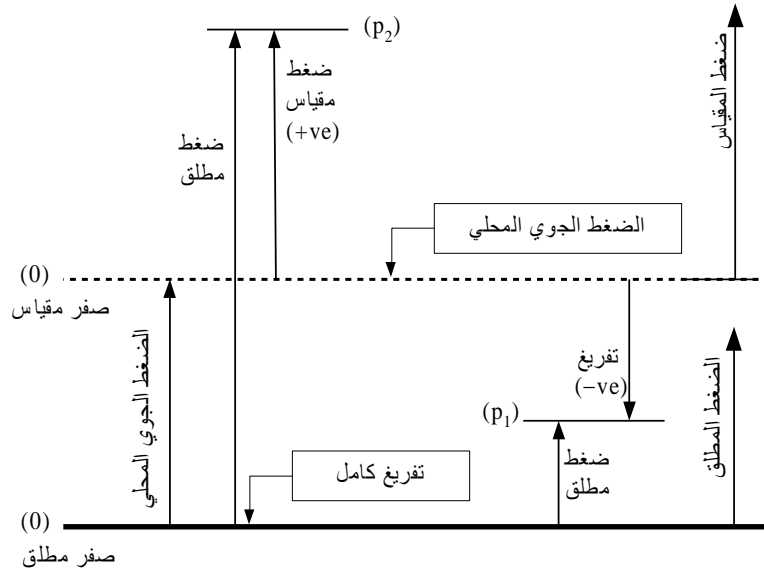
وبين الشكل (3.3) العلاقة بين المقاسات المتداولة، حيث يوضح أن الضغط الجوي الموضعي عادة ما يعطى بمقدار مطلق يكون أكبر أو أصغر من الضغط الجوي القياسي، وهذا الضغط الموضعي يعتبر صفراً بضغط المقياس. وحين يكون ضغط المائع أقل من الضغط الجوي الموضعي، فيكون هناك "تخلخل" أو "تفريغ"، وتكون قيمته المقاسة بالمقياس هي المقدار الذي تكون به أقل من الضغط الجوي الموضعي، على أنه يدعى بـ "ضغط التفريغ" دليلاً على أنه أقل من الضغط الجوي الموضعي. ويمكن الوصول إلى تفريغ شبه كامل، أي الاقتراب من الصفر المطلق، ولربما

¹Critical Point

²Gage and Absolute Pressures

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

كان هناك إمكان التفريغ الكامل الذي يناظر الصفر المطلق؛ أي الوصول إلى التفريغ المثالي بضغط تفريغ مقداره ضغط جوي واحد. وهذا يعني أنه لا يبقى أي من جزيئات المائع في الحيز، وهذه الحالة؛ حالة الصفر المطلق، هي أقصى ما يمكن الوصول إليه، أي من المستحيل الحصول على ضغط مطلق بالسالب. وعلى هذا فإن جميع قيم الضغوط المطلقة موجبة.



ش (3.3) العلاقة بين الضغط المطلق وضغط المقياس.

وعند التعبير عن مقدار ضغط التفريغ سلك المختصون أسلوبين؛ أما الاحتفاظ بالإشارة السالبة كما نكتب ضغط مقياس مقداره (-50 kPa)، أو لا توضع الإشارة السالبة ويكتفي بأن نقول بـ "ضغط تفريغ مقداره 50kPa". ولعل العلاقة بين الضغط المطلق وضغط المقياس قد باتت الآن واضحة، ومن خلال النظر للشكل الوارد (3.3)، يمكن تمثيلها بالمعادلة البسيطة التالية:

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm} \quad (4.3)$$

$$\boxed{\text{الضغط المطلق}} = \boxed{\text{ضغط المقياس}} + \boxed{\text{الضغط الجوي الموضعي}}$$

وعمومًا في هذا الكتاب، سوف يؤخذ الضغط أينما أتى على أنه ضغط المقياس، ما عدا الضغط الجوي الذي عادة ما يعطى بالضغط المطلق، أما الضغوط المطلقة الأخرى فإن كلمة "مطلق" أو (abs) سوف تتبع مقدار الضغط المعطى، ليدل على أنه مطلق وليس مقياسًا.

وإنه لمن الضروري استخدام الضغط المطلق في غالبية المسائل ذات العلاقة بقوانين الديناميكا الحرارية، لأن معظم الخواص الحرارية هي دالة في الضغط المطلق للمائع، بغض النظر عن الضغط الجوي الموضعي. وعلى سبيل الذكر لا الحصر، فإن التعامل مع معادلة الحالة للغاز المثالي؛ $p = \rho RT$ ، يوجب استخدام الضغط المطلق فيها.

3.3 ضغط البخار¹

بالإشارة إلى سلوك جزيئات السائل عند السطح الحر وما تتميز به من حركة دائمة، فإن بعض هذه الجزيئات المسرعة نسبيًا تتحرر من الحالة السائلة لتصبح مع الغاز أعلى السطح الحر. وفي المقابل، فإن بعض الجزيئات الموجودة في المجال الغازي فوق السطح الحر يمكن أن تسرع اتجاه السطح وتتغمس فيه وتجد نفسها محبوسة في الحالة السائلة. ويتحقق اتزان هذه المنظومة عندما تبقى كمية السائل ثابتة؛ أي عندما يكون معدل تحرر الجزيئات من السطح الحر يعادل تمامًا معدل انغماس الجزيئات في السائل.

ويتواجد الهواء فوق السطح الحر للسائل، فإن الاتزان سيشمل الخليط بين جزيئات الهواء وجزيئات بخار السائل أعلى السطح الحر. وعندها يكون ضغط الخليط فوق السطح الحر مكونًا من ضغط الهواء الجزئي إضافة لضغط البخار الجزئي، وذلك انطلاقًا من قانون "دالتون"² للضغوط الجزئية. وعندما يتحقق الاتزان، فإن السائل والهواء والبخار ثلاثتها عند نفس درجة الحرارة. وهنا فإن الضغط الجزئي³ للبخار هو ما يعنى به "ضغط البخار" عند درجة الحرارة المعطاة.

وبتعبير آخر، فإن ضغط البخار للسائل هو الضغط الذي يتحول عنده السائل إلى بخار. ويعتمد ضغط البخار (أو ضغط التشبع) على درجة حرارة التشبع كما عرفنا في علم الديناميكا الحرارية، حيث يزداد الضغط

¹Vapor Pressure

²Dalton's Law

³ partial pressure

مع ارتفاع درجة الحرارة وبالعكس. وكلنا نعرف، أنه عند تسخين الماء السائل تحت ضغط الهواء الجوي (101.35 kPa)، فإن السائل يتحول إلى بخار عند درجة حرارة 100°C وهي التي تعرف بدرجة حرارة غليان الماء تحت الضغط المذكور. أما إذا قل الضغط فوق سطح الماء عن الضغط الجوي المشار إليه، فإن درجة غليانه تهبط إلى ما تحت درجة 100°C؛ وفي المقابل يمكن أن يغلي الماء في درجة حرارة أعلى من 100°C إذا تعرض لضغط أعلى من الضغط الجوي المذكور.

ويعطى ضغط البخار أهمية كبيرة في علم ميكانيكا الموائع، ذلك أن ضغط السائل المتدفق خلال مسارات العديد من التطبيقات الهندسية قد ينخفض حتى يصل إلى مقدار ضغط بخاره، وحينها يبدأ السائل في التبخر مكوناً فقاعات غازية تنتقل مع التدفق من مكان إلى آخر، حتى إذا مرت بأماكن مرتفعة الضغط نسبياً، فإنها تنهار مولدة إجهادات قد تكون كبيرة تؤدي إلى نقر سطوح المعدن المعرض لها وتفتتها مع حدوث اهتزازات مستمرة مصحوبة بالضوضاء في العادة. هذه العملية هي ما يعرف بظاهرة التكيف¹، التي لنا عودة لها في باب التدفق الداخلي بعون الله تعالى.

4.3 المعادلة الأساسية للموائع الساكنة

يتمثل الشكل (4.3) في عنصر من مائع على شكل متوازي مستطيلات أبعاده dx ، dy و dz ، بما يضمن أن الإحداثي z يكون رأسياً منطبقاً على خط عمل الجاذبية الأرضية. وعلى اعتبار أن الضغط عند مركز هذا العنصر هو p ، فإن مقدار التغير في الضغط لوحدة الطول؛ أي تدرج الضغط في اتجاه المحور x يساوي $(\partial p / \partial x)$ ، وأن مقدار التغير الكلي للضغط بين المركز داخل العنصر (x, y, z) ومركز الوجه الأيمن للعنصر، وهو العمودي على المحور x ، يساوي تدرج الضغط مضروباً في المسافة بين المركز والوجه المعني، أي؛

$$\frac{\partial p}{\partial x} \times (x_R - x) = \frac{\partial p}{\partial x} \times \frac{dx}{2}$$

حيث تمثل x_R بعد الوجه الأيمن عن مركز الإحداثيات. ومن هنا، فإن الضغط عند مركز الوجه الأيمن يساوي الضغط عند مركز العنصر مضافاً إليه التغير الكلي في الضغط نتيجة لتغير الموقع، ومن ثم يمكن القول بأن؛

¹Cavitation

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

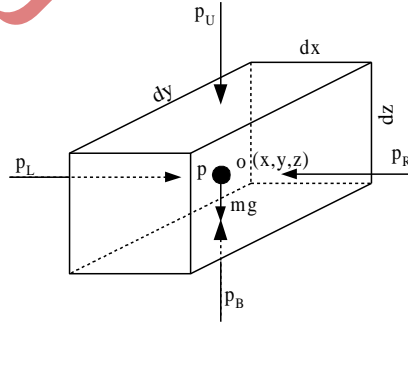
وباعتبار أن أبعاد الوجه متناهية في الصغر، فبالإمكان اعتبار أن الضغط p_R يمثل متوسط الضغط على هذا الوجه.

ولقد تم التوصل إلى هذه العلاقة، بفرض أن هناك تغيرًا خطيًا في الضغط في جميع الاتجاهات المحيطة مباشرة بالمركز داخل العنصر. وما يفعل هنا، هو وضع الضغط p على صورة سلسلة تيلور¹ حول نقطة المركز، مع الإبقاء فقط على الحدود التي لها الدرجة الأولى التفاضلية في السلسلة، وذلك لأن الحدود ذات الدرجات العليا هي أصغر بكثير من حدود الدرجة الأولى، ولذلك فإنه بالإمكان إهمالها لصغرها.

وبالمثل، يمكن تعيين مقدار الضغط المؤثر على الوجه الأيسر، بالشكل التالي:

$$p_L = p + \frac{\partial p}{\partial x} (x_L - x) = p + \frac{\partial p}{\partial x} \left(-\frac{dx}{2}\right) = p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

وبنفس الطريقة، يمكن الحصول على الضغوط المؤثرة على بقية الأوجه الأربعة.



ش (4.3) القوى المؤثرة على الجسيم القار تجاه المحور x.

¹Taylor's Series

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

ولتحقيق حالة التوازن، فإن مجموع القوى المؤثرة على عنصر المائع في أي اتجاه، يجب أن يساوي صفرًا. لذلك فإنه بجمع القوى في الاتجاه الأفقي x ، فإن القوى الوحيدة المؤثرة هي قوى الإجهاد العمودي؛ قوى الضغط على الوجهين الرأسيين الأيمن والأيسر المذكورين آنفاً، وكل منهما له مقدار من المساحة تعادل $(dy \cdot dz)$. وهنا يجدر بنا التذكير، بأن كلا من قوى الضغط هي حاصل ضرب ثلاثة حدود كالتالي؛

$$\boxed{\text{قوة الضغط}} = \boxed{\text{مقدار الضغط}} \times \boxed{\text{مساحة السطح}} \times \boxed{\text{وحدة متجه}}$$

حيث إن وحدة المتجه هنا، لتعيين الاتجاه الذي تؤثر فيه القوة مع ملاحظة، أن هذه القوة مسلطة على الوجه، أي تؤثر ضد متجه المساحة الخارج منها، وينطبق هذا على كل الأوجه المعنية. وعلى هذا، فإن قوة الضغط على الوجه الأيمن في اتجاه $(-x)$ تكون؛

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)(-\hat{i})$$

وعلى الوجه الأيسر في اتجاه $(+x)$ ، تتمثل القوة في حاصل الضرب التالي:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)(\hat{i})$$

ولا توجد قوى سطحية أخرى مؤثرة على هذا العنصر في اتجاه هذا المحور، ما دام المائع ساكنًا. ولذلك، فإنه من خلال قانون نيوتن يمكن تجميع القوى السطحية بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} d\vec{F}_{sx} &= \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)(\hat{i}) + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)(-\hat{i}) \\ &= \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i}\right) dx dy dz \end{aligned} \quad (5.3)$$

وحيث إنه وكما أشير في البند السابق، أن كل القوى السطحية الموجودة هي فقط القوى المتعامدة على السطح، وأن القوى البدنية معدومة في هذا

الاتجاه x وأن العجلة تساوي صفرًا، فإن تحقيق الاتزان يتطلب أن يكون مجموع القوى مساويًا صفرًا، ومن هنا فإن؛

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

أو أن؛

$$\sum \vec{F}_x = d\vec{F}_{sx} = -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\hat{i}\right) dx dy dz = 0$$

أي أن؛

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

وبنفس الطريقة، يمكن جمع القوى المؤثرة في اتجاه المحور y على المستوى الأفقي، بحيث إن؛

$$d\vec{F}_{sy} = 0$$

أو أن؛

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

وهذا يعني، أن مقدار الضغط لا يتغير على امتداد المحورين x و y ، أي أن الضغط له مقدار ثابت متساو عند أي نقطة تقع على المستوى الأفقي xy في نفس المائع، وكان قد أشير إلى أن هذا الاستنتاج يعتبر من ضمن قاعدة باسكال. والنتيجة تنص على أن شرط الاتزان لأي مائع هو أن يكون كل من الكثافة والضغط ثابتًا على أي مستوى أفقي. هذا هو الذي يحدث في حالة اتزان طبقات مختلفة الكثافة، فإن السطح البيني يجب أن يكون أفقيًا.

ونأتي إلى تحليل القوى تجاه المحور الرأسي z ، حيث مساحة كل من الوجهين الرأسيين السفلي والعلوي هي $(dx dy)$. في هذا الاتجاه، لدينا قوى سطحية عمودية على الوجهين العلوي والسفلي، إضافة إلى القوة البدئية والمتمثلة في قوة الجاذبية الأرضية؛ أي الوزن الذي يؤثر تجاه الأرض، والذي يمكن حسابه على النحو التالي:

$$d\vec{F}_B = (\rho)(dx dy dz)(\vec{g}) \quad (6.3)$$

حيث \vec{g} هي متجه الجاذبية الموضعي، والذي يمكن من خلال القوة البدنية التعبير عنه بدلالة وحدة المتجه (\hat{k}) كالتالي:

$$d\vec{F}_B = (\rho)(dxdydz)(g)(-\hat{k})$$

حيث يظهر أن الجاذبية الأرضية تؤثر نحو الأسفل أي نحو مركز الأرض. وبتجميع القوى السطحية مع القوة البدنية في اتجاه المحور z ، نحصل على أن؛

$$\begin{aligned} \sum d\vec{F}_z &= \sum d\vec{F}_{sz} + \sum d\vec{F}_B = 0 \\ &= (p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2})(dxdy)(\hat{k}) \\ &\quad + (p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2})(dxdy)(-\hat{k}) \\ &\quad + (\rho)(dxdydz)(g)(-\hat{k}) \\ &= -(\frac{\partial p}{\partial z} \hat{k})dxdydz - (\rho g)(dxdydz) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

حاليًا، نستطيع أن نقول إن p لا تعتمد على المحورين x و y وتتغير فقط مع الرأس z . وبافتراض أن مقدار الضغط لا يتغير مع الزمن؛ أي أنه مستقر، فمن الممكن استبدال صياغة المعادلة التفاضلية الجزئية بصيغة التفاضل الاعتيادي الكلي والمتمثل في الآتي:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (7.3)$$

تعتبر هذه المعادلة عن العلاقة بين تغير ضغط المائع الساكن وبين التحرك في الاتجاه الرأس في مجال الجاذبية الأرضية، ويلاحظ هنا أن dp سالبة

إذا كانت dz موجبة؛ أي أن الضغط يقل كلما تحركنا إلى أعلى، ويزداد كلما تحركنا إلى أسفل.

ومن خلال المعادلات الثلاثة السابقة والمعنية بتغير الضغط على كافة المحاور، فإن الضغط، وكما ذكر آنفاً، لا يتغير في المستوى الواحد الأفقي المتعامد على الاتجاه الرأسى؛ اتجاه عجلة الجاذبية الأرضية. ولذلك فإن الضغط نجده يتغير من مستو أفقي إلى آخر، وأن المستويات الأفقية كلها عمودية على اتجاه الجاذبية. ومن هنا، فإن السطح الحر للسائل الساكن يكون متعامداً على اتجاه الجاذبية بمعنى أنه "أفقياً"، وهو بالتقريب سطح كروي منمركز مع مركز الكرة الأرضية. ولكن في معظم التطبيقات الهندسية، فإن هذا السطح عادة ما يكون محدوداً أو محصوراً نسبياً، بحيث يمكن اعتباره مساحة مستوية.

ويلاحظ أن المسؤول عن إحداث محصلة لقوى الضغط على الجسم، ليست قيمة الضغط في حد ذاتها، بل تغير أو تدرج الضغط. فتدرج الضغط هو الذي يولد تلك القوى السطحية التي يجب أن تتوازن مع غيرها من القوى، حتى تحقق شروط الاتزان الذي يفقد لحالة سكون المائع. ويمكن أن نتضح الصورة أكثر، إذا جمعنا كل القوى المؤثرة على العنصر بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= d\vec{F}_s + d\vec{F}_B \\ &= (d\vec{F}_{sx} + d\vec{F}_{sy} + d\vec{F}_{sz}) + d\vec{F}_B \\ &= -\left(\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k}\right) dx dy dz + \rho (g\hat{k})(dx dy dz) \end{aligned}$$

وهذا الحد الموجود بين القوسين في المعادلة والخاص بتغير الضغط مع المحاور هو ما يسمى بـ "تدرج الضغط"¹، وجرت العادة على كتابته رياضياً بالطريقة التالية:

$$\text{grad } p = \nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k}$$

وعلى هذا، تكون محصلة القوة المؤثرة على العنصر هي:

¹Pressure Gradient; Grad p

$$d\vec{F} = (-\text{grad } p + \rho \vec{g}) dx dy dz$$

وبالتقسيم على حجم العنصر، تكون هذه القوة لوحدة الحجم على النحو التالي:

$$\frac{d\vec{F}}{dx dy dz} = -\text{grad } p + \rho \vec{g} \quad (8.3)$$

وتحقيقاً لشرط الاتزان في حالة السكون من خلال تطبيق قانون نيوتن للحركة، فإن هذه القوة يجب أن تساوي صفراً، ولذلك فإن:

$$-\text{grad } p + \rho \vec{g} = 0$$

أو

$$\text{grad } p = \rho \vec{g} \quad (9.3)$$

وبالرغم من أنه كان بالإمكان التعبير في المعادلة بدلالة الوزن النوعي، فإن الكثافة والعجلة تركتا كلاً على حدة في ذات المعادلة، للتنبه على أن كلاً منهما يمكن أن تكون متغيرة. وبالإمكان شرح المعادلة السالفة فيزيائياً، على أن قوى الضغط السطحية متمثلة في تدرج الضغط تعادل تماماً القوى البدنية متمثلة في قوى الجاذبية. وانطلاقاً من المعطيات الحالية، فإن الشروط الواجب توفرها لتطبيق النتيجة السابقة هي ثلاثة شروط؛

- أولاً: أن يكون المائع ساكناً.
- ثانياً: أن تكون القوى البدنية متمثلة فقط في قوى الجاذبية.
- ثالثاً: أن يكون المحور z متجهاً رأسياً إلى أعلى.

وهنا نلاحظ بعبارة أخرى ولمرة أخرى، أن مقدار الضغط على الوجه ليس مهماً في تقييم خالص قوى الضغط، بل المهم هو المعدل الذي يتغير به الضغط مع المسافة؛ ألا وهو تدرج الضغط، وهو الحد الذي سوف يواجها ويفيدنا كثيراً خلال دراستنا لميكانيكا الموائع.

5.3 تغير الضغط في الموائع الساكنة غير القابلة للانضغاط

تتميز هذه الموائع المتمثلة عادة في السوائل بأن كثافتها ثابتة، أي أن وزنها النوعي لا يتغير من نقطة إلى أخرى على المحور الرأسي z ، ولذلك فإنه

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

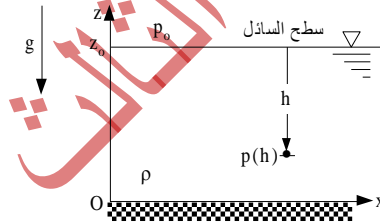
بالإمكان تكامل المعادلة (7.3) مباشرة. ونجد في كثير من التطبيقات الهندسية أن السوائل لها سطح حر، ويكون الضغط عند سطحها الحر هذا مساويا للضغط الجوي، كما هو مبين في الشكل (5.3). فإذا كانت z_0 مقابلة لنقطة على السطح الحر للسائل، فإنه بالإمكان إجراء التكامل لمعرفة مقدار الضغط عند أي عمق، على النحو التالي:

$$\int_p^{p_{atm}} dp = \int_z^{z_0} -\rho g dz$$

$$p - p_{atm} = -\rho g (z - z_0) = \gamma (z_0 - z) = \gamma h$$

وهنا يجب التنبيه عند تطبيق هذه العلاقة، أن المائع المعني لا بد أن يكون متصلا بعضه ببعض باستمرار في ذات المائع دون انقطاع. وعند استخدام ضغوط المقياس، فإن $p_{atm}=0$ ، وعليه تصبح المعادلة كالتالي:

$$p = \gamma h \quad (10.3)$$



ش (5.3) تغير الضغط الهيدروستاتيكي عند نقطة مع العمق.

ومن هنا، يتضح أن العلاقة بين p و h علاقة مؤكدة، أي أن الضغط يكافئ العمود من المائع المخصوص والمعروف من خلال وزنه النوعي الثابت. وعمق السائل هذا هو ما يسمى "بعمود الضغط"¹، الذي يولد ضغطاً مقداره p ، ووحداته m وأبعاده L . وكثيراً ما يكون من الأنسب التعبير عن الضغط بدلالة ارتفاع عمود من السائل بدلاً من الضغط على وحدة المساحة. ومن الممكن، تمثيل الضغط عند نقطة، بأعمدة مختلفة من السوائل بالاعتماد

¹Pressure Head

على الكثافة النوعية لكل سائل مستخدم. ولذلك فمن الممكن تحويل عمود إلى آخر مكافئ له باستخدام العلاقة المعنية كالتالي:

$$p = \gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2 = \dots = \gamma_n h_n \quad (11.3)$$

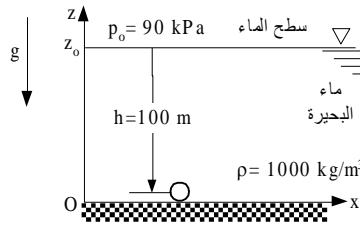
وعلى هذا، فمن المعتاد تمثيل أو قياس ضغوط الغازات بأعمدة السوائل وعلى رأسها الماء في حالة الضغوط الخفيفة التي تولد أعمدة من الماء مناسبة للقياس، أما إذا كانت الضغوط عالية فيستخدم الزئبق علاوة على استخدامه في قياس ضغوط السوائل في العديد من التطبيقات. ويمكن الحصول على الضغط الكلي (المطلق) عند أي عمق من المعادلة السابقة مضافاً إليه الضغط عند السطح الحر للسائل، بالشكل التالي:

$$p_{abs} = \gamma h + p_{free\ surface} \quad (12.3)$$

على أن الضغط عند السطح الحر للسائل غالباً ما يساوي الضغط الجوي الموضعي في أغلب التطبيقات الهندسية.

مثال 1.3

تتطلب دراسة مقترح لنقل الغاز عبر أنبوب يمر ببحيرة، معرفة أقصى ضغط يعانيه هذا الأنبوب نتيجة وجوده عند قاع البحيرة. فإذا كانت أعماق نقطة في هذه البحيرة حوالي 100m من سطحها، أوجد أقصى ضغط مطلق قد يعانيه هذا الأنبوب، واحسب تغير الضغط بين سطح الماء وبين أقصى عمق بوحدات kPa. علماً بأن الضغط الجوي عند السطح يساوي 90 kPa.



المعطيات: $h=100\text{ m}$
المطلوب: أوجد الضغط عند أعماق نقطة وتغيره بين السطح الحر والقاع.
الفرضيات: كثافة الماء ثابتة وتساوي 1000 kg/m^3 .

الحل: نحن على علم بأن في مثل هذه الدراسة نهتم بأقصى ضغط يعانيه هذا الأنبوب، وما دام الضغط يزداد بزيادة العمق، فإن الضغط المطلوب هو الضغط عند أقصى عمق؛ أي عند $h=100\text{m}$. وباستخدام العلاقة الأساسية لتغير الضغط في الاتجاه الرأسي، يمكن كتابة الآتي:

$$\frac{dp}{dh} = \rho g$$

$$dp = \rho g dh$$

$$\int_{p_a}^p dp = \int_0^h \rho g dh$$

أي أن؛

$$p = p_a + \rho gh$$

$$\begin{aligned} &= 90,000\text{Pa} + (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(100\text{m}) \times \frac{\text{N}}{\text{kg}\cdot\text{m}} \times \frac{\text{Pa}}{\text{N}} \\ &= 1071,000\text{Pa} = 1071,000\text{Pa} \times \frac{\text{kPa}}{1000\text{Pa}} = 1071\text{kPa(absolute)} \end{aligned}$$

ويتضح أن الفرق بين الضغط عند قاع البحيرة والضغط عند سطح الماء (الضغط الجوي)، هو ضغط المقياس عند القاع كالتالي:

$$\Delta p = p - p_{\text{surface}} = p_{\text{gage}} = 1071 - 90 = 981\text{kPa(gage)}$$

مع ملاحظة أن هذا الضغط عند أي نقطة على هذا العمق، يؤثر في كل الاتجاهات بنفس القيمة، أي أن الأنبوب سيسلط عليه هذا الضغط من كل الجهات على افتراض إهمال تأثير ارتفاع مقطعه.

6.3 الهواء الجوي

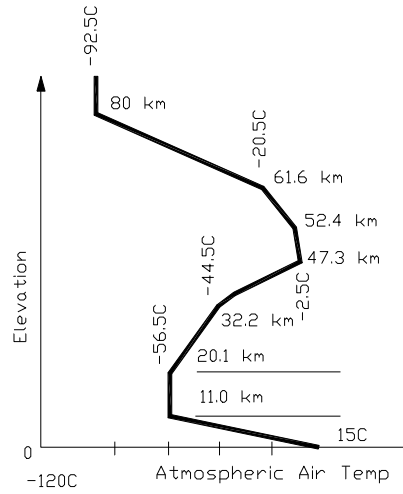
معلوم أن هناك غلافًا من الهواء الجوي يحيط بكوكب الأرض، وأن حالته تتمثل في ضغطه ودرجة حرارته وما يتعلق بهما من كثافة ولزوجة ورطوبة وما إلى ذلك. على أن هذه الخواص، قد تتغير مع الزمن ومع الموقع على هذا الكوكب من حيث أيام السنة وخط العرض والعلو فوق

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

سطح البحر. ويختلف سمك طبقات هذا الغلاف، حيث هي سميكة عند خط الاستواء ورقيقة عند القطبين الشمالي والجنوبي.

ونظرًا لهذا التغير، كان من المناسب تبني حيز من الغلاف الجوي، ليستخدم غالبًا كمعيارًا في الحسابات الهندسية، حيث يقوم المهندس باعتبار هذا الجو القياسي "الساكن" في حساباته المتعلقة بتصميم الطائرات وتوقع أداء المحركات عند الارتفاعات الشاهقة وما يتعلق بتصميم الأجسام المتحركة الأخرى مثل الصواريخ والقذائف. ولقد اتفق المختصون في العالم من خلال مؤتمرات عالمية، على أخذ هذا الجزء من الغلاف الجوي عند خط عرض 40° الذي يمثل إلى حد كبير الجو الواقعي الموجود في أجزاء كثيرة من العالم، وهذا هو ما يسمى "بالجو القياسي"¹، وتتضمن حالاته عند سطح البحر الخصائص التالية:

$$p = 101.3 \text{ kN/m}^2 \quad T = 288 \text{ K} = 15^\circ \text{C}$$
$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3 \quad \mu = 1.781 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$$



ش (6.3) تغير درجة حرارة الهواء الجوي القياسي (U.S).

ومن الملاحظ أن الغلاف الجوي برياحه وزوايحه لا يكون ساكنًا تمامًا، ولكن يبقى السكون افتراضًا مقبولاً لتوقع الضغط والكثافة بالتقريب. فالغلاف الجوي فوق سطح الأرض، ينقسم إلى أربع طبقات هي على التوالي؛ طبقة التروبوسفير وهي الملامسة لسطح الأرض، وتليها طبقة

¹Standard Atmosphere

الستراتوسفير وطبقة الأيونوسفير، وأخيرًا طبقة الإكسوسفير¹، ويوضح الشكل (6.3) سمك تلك الطبقات وطبيعة تغير درجة الحرارة بكل منها. وتعتبر الطبقتان القريبتان من سطح الأرض أهمها لأغلب التطبيقات الهندسية، فنجد طبقة التروبوسفير، وفيها تتناقص درجة الحرارة خطيًا مع الارتفاع بداية من درجة 288 K عند مستوى سطح البحر ونهاية بدرجة 216.5 K عند ارتفاع حوالي 11,000 m. وتأتي بعد هذه الطبقة طبقة الستراتوسفير، وهي الممتدة إلى ارتفاع حوالي 24,000 m، حيث تبقى خلالها درجة الحرارة ثابتة عند 216.5 K. وفي البنود اللاحقة سنتعرض للكيفية التي يمكن بها حساب الضغط عند أي ارتفاع في ظل طبيعة تغير درجة الحرارة في الطبقات المذكورة.

7.3 تغير الضغط في الموائع الساكنة القابلة للانضغاط

يمثل تغير الضغط في الموائع الساكنة القابلة للانضغاط، الحالة التي تتغير فيها الكثافة مع الضغط و/أو درجة الحرارة تبعًا للعلاقة الثلاثية فيما بينها متمثلة في معادلات الحالة للغازات. ولذلك، فإنه قبل أن نستطيع مكاملة المعادلة الأساسية (7.3)، يلزم التعبير عن الكثافة جبريًا كدالة في المتغير z أو المتغير p . وعلى سبيل المثال، يمكن التركيز على دراسة سلوك الهواء الجوي باعتباره غازًا مثاليًا على نطاق تغير كبير نسبيًا في الضغط ودرجة الحرارة. فباستخدام القانون المعروف للغاز المثالي؛ المعادلة (9.2)، يمكن كتابة العلاقة الأساسية (7.3) على الصورة التالية:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\frac{p g}{R T} \quad (13.3)$$

تبين هذه المعادلة العلاقة فيما بين الضغط والارتفاع ودرجة الحرارة. وهناك عدة احتمالات لحل هذه المعادلة، اعتمادًا على كيفية تغير درجة الحرارة في المجال الرأسي على طول المحور z . فهناك الطبقة التي تكون عندها درجة الحرارة ثابتة، وهناك الطبقة التي تتغير خلالها درجة الحرارة خطيًا، كما هناك الظروف الأيزنتروبية للمائع الساكن التي تمثل الحالة الأديباتية.

1.7.3 درجة الحرارة ثابتة

يمكن أن تكون درجة الحرارة ثابتة كلما تحركنا في الاتجاه الرأسي صعودًا أو هبوطًا خلال طبقة من الغاز، كما يحدث في طبقة الغلاف الجوي

¹Troposphere, Stratosphere, Ionosphere, and Exosphere, respectively

"الستراتوسفير"، حيث يكون مجال تغير الارتفاع فيها محدوداً، الأمر الذي يجعل التغير في عجلة الجاذبية الأرضية صغيراً جداً ويُمكن من اعتبار العجلة ثابتة في هذا المجال. ومن خلال هذه المعطيات تتول المعادلة (13.3) إلى الآتي:

$$\frac{d p}{d z} = - \frac{g}{R T} p$$

ويمكن أخذ التكامل من مستوى قريب من سطح الأرض z_0 إلى مستوى آخر بعيد عند z_1 ، على النحو التالي؛

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{d p}{p} = - \int_{z_0}^{z_1} \frac{g}{R T} d z$$

أو أن؛

$$\ln \frac{p_1}{p_0} = - \frac{g}{R T} (z_1 - z_0)$$

ومع ملاحظة أن $p_0 = \rho_0 R T$ ، يمكن كتابة العلاقة السابقة على الصورة التالية:

$$\frac{p_1}{p_0} = \exp \left[- \frac{\rho_0 g}{p_0} (z_1 - z_0) \right]$$

أو أن؛

$$p_1 = p_0 \exp \left[- \frac{\gamma_0}{p_0} (z_1 - z_0) \right] \quad (14.3)$$

وعلى هذا فإن الضغط يقل بدالة أسية مع الارتفاع. وهنا يجدر بنا التذكير، بأن $(z_1 - z_0)$ دائماً موجبة، أي أن z_1 أعلى من z_0 ، وهو ما يحقق هبوط الضغط كلما ارتفعنا. وفي معظم التطبيقات الهندسية، عدا حسابات طبقات الهواء الجوي، فإن تطبيق العلاقة السابقة في ارتفاعات محدودة، تولد فرقاً قليلاً جداً في الضغط، وهو ما يبرر إمكان إهمال هذا الفرق الناتج عن فروق الارتفاع في عموم الغازات.

2.7.3 تغير خطي في درجة الحرارة

كما ذكرنا آنفًا، تتغير درجة الحرارة في طبقة الغلاف الجوي القياسي الملامسة للأرض، حيث تناقص خطيًا من 288 K عند سطح البحر وحتى 216.5 K عند ارتفاع 11,000 m. ويمكن تمثيل درجة الحرارة في مثل هذه الطبقة بالعلاقة التالية:

$$T = T_0 - cz$$

$$c \equiv \text{constant}$$

$$T = T_0 \quad \text{at } z = 0$$

$$dT = -c dz$$

$$dz = -dT/c$$

بالتعويض في المعادلة (7.3) يمكن الحصول على الآتي:

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{pg}{RT}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{g}{cR} \frac{dT}{T}$$

وبتكامل الطرفين، يمكن التوصل إلى النتيجة التالية:

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{g}{cR} \ln \frac{T}{T_0} = \ln \left(\frac{T}{T_0} \right)^{g/cR}$$

ومن هنا، فإن؛

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{g/cR}$$

أو أن؛

$$p = p_0 \left(1 - \frac{cz}{T_0} \right)^{g/cR} \quad (15.3)$$

على أن درجة الحرارة في المعادلة يجب أن تكون بالدرجات المطلقة، وأن معدل تغير درجة الحرارة c لطبقة "التروبوسفير" للجو القياسي يساوي 0.0065 K/m ، وأن (g/cR) للهواء الجوي القياسي على سطح البحر تساوي 5.26 .

3.7.3 ظروف أيزنتروبية

تتميز طبقة الغاز الساكن بعدم وجود قوى الاحتكاك فيها كما تتميز برداءة التوصيل للحرارة. ويتمثل غياب الاحتكاك وانتقال الحرارة في ظروف خاصة تعرف بظروف الحالة الأيزنتروبية¹ كما عرفنا في دراستنا للديناميكا الحرارية. من هنا فإن العلاقة المتمشية مع هذا الصنف من العمليات هي كالتالي:

$$\frac{p}{\rho^k} = \frac{p_o}{\rho_o^k} = \text{const} \quad k = \frac{c_p}{c_v}$$

باستخدام العلاقة (13.3)، يمكن وضع العلاقة السابقة في صورة تكاملية كالتالي؛

$$\frac{(p_o)^{-1/k}}{\rho_o} \int_{p_o}^p p^{-1/k} dp = -g \int_o^z dz$$

ومن هنا نحصل على العلاقة التالية:

$$p = p_o \left(1 - \frac{(k-1)gz}{kRT_o}\right)^{k/(k-1)} \quad (16.3)$$

حيث إن k للهواء الجوي القياسي تساوي 1.4 وأن ثابت الغاز للهواء هو $R=0.287 \text{ kJ/kg.K}$ ، مع ملاحظة أن درجة الحرارة والضغط يجب أن تكون بالوحدات المطلقة.

مثال 2.3

باعتبار أن الهواء الجوي لموقع على سطح الكرة الأرضية يمكن أن يكون مائعاً ساكناً مع افتراض جو قياسي عند سطح البحر، احسب الضغط

¹Adiabatic and Isentropic

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

الجوي على ارتفاع 6,000 m، في الحالات التالية: (a) تنخفض درجة حرارة الهواء مع الارتفاع بمعدل التغير القياسي المعروف 0.0065 K/m (b) كثافة الهواء ثابتة وتساوي كثافة الهواء عند سطح البحر (c) درجة حرارة الهواء ثابتة خلال طبقة الهواء بين مستوى سطح البحر والارتفاع المذكور (d) ظروف أيزنتروبية. احسب نسبة الخطأ في كل من النتائج الأخيرة مقارنة بالتغير الفعلي المتمثل في الحالة الأولى (a).

المعطيات: جو قياسي عند سطح البحر وارتفاع طبقة الهواء المراد عندها الضغط يساوي 6,000 m.

المطلوب: ضغط الهواء عند ذلك الارتفاع للحالات التالية: (a) $T=T_0-cz$ (b) $\rho=\text{const}$ (c) $T=\text{const}$ (d) ظروف أيزنتروبية. واحسب نسبة الخطأ مقارنة بالحالة (a).

الحل: (a) تغير خطي في درجة الحرارة. هذه الحالة هي الحالة الفعلية عند افتراض الجو القياسي لهذا الموقع، وعلى أساسها تحسب مواصفات الهواء والمجدولة في الملحق B. من البند السابق، نجد أن لحساب الضغط عند الارتفاع المعني، يتعين استخدام العلاقة (15.3) وهي:

$$\begin{aligned} p &= p_0 \left(1 - \frac{cz}{T_0}\right)^{g/cR} \\ &= 101,325 \text{ Pa} \left[1 - \frac{(0.0065 \frac{\text{K}}{\text{m}})(6,000 \text{ m})}{(15 + 273) \text{ K}}\right]^{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) / (0.0065 \frac{\text{K}}{\text{m}}) (287 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}\cdot\text{K}})} \\ &= 101,325 (0.8646)^{5.26} \text{ Pa} \\ &= 47.13 \text{ kPa} \end{aligned}$$

على أن البيانات الواردة في الملحق، هي أدق من المحسوبة هنا نظرًا لعملية التقريب الواردة.

(b) كثافة الهواء ثابتة. وفي هذه الحالة يمكن معالجة المسألة وكأن المانع غير قابل للانضغاط ودون اعتبار لتغير درجة الحرارة، على النحو التالي:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dz} &= -\rho g \\ dp &= -\rho g dz \end{aligned}$$

$$\therefore \int_{p_a}^p dp = - \int_0^h \rho g dz$$

أو أن؛

$$\begin{aligned} p &= p_o - \rho g z \\ &= 101,325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} - 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 6,000 \text{m} \\ &= 29.22 \text{kN/m}^2 = 29.22 \text{kPa} \end{aligned}$$

ولذلك، فإن نسبة الخطأ تكون؛

$$\% \text{error} = \left(\frac{29.22 - 47.13}{47.13} \right) \times 100 = -38.0\%$$

(c) درجة حرارة الهواء ثابتة؛ أي أن درجة الحرارة تساوي 288K في كامل المجال المعني، وهي تقابل درجة حرارة الهواء عند سطح البحر. ولذلك فإن الضغط يمكن حسابه من العلاقة (14.3) كما يلي:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_o \exp\left[-\frac{\gamma_o}{p_o}(z_1 - z_2)\right] \quad (14.3) \\ &= 101,325 \exp\left[-\frac{1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 6,000 \text{m}}{101,325}\right] \\ &= 49.74 \text{kPa} \end{aligned}$$

ونسبة الخطأ هي:

$$\% \text{error} = \left(\frac{49.74 - 47.13}{47.13} \right) \times 100 = 5.5\%$$

(d) الحالة الأيزنتروبية. هذه الحالة تتحقق عندما لا يكون هناك انتقال للحرارة بين طبقة الهواء هذه ومحيطها وأن الاحتكاك معدوم نتيجة سكون مكوناتها. والعلاقة التي تفيدنا في حساب الضغط تتمثل في العلاقة (16.3)، وهي؛

$$p = p_o \left(1 - \frac{(k-1)gz}{kRT_o}\right)^{k/(k-1)} \quad (16.3)$$

$$p = 101,325 \text{ Pa} \left[1 - \frac{(1.4-1)(9.81 \text{ m/s}^2)(6,000 \text{ m})}{1.4(287 \text{ Nm/kgK})(288 \text{ K})}\right]^{1.4/(1.4-1)}$$

$$= 101,325(0.451) = 45.70 \text{ kPa}$$

ونسبة الخطأ تكون؛

$$\% \text{error} = \left(\frac{45.70 - 47.13}{47.13}\right) \times 100 = -3.0\%$$

وانطلاقاً من النتائج السابقة نجد أن أبعد نتيجة عن الواقع تحدث عند افتراض أن كثافة الهواء ثابتة في كل الحيز، أما أقرب النتائج فإنها تتحقق عند الظروف الأيزنثروبية.

8.3 قياس الضغط

نحتاج في هذه المرحلة إلى معرفة كيفية قياس مقدار الضغط الناتج من تأثير وجود الموائع، سواء ساكنة كانت أم متحركة، على أن ما يهمنا هنا، هو "الضغط الاستاتيكي"¹. يصاحب هذا الضغط كافة التطبيقات الهندسية اليومية ذات الصلة بالموائع، متمثلة في كل منظومات نقل الموائع وتوزيعها وتخزينها من بينها على سبيل المثال، المنظومات المتعلقة بنقل المياه وتوزيعها وتخزينها، والمنظومات ذات العلاقة بمشاريع الغاز، والمنظومات الخاصة بإنتاج النفط وصناعته. وتعتمد معظم طرق قياس الضغط على المفاهيم الأساسية والعلاقات المدروسة في البند السابق، وعلى رأسها ما جاء به العالم باسكال؛ من أن الضغط ثابت في كل النقاط على أي مستوى أفقي مادام المائع واحداً متصلاً ببعضه، وأن الضغط عند أي نقطة في المائع يتناسب مع عمق هذه النقطة في الوسط المائع.

وتختلف أجهزة قياس الضغط حسب الضغط المراد قياسه؛ مطلقاً أو مقياساً، وكذلك حسب مستوى الضغط؛ عاليًا، أو متوسطًا، أو خفيًا. فيستخدم البارومتر والأنيريود² لقياس الضغط المطلق المتمثل عادة في

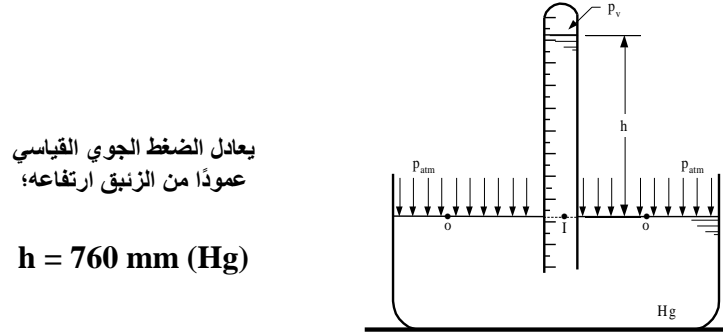
¹Static Pressure

²The Barometer or Aneroid

الضغط الجوي، وتستخدم المانومترات¹ بأشكالها المختلفة ومقياس بوردين² في قياس ضغوط المقياس أو تحديد الفرق في الضغط بين نقطتين كما سنرى فيما يأتي من بنود. وسنقتصر هنا في عرضنا هذا على توضيح أجهزة القياس المعتمدة على استغلال أعمدة السوائل في تعيين مقادير الضغوط وفروقها متمثلة في أجهزة البارومترات والمانومترات ونترك الباب السادس ليعطي تفصيلاً أشمل على عدد من أجهزة القياس المذكورة هنا.

1.8.3 البارومتر

يبين الشكل (7.3) جهاز البارومتر الذي يعتمد عليه في قياس الضغط الجوي بوحدات ضغط مطلقة، ويتكون من أنبوبة نظيفة مدرجة مقلولة من أحد طرفيها، وحوض به كمية كافية من الزئبق. وقد تم اختراعه على يد العالم الإيطالي تورشيللي³ في عام 1643م.



ش (7.3) البارومتر

تملاً الأنبوبة بالكامل بالزئبق دون ترك أي فقاعات هوائية، وتقلب في الحوض بحيث يغرس طرفها المفتوح في حوض الزئبق، وتترك رأسياً ليستقر الزئبق فيها عند ارتفاع معين. وتكون الأنبوبة ذات طول ليس بالقصير فتبقى الأنبوبة مملوءة بالكامل، وليس بالطويل حتى لا يكون الفراغ كبيراً ودون حاجة لذلك، ومن المعتاد أن يكون في حدود 900 mm.

¹The Manometers

²The Bourden Gage

³The Italian, Evangelista Torricelli (1608-47)

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

انطلاقاً من قاعدة باسكال، فإن الضغط على امتداد السطح الحر للزئبق في الحوض عند النقطة "o"، والناتج من الضغط الجوي، يساوي الضغط داخل الأنبوبة عند النقطة "i" على نفس المستوى؛ أي أن؛

$$P_{atm} = P_o = P_i$$

$$\boxed{\text{الضغط الجوي}} = \boxed{\text{الضغط عند النقطة o}} = \boxed{\text{الضغط عند النقطة i}}$$

ومن هنا يمكن معرفة مقدار الضغط الجوي بحساب وزن عمود الزئبق إضافة إلى مقدار ضغط بخار الزئبق المتكون في نهاية العمود، على النحو التالي؛

$$P_{atm} = P_i = \rho_{Hg}gh + p_v$$

وبالرغم من أن ضغط بخار الزئبق هو دالة في درجة الحرارة، فهو صغير جداً عند درجات الحرارة للجو المعتاد، فهو يساوي 0.16 Pa عند درجة الحرارة 20°C، في حين أن الضغط الجوي في حدود 100,000 Pa، ولذلك فهناك معطيات قوية لتبرير إهمال ضغط بخار الزئبق هذا. وضغط البخار المنخفض للزئبق المتمشي مع كثافته العالية جعلت منه سائلاً مناسباً جداً للاستعمال في أجهزة البارومترات والمانومترات. وعلى هذا يمكن تحديد الضغط الجوي بالدقة الكافية لمعظم التطبيقات الهندسية، على أنه دالة في طبيعة الموقع وحالة الجو حينها، بالتطبيق في العلاقة السابقة التي أصبحت كالتالي؛

$$P_{atm} = \rho_{Hg}gh \quad (17.3)$$

مثال 3.3

وضع جهاز بارومتر في موقع يرتفع عن سطح البحر بحوالي 1000 m، فكانت قراءته 680 mm من الزئبق. أوجد الضغط الجوي الموضعي لهذا الموقع معبراً عنه بالوحدات؛ (a) kPa (b) عمود من الماء بالأمتار (c) psia (d) .psig. خذ $SG_{Hg}=13.6$.

المعطيات: $h=680 \text{ mm Hg}$

المطلوب: أوجد P_{atm} .

الفرضيات: إهمال ضغط بخار الزئبق.

الحل: (a) من العلاقة المعروفة بين الضغط وارتفاع عمود السائل (17.3) التي سبقت الإشارة إليها، يمكن إيجاد الضغط الجوي على النحو التالي:

$$\begin{aligned} p_{\text{atm}} &= \rho_{\text{Hg}}gh = SG \times \rho_{\text{H}_2\text{O}} \times g \times h \\ &= 13.6 \times 1000 \text{kg/m}^3 \times 9.81 \text{m/s}^2 \times 0.680 \text{m} \\ &= 90,723 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \times \frac{1}{\text{m}^2} = 90,723 \text{N/m}^2 \\ &= 90,723 \text{Pa} \times \frac{\text{kPa}}{1000 \text{Pa}} = 90.723 \text{kPa} \end{aligned}$$

(b) يمكن إيجاد عمود الماء المقابل لهذا الضغط الجوي باستخدام المعادلة (11.3)، حيث إن؛

$$\begin{aligned} p_{\text{atm}} &= 90,723 \text{Pa} = \rho_{\text{H}_2\text{O}}gh_{\text{H}_2\text{O}} \\ \therefore h_{\text{H}_2\text{O}} &= \frac{90,723 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} \times \frac{\text{kg.m}}{\text{N}} = 9.248 \text{m of water (abs)} \end{aligned}$$

(c) وحدة الضغط البريطانية المشهورة بالاختصار "psia"، تمثل الباوند قوة على البوصة المربعة، على أن "a" تعني المطلق وهي اختصاراً لكلمة "absolute". وهنا يمكن استخدام الوحدات البريطانية للمتغيرات من البداية على النحو التالي:

$$\begin{aligned} p_{\text{atm}} &= \frac{\rho_{\text{Hg}}gh_{\text{Hg}}}{g_c} \\ &= \frac{13.6(62.4 \frac{\text{lbm}}{\text{ft}^3})(32.2 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2})}{32.2 \frac{\text{lbm.ft}}{\text{lbf.s}^2}} \times 0.680 \text{m} \times \frac{3.2808 \text{ft}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$= 1,893.27 \text{ lbf/ft}^2 = 1,893.27 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2} \times \frac{\text{ft}^2}{144 \text{ in}^2}$$
$$= 13.15 \text{ psia}$$

ويمكن الحصول على نفس النتيجة بتحويل قيمة الضغط المتحصل عليه في الفقرة (a) بوحدات Pa، بوضع كل وحدة والمقابل لها في نفس العلاقة السابقة.

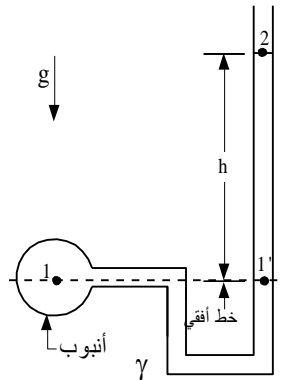
(d) تجدر الملاحظة هنا إلى أن الحرف "g" في الوحدات البريطانية تعني ضغط المقياس وهي اختصاراً لكلمة "gage".

وكما نعلم أن ضغط المقياس للهواء الجوي يساوي صفراً، مهما كانت الوحدات، لأن المقياس المستخدم يقرأ نسبة للضغط الجوي الموضعي والمحسوب سالفاً، ومن ثم فإن الضغط الجوي يساوي صفراً؛ أي أن:

$$P_{\text{atm}} = 0 \text{ psig}$$

2.8.3 المانومترات

تعتبر المانومترات من أشهر المقاييس المستخدمة لقياس فرق الضغط باستخدام أعمدة السوائل وما يتعلق بها من تطبيق للقواعد الأساسية للموائع الساكنة. وتعرض هنا، إلى عدد من أشكال هذه المقاييس لإيضاح استخداماتها وطريقة القيام بالحسابات المصاحبة لكل منها بصورة مبسطة قدر الإمكان.



ش (8.3) مانومتر بنفس المائع المراد قياس ضغطه.

المانومتر U. يبين الشكل (8.3) المانومتر U وقد أتت تسميته من شكله الذي يطابق شكل الحرف الوارد U. يستخدم هذا المانومتر لقياس الضغوط الصغيرة نسبياً. ويمكن وصل هذا المانومتر بالنقطة أو المقطع المراد عنده قياس الضغط في خزانات أو خطوط أنابيب على سبيل المثال. بمجرد ما تتم عملية الوصل حيث النقطة 1، يرتفع (أو ينخفض) السائل في الساق المفتوحة والمدرجة عادة ليستقر عند النقطة 2. وبأخذ المستوى الأفقي المار بالنقطة 1 لتقابل النقطة 1'، ونظرًا لأن المائع واحد ومتصل بين النقطتين 1 و1' وعلى نفس المستوى الأفقي، فإن الضغط متساو في كل النقاط على هذا المستوى، ولذلك فإن:

$$p_1 = p_{1'} \\ = \rho gh + p_2$$

والمعتاد هنا، هو أن المانومتر مفتوح للهواء الجوي، أي أن p_2 هو الضغط الجوي الموضعي، ولذلك إذا كان المستهدف هو الضغط المطلق عند النقطة 1، فإن:

$$p_1 = \rho gh + p_{atm}$$

أما إذا كان ضغط المقياس هو المطلوب عند النقطة 1، وباعتبار أن $p_2=0$ (مقياسًا)، فإن؛

$$p_1 = \rho gh = \rho h \quad (18.3)$$

يوضح الشكل (9.3) مانومترًا يستخدم لقياس الضغوط المتوسطة والصغيرة، لأننا نستطيع اختيار سائل القياس بحيث يكون وزنه النوعي مناسبًا لمقدار الضغط. وكثيرًا ما يؤخذ الزئبق لقياس ضغط الماء ويؤخذ الماء لقياس ضغط الهواء. وباتباع نفس الأسلوب السابق، يمكن تعيين الضغط عند النقطة 1 باستخدام المستوى الأفقي المار في نفس المائع المتواصل على النحو التالي:

$$p_2 = p_{2'}$$

حيث إن؛

$$p_2 = \gamma_1 h + p_1$$

$$p_{2'} = \gamma_2 H + p_3$$

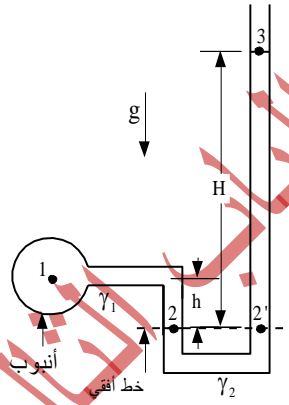
وبالتعويض في المعادلة الأولى، نجد أن؛

$$\gamma_1 h + p_1 = \gamma_2 H + p_3$$

$$\therefore p_1 = \gamma_2 H - \gamma_1 h + p_3$$

وبما أن الضغط الجوي $p_3=0$ (gage)، فإن ضغط المقياس؛

$$p_1 = \gamma_2 H - \gamma_1 h \quad (19.3)$$



ش (9.3) مانومتر بمائع يختلف عن المائع المراد قياس ضغطه.

مثال 4.3

وضع مانومتر كالموضح في الشكل المقابل بين أنبوبين أحدهما للماء والآخر للزيت، عين فرق الضغط بينهما.

المعطيات: مانومتر لقياس فرق الضغط لخطي أنابيب.

المطلوب: تعيين فرق الضغط بين الأنبوبين.

الفرضيات: إهمال تأثير التوتر السطحي وثبوت كثافة موائع المانومتر.

الحل: باتباع نفس الأسلوب السابق في تحليل معطيات المانومتري، يمكن كتابة الآتي:

$$p_2 = p_{2'}$$

$$\gamma_1(0.20) + p_1 = \gamma_2(0.15) + p_3$$

$$p_1 = \gamma_2(0.15) - \gamma_1(0.20) + p_3$$

وكذلك بالنسبة للجهة الأخرى، فإن؛

$$p_{4'} = p_4$$

$$-\gamma_3(0.20) - p_3 = -\gamma_4(0.10) + p_5$$

$$p_5 = \gamma_4(0.10) + p_3$$

هذه النتيجة قد حصلنا عليها بعد إهمال وزن الهواء، وهو يعني أن الضغط عند النقطة 3 يساوي الضغط عند النقطة 4. لذلك فإن فرق الضغط يكون؛

$$p_1 - p_5 = [\gamma_2(0.15) - \gamma_1(0.20) + p_3] - [\gamma_4(0.10) + p_3]$$

$$= \gamma_2(0.15) - \gamma_1(0.20) - \gamma_4(0.10)$$

$$= 9.81 \times 1000 [1.5(0.15) - 1(0.20) - 0.8(0.10)]$$

$$= -540 \text{ Pa}$$

وتعني هذه الإشارة السالبة إلى أن الضغط عند 5 أعلى من الضغط عند 1، أي أن؛

$$p_5 - p_1 = 540\text{Pa}$$

وتجدر الإشارة هنا إلى أن هناك طريقة أخرى يمكن اتباعها وهي تتمثل في البداية من أحد الطرفين وإضافة الضغط إذا هبط المستوى وطرحه إذا ارتفع المستوى، والاستمرار بهذا الوضع حتى نهاية أنبوب المانومتر في الطرف الآخر. فعلى سبيل المثال، يمكن عند البداية من الطرف الأيسر، تتبع الضغط على النحو التالي:

$$p_1 + 9810(0.20) - 1.5 \times 9810(0.15) + 0.8 \times 9810(0.10) = p_5$$

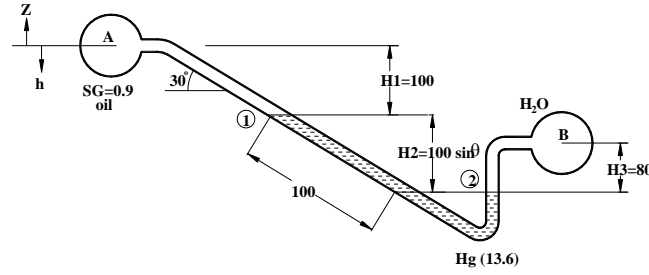
وهي تقود إلى نفس النتيجة، مع ملاحظة أننا نستخدم في بعض الأحيان الوزن النوعي، γ ، مباشرة وأحياناً نأخذ الأمر بالتدرج حتى يساهم هذا الأسلوب في مزيد الفهم لكل الأساسيات من خلال التطبيق المتنوع.

المانومتر المائل. لقد أدخلت العديد من التحويلات على المانومترات لتفي بأغراض معينة. فمن هذه التحويلات جعل ساق المانومتر مائلة بزواوية على الأفقي بحيث يكون هناك تكبيراً لتدريج الضغط؛ أي أننا سنقرأ العمود على مسافة أطول مقارنة بما نقرأه على تدريج الساق الرأسية. هذا يزيدنا مرونة في القراءة ويقلل نسبة خطأنا في القراءة وهو ما يمثل زيادة دقة المانومتر. وهنا نجد أنه كلما قلت زواوية الميل، ازداد عمود السائل طولاً، ولكن إلى حد ما لأنه عندما تكون الزواوية صغيرة (أقل من 5°)، فإن القراءة تصبح غير مرضية، وذلك لأنه من الصعب تحديد نهاية سطح السائل داخل الساق، خصوصاً في وجود زيادة في قيمة التوتر السطحي الناتج عن نقص مستوى نظافة الأنابيب، الأمر الذي يؤثر على دقة الجهاز المتوخاة، ناهيك عن زيادة صعوبة ضبط الزوايا الصغيرة لتثبيت المانومتر في الموضع المناسب.

مثال 5.3

تستخدم المانومترات المائلة توخياً لزيادة إمكانية قياس الضغوط المنخفضة وفروقها كما هو مبين في الشكل المقابل. (a) احسب فرق الضغط $P_A - P_B$ (b) عين القراءة الجديدة على امتداد الساق المائلة إذا انخفض الضغط في الخط A بمقدار 10kPa وبقي ضغط الخط B ثابتاً.

الفرضيات: مائع ساكن وغير قابل للانضغاط
الحل: (a) بإتباع أسلوب تجميع فروق الضغط نجد الآتي:



$$P_1 - P_A = \rho_{oil} g H_1$$

$$P_2 - P_1 = \rho_{Hg} g H_2$$

$$P_B - P_2 = -\rho_{H_2O} g H_3$$

بالجمع

$$P_B - P_A = \rho_{oil} g H_1 + \rho_{Hg} g H_2 - \rho_{H_2O} g H_3$$

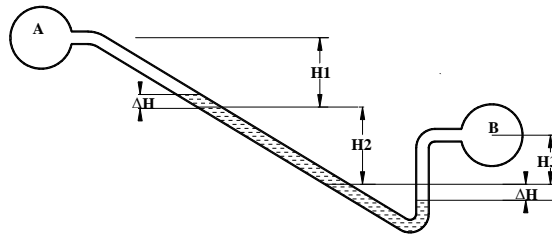
$$= \rho_{H_2O} g (0.9 H_1 + 13.6 H_2 - H_3)$$

أو أن؛

$$P_A - P_B = -1000 \times 9.81 (0.9 \times 0.1 + 13.6 \times 0.05 - 0.08)$$

$$= 6768.9 \text{ Pa}$$

تشير الإشارة السالبة إلى أن الضغط عند B أعلى من الضغط عند A.



(b) الآن الضغط عند B لم يتغير أما الضغط عند A فقد قل بمقدار 10kPa. يمكن توضيح التغير على الرسم بالكيفية المبينة، حيث يتحرك

سائل المانومتر نحو الجهة التي ينقص فيها الضغط ليصبح فرق الضغط على النحو التالي:

$$P'_A - P_B = -\rho_{H_2O}g[0.9(H_1 - \Delta H) + 13.6(H_2 + 2\Delta H) - (H_3 + \Delta H)]$$

$$P'_A = P_A - 10,000Pa$$

بالتعويض نجد الآتي:

$$(P_A - P_B) - 10,000 = -\rho_{H_2O}g(0.9H_1 + 13.6H_2 - H_3) - \rho_{H_2O}g(-0.9\Delta H + 2 \times 13.6\Delta H - \Delta H)$$

$$\therefore -10,000 = -\rho_{H_2O}g(25.3\Delta H)$$

$$\therefore \Delta H = \frac{10,000}{1000 \times 9.81 \times 25.3} = 0.040m = 40mm$$

∴ قراءة المانومتر الجديدة هي؛

$$100 + \frac{2\Delta H}{\sin 30} = 100 + \frac{2 \times 40}{\sin 30} = 260mm$$

ويصبح الوضع كالتالي:

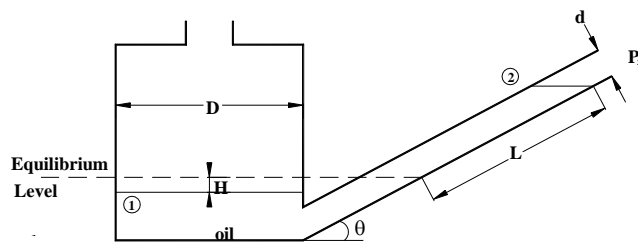
$$H_1 = 100 - 40 = 60mm$$

$$H_2 = 50 + 2 \times 40 = 130mm$$

$$H_3 = 80 + 40 = 110mm$$

مثال 6.3

للمانومتر المائل المتصل بمستودع كالمبين في الشكل المقابل، أوجد علاقة عامة (a) لفرق الضغط؛ $p_1 - p_2$ (b) لحساسية المانومتر.



الفرضيات: يعتبر المائع في حالة سكونٍ وهو غير قابل للانضغاط.
الحل: في البداية كان الجهاز في توازن بين الضغط في المستودع والضغط في الساق، بحيث كان سطح المائع يمثل سطحًا أفقيًا كالمبين. تغير الضغط في المستودع من p_1 إلى p_2 ، وتغير بالتالي مستوى السائل في كل من المستودع والساق. انطلاقًا من علاقات المائع الساكن يتبين أن:

$$P_1 - P_2 = \rho_{oil}gH + \rho_{oil}gL \sin \theta$$

أو

$$\Delta P = \rho_{oil}g(H + L \sin \theta)$$

من تساوي حجم الزيت المزاح من المستودع إلى الساق، نجد أن:

$$\frac{\pi}{4} D^2 H = \frac{\pi}{4} d^2 L$$

$$\therefore H = L \left(\frac{d}{D} \right)^2$$

بالتعويض في معادلة فرق الضغط السابقة، تصبح المعادلة على النحو التالي:

$$\Delta P = \rho_{oil}gL \left(\left(\frac{d}{D} \right)^2 + \sin \theta \right)$$

تتمثل حساسية المانومتر (S) في النسبة بين الانحراف (L) وبين عمود رأسي من الماء (h_{H_2O}) مقابل لفرق الضغط. يمكن التعبير عن فرق الضغط بدلالة عمود رأسي من الماء كالتالي:

$$\Delta P = \rho_{H_2O}gh_{H_2O}$$

بالمساواة ، نجد أن:

$$\rho_{oil}gL \left(\left(\frac{d}{D} \right)^2 + \sin \theta \right) = \rho_{H_2O}gh_{H_2O}$$

أو أن

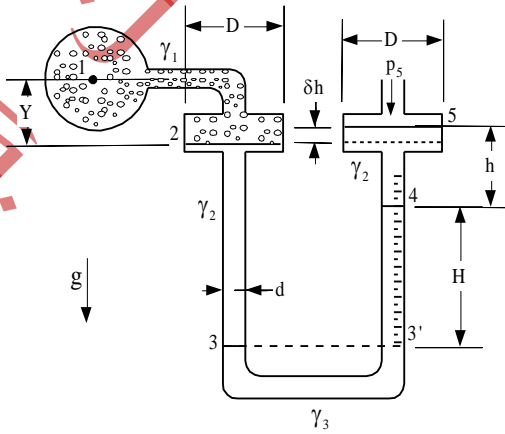
$$SG_{oil} \rho_{H_2O} L \left(\left(\frac{d}{D} \right)^2 + \sin \theta \right) = \rho_{H_2O} h_{H_2O}$$

أي أن الحساسية هي؛

$$\therefore S = \frac{L}{h_{H_2O}} = \frac{1}{SG_{oil} \left[\left(\frac{d}{D} \right)^2 + \sin \theta \right]}$$

وبلاحظ هنا تأثير الشكل الهندسي للمانومتر، متمثلاً في النسبة القطرية وزاوية الميل، كما يلاحظ تأثير نوعية السائل المستخدم، متمثلة في الكثافة النسبية، على حساسية الجهاز.

المانومتر الدقيق¹. من أجل قياس التغيرات الدقيقة في الضغط أدخلت تحويلات على المانومتر U حيث جعلت حافة الساق المتصلة بالنقطة المراد قياس ضغطها، (أو الساقين أحياناً كما سنرى في بعض المسائل) ذات مقطع أوسع بكثير من الطرف الآخر. وهكذا، عندما يتغير الضغط بمقدار قليل يقع تغير بسيط في ارتفاع سطح السائل عند المقطع الواسع، وهذا يقابله تغير كبير في ارتفاع العمود بالساق الدقيقة.



ش (10.3) مانومتر دقيق لقياس تغيرات الضغط الدقيقة.

¹Micro manometers

وفي الغالب تكون مساحة مقطع الشفة الواسعة كبيرة بحيث يمكن إهمال تغير ارتفاع السطح عندها؛ أي اعتباره ثابتًا مقارنة بما يحدث في الساق الدقيقة، ومن هنا فإن القياس أو القراءة تصبح في حدود الساق الدقيقة فقط، لذلك فهي الوحيدة التي يجب أن تكون من مادة شفافة ليرى فيها سطح السائل بوضوح.

يبين الشكل (10.3) مانومتر دقيق يستخدم لقياس تغيرات الضغط الصغيرة جدًا، باستغلال مزايا تغير مساحة مقطع الأنابيب. وانطلاقًا من تعريف كل النقاط الواردة على الشكل المقابل، يمكن كتابة؛

$$P_3 = P_3'$$

وبالتعويض، نجد أن؛

$$\begin{aligned} \gamma_3 H + \gamma_2 h + p_5 &= \gamma_2 H + \gamma_2 (h - \delta h) + \gamma_1 y + p_1 \\ p_1 &= -\gamma_1 y + \gamma_2 \delta h + H(\gamma_3 - \gamma_2) \end{aligned} \quad (20.3)$$

على أساس أن الضغط الجوي؛ $p_5=0$. فمثل أجهزة المانومترات الدقيقة هذه، لها المقدرة على قياس التغيرات الصغيرة للضغط بحيث إن أي تغير بسيط في الضغط عند النقطة 1 يولد انحرافًا كبيرًا نسبيًا في H ، وتصبح مثل هذه الأجهزة مهمة في قضية التحكم. فعلى فرض أن p_1 قد زاد بمقدار δp ، فإن Y ستزيد بمقدار δY . ولذلك، فإن δh و H تتغيران. وانطلاقًا من ثبوت حجم السائل المزاح في الجهاز؛ أي أن كثافة كل منها ثابتة، فإن هبوط السطح عند 2 بمقدار δY يولد ارتفاعًا للسطح عند 5 بنفس المقدار δY ، وعليه فإن هذا التغير يقود إلى تغير في δh بمقدار $2\delta Y$. وبنفس الأساسيات، يمكن إثبات أن التغير في العمود H يساوي $(2\delta Y D^2/d^2)$ ، ومن ثم فإن تغير الضغط δp يمكن أن تحدد من تغير الانحرافات كما يلي:

$$\begin{aligned} p_i &= -\gamma_1 y_1 + \gamma_2 \delta h_i + H_i (\gamma_3 - \gamma_2) \\ p_{ii} &= -\gamma_1 y_2 + \gamma_2 \delta h_{ii} + H_{ii} (\gamma_3 - \gamma_2) \end{aligned}$$

وعليه، فإن؛

$$\begin{aligned} \therefore \delta p &= (p_{ii} - p_i) \\ &= -\gamma_1 (y_2 - y_1) + \gamma_2 (\delta h_{ii} - \delta h_i) + (\gamma_3 - \gamma_2) (H_{ii} - H_i) \\ &= -\gamma_1 \delta Y + \gamma_2 (2\delta Y) + (\gamma_3 - \gamma_2) \left(\frac{2\delta Y D^2}{d^2} \right) \end{aligned} \quad (21.3)$$

ويمكن تعريف "حساسية"¹ هذا المانومتر على أنها معدل التغير في العمود H بالمقارنة مع التغير في الضغط على النحو التالي:

$$\frac{\delta H}{\delta p} = \frac{2\delta Y D^2}{d^2} = \frac{2(D/d)^2}{-\gamma_1 + 2\gamma_2 + (\gamma_3 - \gamma_2)(D/d)^2} \quad (22.3)$$

وتجدر الملاحظة هنا إلى أنه من الضروري أن نهتم دائما بحدود الأسطح البينية عند تحليل كافة أنواع المانومترات. وهناك عدة اعتبارات أخرى، يجب أن نشير إليها بخصوص هذه المانومترات وما يتعلق بها. فبالرغم من أن الزئبق يستخدم غالبًا مائعًا للقياس، فإنه يمكن استخدام سوائل أخرى مناسبة بحيث يتوافق عمود القراءة مع مقدار الضغط المقاس، فلا يكون طويلًا تحتاج قراءته إلى استخدام سلم ولا يكون قصيرًا تصعب قراءته.

ولكن بالرغم من أن بعض السوائل يبدو استخدامها مناسبًا إلا أن تأثير توترها السطحي يبعد سطحها عن الوضع الصحيح له. فعلى سبيل المثال، يرتفع الماء النقي حوالي 5 mm في الأنبوب الزجاجي الذي قطره 6 mm تحت تأثير قوى التوتر السطحي، ويقابله انخفاض حوالي 1.25 mm إذا استخدمنا الزئبق. في ظل صغر الأنبوب ووجود ظاهرة التوتر السطحي، بعض من هذه السوائل لربما تعطي سطحًا غير واضح للقراءة، الأمر الذي يجعل القراءات غير دقيقة، وعلى هذا ينصح باستخدام الأنابيب الواسعة نسبيًا بقطر 15 mm أو أكبر.

مثال 7.3

استخدم مانومتر دقيق لقياس الضغط الساكن لانسياب الماء في أنبوب كما هو مبين في الشكل السابق (10.3). يتمثل القطر الصغير في 0.01m والقطر الكبير في 0.2m. تتمثل الكثافة النسبية في $SG_2=1.3$ و $SG_3=1.5$. فإذا كانت أطوال أعمدة الموائع هي؛ $\delta h=0.04m$ ، $h=0.10m$ ، $H=0.15m$ ، $y=0.25m$ ، (a) احسب الضغط المطلق في الأنبوب، (b) أوجد التغير في H، إذا زاد الضغط بمقدار 100Pa (c) قارن بين هذه النتيجة لهذا التغير، والتغير في

¹Gage Sensitivity

ارتفاع العمود، إذا استخدمنا المانومتر المبين في الشكل (8.3) وكانت h في البداية 0.60m من الماء وزاد الضغط بنفس المقدار السابق.

المعطيات: مانومتر دقيق موضح بالشكل (10.3) لقياس ضغط الماء

$$SG_3=1.5 \text{ و } SG_2=1.3 \text{ مع } D=0.2\text{m و } d=0.01\text{m}$$

$$y=0.25\text{m و } H=0.15\text{m ، } h=0.10\text{m ، } \delta h=0.04\text{m}$$

المطلوب: أوجد (a) p_1 (b) δH (c) المقارنة بين حساسية كل من المانومترين

الفرضيات: إهمال تأثير التوتر السطحي وثبات كثافة كل من السوائل المذكورة.

الحل: (a) انطلاقاً مما جاء في بند المانومتر الدقيق، يمكن حساب ضغط الماء من العلاقة (20.3) على النحو التالي:

$$p_1 = -\gamma_1 y + \gamma_2 \delta h + H(\gamma_3 - \gamma_2)$$

$$= 9.81 \times 1000 [-(0.25) + 1.3(0.04) + 0.15(1.5 - 1.3)]$$

$$= -1,648 \text{ Pa (vacuum)}$$

وهذا بالطبع ضغط تفريغ؛ أي أنه أقل من الضغط الجوي الموضعي. وإذا أردنا تحديد الضغط المطلق، فإن:

$$p_1 = -1,648 + 101,325 = 99,677 \text{ Pa (abs)}$$

(b) يمكن تحديد التغير في العمود H ، باستخدام العلاقة (22.3) على النحو التالي:

$$\delta H = \delta p \left[\frac{2(D/d)^2}{-\gamma_1 + 2\gamma_2 + (\gamma_3 - \gamma_2)(D/d)^2} \right]$$

$$= 100 \left\{ \frac{2(20)^2}{9.81 \times 1000 [-1 + 2(1.3) + 2(1.5 - 1.3)(20)^2]} \right\}$$

$$= 0.0505 \text{ m}$$

(c) يمكن حساب الضغط في البداية، بالعلاقة المعروفة التالية:

$$p_1 = \rho gh$$
$$= 9.81 \times 1000 \times 0.60 = 5,886 \text{ Pa}$$

ولقد حدث تغير في الضغط بحيث زاد بمقدار 100 Pa، وعليه فإن قيمة الضغط الجديد تكون؛

$$p_{\text{final}} = 5886 + 100 = 5,986 \text{ Pa}$$

وأن ارتفاع العمود الجديد هو؛

$$h_{\text{final}} = \frac{5886}{9810} = 0.610 \text{ m}$$

وعليه فإن، قيمة التغير في ارتفاع العمود تكون؛

$$\delta h_{\text{mano}} = 0.610 - 0.60 = 0.01 \text{ m}$$

وعلى هذا، تكون النسبة بين القراءتين على النحو التالي:

$$\frac{\delta h_{\text{mano}}}{\delta H_{\text{micro}}} = \frac{0.01}{0.0505} \equiv 1:5$$

ومن هذه النتيجة، كان الانحراف في المانومتر البسيط بمقدار 1cm على حين أنه كان في المانومتر الدقيق يساوي 5cm لنفس مقدار الزيادة في الضغط؛ أي بنسبة خمسة أضعاف. هذا دليل على مدى حساسية المانومترات الدقيقة للتغيرات الدقيقة في الضغوط.

وبالطبع، فإن سائل القياس يجب ألا يكون له القابلية للمزج ولا التفاعل مع الموائع المجاورة له في الجهاز، على أن تغير كثافته مع درجة الحرارة قد تولد أخطاءً لا يستهان بها في قياسات الضغط، خصوصاً عندما يتعلق الأمر بالعمليات داخل المصانع ووحدات الإنتاج حيث تكون فروق درجات الحرارة كبيرة. هذه الكثافة يجب أن تكون منتظمة في أنابيب الربط والقياس، كما لا يجب أن تكون هناك فقاعات هواء في مسارات السوائل.

وعادة ما ترتب الأنابيب والوصلات بما يفوق إلى الإقلال من احتمالية حبس الهواء، على أن تبقى فكرة توفر بعض صمامات التهوية للتخلص من أي فقاعات محبوسة فكرة جيدة.

وعلى العموم، فإن التطبيقات في شأن المانومتريات مجالها واسع، إلا أن الأمثلة الواردة والمسائل تساهم إلى حد كبير في تغطية الجوانب التي لم تتعرض لها مباشرة وتبقى أساسيات التحليل دائمًا واحدة كما جاء آنفاً.

9.3 القوى الهيدروستاتيكية على الأسطح المغمورة

لقد اتضح لنا أن الضغط في النقطة الواحدة يؤثر بالتساوي في كل الاتجاهات، وأنه يؤثر عمودياً على السطح في الموائع الساكنة، كما تعرفنا على الطريقة التي يتغير بها الضغط في مثل هذه الموائع. ومن الممكن التقدم خطوة أخرى، لدراسة القوى المؤثرة على الأسطح المغمورة في السوائل سواءً منها الأسطح المستوية أو المنحنية. ويمكن تسخير علم المتجهات لتحليل قوى الضغط كما يمكن تسخير الطريقة البيانية؛ أي باستخدام الرسم في تمثيل القوى وتعيين خطوط ونقاط عملها. وسنقوم بإيضاح الطريقة التحليلية العامة بالتفصيل في تحديد هذه القوى بالشكل المتكامل، ونقتصر على إيضاح طريقة الرسم بإيجاز في مثال لاحق بعون الله.

1.9.3 القوى على الأسطح المستوية

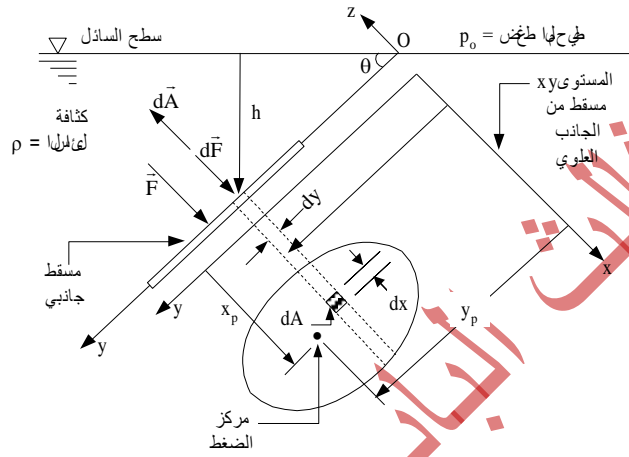
يبين الشكل (11.3) بوابة مسطحة تميل بزاوية θ على الخط الأفقي على امتداد سطح السائل الحر المبين. ونحن نريد أن نعين القوى المؤثرة على هذا السطح والنتيجة من وجود السائل خلف هذه البوابة. ولتعيين هذه القوى بالكامل، يجب أن نجد مقدار القوة ونعين اتجاهها وخط عملها. فقوة الضغط المؤثرة على عنصر من مساحة السطح العلوية الموضحة بالشكل المقابل، يمكن أن تعطى بالعلاقة التالية:

$$d\vec{F} = -pd\vec{A} \quad (23.3)$$

حيث إن المساحة تمثل بمتجه خارج منها ومرسوم عمودياً عليها، وهذا الاتجاه هو الموجب حسبما عليه العرف. وجاءت الإشارة السالبة هنا لتشير إلى أن القوة تؤثر ضد السطح، أي في الاتجاه المعاكس للمتجه الممثل للمساحة. وبتجميع مساهمة كل القوى المتناهية؛ أي على كامل المساحة،

يمكن إيجاد القوة المحصلة المؤثرة على السطح باستخدام عملية التكامل على النحو التالي؛

$$\vec{F} = \int_A -p d\vec{A} \quad (24.3)$$



ش (11.3) القوى الهيدروستاتيكية على الأسطح المستوية.

ولحساب هذا التكامل، يجب أن يعبر عن كل من الضغط ومساحة العنصر بنفس المتغيرات، حتى يتم الوصول إلى نتائج لهذا التكامل. ويمكن إعادة كتابة العلاقة الأساسية (7.3) على الهيئة التالية:

$$\frac{dp}{dh} = \rho g$$

حيث إن h تقاس موجبة بداية من السطح الحر للسائل لتحديد عمق السائل. وإذا كان الضغط عند السطح الحر، $h=0$ هو p_0 ، فيمكن أن نكامل العلاقة للحصول على مقدار الضغط عند أي عمق، على النحو التالي:

$$p = p_0 + \int_0^h \rho g dh = p_0 + \rho gh$$

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

ونظرًا لأننا نرغب في إيجاد القوة الهيدروستاتيكية الناتجة من السائل على البوابة، فمن الممكن إهمال p_0 في المعادلة السابقة لتصبح $p = \rho gh$. وبالتعويض في المعادلة (24.3) يكون مقدار القوة المحصلة كالتالي:

$$F = \int_A p dA = \int_A \rho gh dA$$

وحيث إن $h = y \sin\theta$ ، فإن مقدار القوة يكون؛

$$F = \int_A \rho gy \sin\theta dA = \rho g \sin\theta \int_A y dA$$

وانطلاقًا من تعريف مركز المساحة بأنه النقطة التي يمكن منها تعليق المساحة باتزان، يمكن إيجاد إحداثي هذا المركز تجاه y من العزم الأول لمساحة السطح حول المحور xx ، كما يلي؛

$$y_c = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad \text{or} \quad \int_A y dA = Ay_c$$

بالتعويض بهذه القيمة، تصبح مقدار القوة المحصلة كالتالي:

$$F = \rho g \sin\theta Ay_c$$

ولكن $y_c \sin\theta = h_c$ ، ومن ثم فإن؛

$$F = (\rho gh_c)(A)$$

أي أن؛

$$F = p_c A \quad (25.3)$$

وهذا يعني أن مقدار القوة المحصلة على السطح المستوي، تساوي الضغط عند مركز المساحة مضروبًا في مساحة السطح. وهذه النتيجة مقبولة لأي قيمة للضغط عند السطح الحر ما دام المطلوب هو القوة المتولدة من عمق السائل المعني.

ولكن أين تؤثر القوة المحصلة؟ عمومًا لا تؤثر القوة المحصلة هذه عند مركز المساحة إلا عندما يكون المستوى أفقيًا. ولتعيين نقطة العمل لهذه

القوة المحصلة، يجب أن ننظر إلى شروط الاتزان، بما يشمل أن عزم القوة المحصلة حول أي محور، يجب أن يساوي عزوم القوى الموزعة حول نفس المحور. فإذا كان المتجه الموضعي المنطلق من مركز الإحداثيات إلى نقطة العمل للقوة المحصلة هو \vec{r}_p ، يمكن كتابة توازن العزوم بالشكل الآتي:

$$\vec{r}_p \times \vec{F} = \int \vec{r} \times d\vec{F} = -\int_A \vec{r} \times p d\vec{A} \quad (26.3)$$

وبالرجوع إلى الشكل (11.3)، فإن؛

$$\vec{r}_p = x_p \hat{i} + y_p \hat{j}, \quad \vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} \quad \text{and} \quad d\vec{A} = dA \hat{k}$$

حيث إن (x_p, y_p) تمثل إحداثي نقطة العمل للقوة المحصلة. وبما أن القوة المحصلة تؤثر ضد السطح، أي في اتجاه معاكس لمتجه المساحة، فإن؛

$$\vec{F} = -F \hat{k}$$

وبالتعويض في المعادلة (26.3)، نجد أن توازن العزوم يأخذ الشكل التالي:

$$(x_p \hat{i} + y_p \hat{j}) \times (-F \hat{k}) = \int (x \hat{i} + y \hat{j}) \times d\vec{F} = -\int_A (x \hat{i} + y \hat{j}) \times p dA \hat{k}$$

وبحساب "حاصل الضرب المتجه"¹، تتول العلاقة السابقة إلى المعادلة التالية:

$$(F x_p \hat{j} - F y_p \hat{i}) = \int_A (p x \hat{j} - p y \hat{i}) dA$$

وتكملة لتحقيق الاتزان، وما دامت هذه معادلة متجهة، فإن المركبات المتناظرة على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، أي؛

$$F y_p = \int_A p y dA \quad \text{and} \quad F x_p = \int_A p x dA \quad (27.3)$$

¹Cross Product

ولقد تعرفنا فيما سبق على المقادير؛ h ، p ، و F . ولذلك فبالتعويض بهذه القيم، نجد أن؛

$$\rho g \sin \theta y_c A y_p = \int_A \rho g h y dA = \int_A \rho g \sin \theta y^2 dA = \rho g \sin \theta \int_A y^2 dA$$

أو

$$y_c A y_p = \int_A y^2 dA$$

ولكن العزم الثاني للمساحة حول المحور x يعرف على أنه؛

$$I_{xx} = \int_A y^2 dA$$

وعليه فإن؛

$$y_c A y_p = I_{xx} \quad \text{or} \quad y_p = \frac{I_{xx}}{A y_c}$$

ولتحديد هذا الإحداثي لا بد من الرجوع إلى حساب مقدار العزم الثاني الذي يتأتى حسابه باستخدام نظرية نقل المحاور المتوازية بحيث إن؛

$$I_{xx} = I_c + A y_c^2$$

حيث إن I_c هو العزم الثاني للمساحة حول المحور المار بمركز المساحة والموازي للمحور x . وبالتعويض نجد أن؛

$$y_p = \frac{I_c + A y_c^2}{A y_c}$$

أي أن؛

$$y_p = y_c + \frac{I_c}{A y_c} \quad (28.3)$$

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

ونظرًا لأن حد العزم الثاني للمساحة في المعادلة السابقة يكون دومًا موجبًا، فإن هذه العلاقة توضح أن y_p دائمًا أكبر من y_c ، أي أن القوة المحصلة للسائل على اللوح المستوى تؤثر دائمًا في نقطة أسفل مركز المساحة، ماعدا السطح الأفقي حيث إن مركز الضغط ينطبق على مركز المساحة. كما يلاحظ، أنه كلما ازداد عمق المساحة عن السطح الحر للسائل، اقترب مركز الضغط من مركز المساحة.

بنفس الطريقة السابقة، يمكن تعيين الإحداثي x_p . فبأخذ العزوم حول المحور y بالشكل التالي:

$$Fx_p = \int_A pxdA$$

وبالتعويض عن المتغيرات كالسابق، ينتج أن؛

$$y_c Ax_p = \int_A xydA$$

ومن خلال تعريف حاصل ضرب عزم المساحة والمتمثل في العلاقة التالية:

$$I_{xy} = \int_A xydA$$

وبمساواة العلاقتين السابقتين، يمكن الحصول على؛

$$y_c Ax_p = I_{xy} \quad \text{or} \quad x_p = \frac{I_{xy}}{y_c A}$$

وباستخدام نظرية نقل المحاور، فإن؛

$$I_{xy} = I_c + Ax_c y_c$$

حيث إن I_c هو حاصل ضرب العزم الثاني للمساحة حول المحور المار بمركز المساحة والموازي xy . وعليه فإن الإحداثي المطلوب يكون؛

$$x_p = \frac{I_c + Ax_c y_c}{Ay_c}$$

أي؛

$$x_p = x_c + \frac{I_c}{Ay_c} \quad (29.3)$$

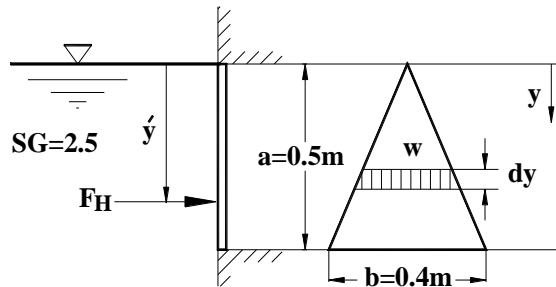
تستخدم كل من العلاقتين (28.3 & 29) في تعيين نقطة العمل لأي سطح مستو مغمور، ويلاحظ أن إحدائيات هذه النقطة لا تعتمد على كثافة السائل.

إذا كانت هناك عدة طبقات لسوائل مختلفة الكثافة، فإن معادلة واحدة عادة لا تكفي لحل المسألة، لأن ميل توزيع الضغط الخطي يتغير بين طبقة وأخرى. ولذلك يمكن أن تكون الطريقة المناسبة، دراسة كل طبقة على حده، ومن ثم حساب القوة المحصلة وتعيين نقطة عملها. كما أنه بالإمكان إضافة عمق من السائل ليعادل تمامًا مقدار الضغط عند السطح الحر، وتحليل المسألة بالعمق الجديد الوهمي بنفس الأسلوب السالف.

وتجدر الإشارة إلى أن هذه القوى الهيدروستاتيكية التي يؤثر بها المائع على الأسطح، يجب أن تتساوى في المقدار وتتعاكس في الاتجاه مع القوة التي تؤثر بها هذه الأسطح على ذات المائع.

مثال 7.3

بوابة رأسية في خزان لخلطة خرسانية $SG=2.5$ على هيئة مثلث متساوي الساقين قاعدته $b=0.4m$ وارتفاعه $a=0.6m$ ، كما هو مبين في الشكل المقابل. احسب القوة الأفقية التي تعانها البوابة وعين نقطة عملها.



الفرضيات: مائع ساكن، غير قابل للانضغاط
المطلوب: احسب القوة الأفقية التي تعانيتها البوابة وعين نقطة عملها.

الحل: يمكن حساب القوة الأفقية التي تعمل على البوابة على النحو التالي؛

$$dF = P dA = \rho gh(w dy) \\ = \rho gyw dy \quad h = y$$

وتكون؛

$$F_H = \int dF = \int_0^a \rho gyw dy$$

حيث إن؛

$$\frac{w}{b} = \frac{y}{a} \Rightarrow w = \frac{b}{a}y$$

وعليه، فإن؛

$$F_H = \rho g \frac{b}{a} \int_0^a y^2 dy = \rho g \frac{b}{a} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^a \\ = \rho g \frac{ba^2}{3} \\ = \frac{2.5}{3} \times 1000 \times 9.81 \times 0.4 \times (0.6)^2 \\ = 1,177 \text{ N}$$

يمكن تحديد نقطة عمل هذه القوة كما يلي؛

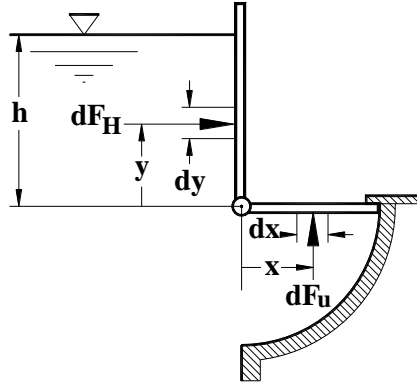
$$y' F_R = \int dF \cdot y = \int_0^a \rho gy \frac{b}{a} y dy \cdot y \\ = \rho g \frac{b}{a} \int_0^a y^3 dy \\ = \rho g \frac{b}{a} \left[\frac{y^4}{4} \right]_0^a = \rho g \frac{ba^3}{4}$$

أو أن؛

$$y' = \frac{3a}{4} = \frac{3}{4} \times 0.6 \text{ m} \\ = 0.45 \text{ m}$$

مثال 8.3

بوابة تعمل ذاتيًا بالدوران حول مفصلها حسب عزم قوى الضغط عليها وكما هو مبين في الشكل المقابل. احسب أقل ارتفاع للماء، h ، تفتح عنده البوابة. أهمل وزن البوابة.



الفرضيات: مائع ساكن ، غير قابل للانضغاط ، وزن البوابة مهمل ، الاحتكاك عند المفصل مهمل.

المطلوب: احسب أقل ارتفاع للماء، h ، تفتح عنده البوابة.

الحل: بإتباع طريقة التكامل المفصلة ، نجد أن العزم حول المفصل يتمثل في العلاقة التالية؛

$$\sum M = 0 \\ \int_0^l \rho g h (dx \times w) x = \int_0^h \rho g (h - y) y (dy \times w)$$

أو أن

$$\left. \frac{hx^2}{2} \right|_0^h = \left. \left(\frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right) \right|_0^h$$

$$\frac{h}{2} = \frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}$$

أي أن؛

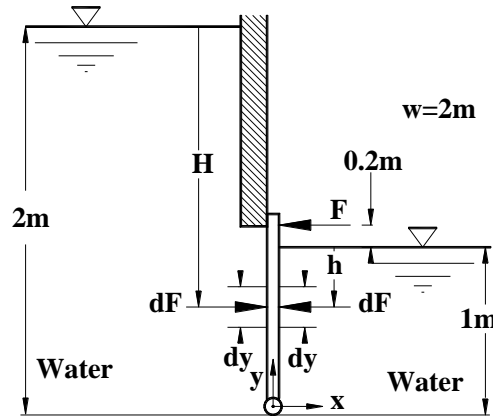
$$h^3 = 3m^2 \Rightarrow h = \sqrt{3} m$$

هو الارتفاع الذي يمثل اتزان العزم حول المفصل ويعتبر نقطة بداية الفتح إذا زاد الارتفاع.

مثال 9.3

(a) احسب أقل قوة لازمة F للحفاظ على البوابة في وضعها المقفل. (b) أوجد المركبتين الأفقية والرأسية لرد الفعل عند المفصل. افترض أن عرض البوابة يساوي $2m$ وأهمل وزنها.

الفرضيات: مانع ساكن ، غير قابل للانضغاط ، الا وزن للبوابة المطلوب: (a) احسب F ؛ (b) عين R_x و R_y .
الحل: بأخذ العزوم حول المفصل ، نجد الآتي؛

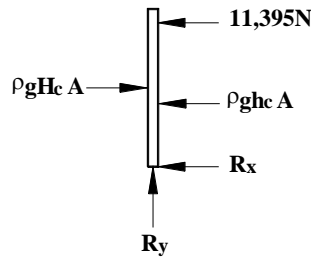


$$\sum M = 0$$

$$\begin{aligned}
 F \times 1.2 + \int_0^1 \rho g (1-y) 2 dy y &= \int_0^{1.2} \rho g (2-y) 2 dy y \\
 F &= \frac{2\rho g}{1.2} \left[\int_0^{1.2} (2y - y^2) dy - \int_0^1 (y - y^2) dy \right] \\
 &= \frac{\rho g}{0.6} \left[\left(\frac{2y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right)_0^{1.2} - \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right)_0^1 \right] \\
 &= \frac{\rho g}{0.6} \left[1.2^2 - \frac{1.2^3}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] \\
 &= \frac{1000 \times 9.81 \times 0.697}{0.6} \\
 &= 11,395 \text{ N} \cong 11.4 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

b. يمكن إيجاد ردود الفعل R_x و R_y على النحو التالي؛

$$\begin{aligned}
 \sum F_y = 0 &\Rightarrow R_y = 0 \\
 \sum F_x = 0
 \end{aligned}$$



أو أن؛

$$\begin{aligned}
 R_x + 11,395 + 9810 \times \frac{1}{2} \times (1 \times 2) \\
 = 9810 \times 1.4 \times (1.2 \times 2)
 \end{aligned}$$

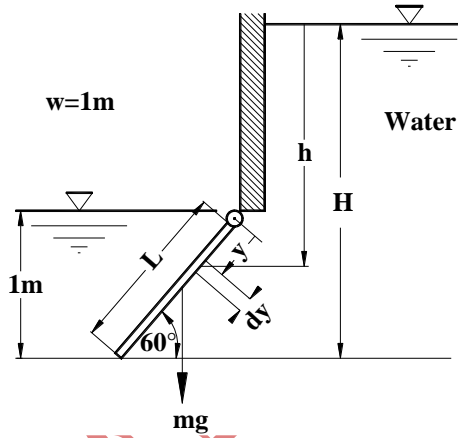
وعليه، فإن

$$R_x = 11,757 \text{ N} = 11.76 \text{ kN}$$

تؤثر إلى ناحية اليسار كما هو مبين على الشكل المقابل.

مثال 10.3

إذا كانت كتلة البوابة تبلغ 10,000kg وعرضها 1m؛ (a) احسب أقل ارتفاع للماء تفتح عنده البوابة H؛ (b) عين نقطة عمل قوة ضغط الماء على البوابة، y_p .



الفرضيات: مائع ساكن ، غير قابل للانضغاط
المطلوب: (a) احسب أقل ارتفاع للماء تفتح عنده البوابة H؛ (b) عين نقطة عمل قوة ضغط الماء على البوابة، y_p .
الحل: (a) بأخذ العزم حول المفصل، نجد أن الاتزان يتطلب أن؛

$$\sum^+ M = 0$$

$$Mg \frac{L \cos 60^\circ}{2} = \int_0^L \rho g h (1 \times dy)(y)$$

حيث إن؛

$$h = (H - 1) + y \sin 60^\circ$$

$$MgL \cos 60^\circ = 2\rho g \int_0^L (H - 1 + y \sin 60^\circ) y dy$$

$$= 2\rho \left(\frac{Hy^2}{2} - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \sin 60^\circ \right)_0^L$$
$$= 2\rho \left(\frac{HL^2}{2} - \frac{L^2}{2} + \frac{L^3}{3} \sin 60^\circ \right)$$

وعليه، فإن؛

$$H = \frac{M \cos 60^\circ}{\rho L} + 1 - \frac{2L}{3} \sin 60^\circ$$

حيث إن؛

$$L = \frac{1}{\sin 60^\circ} = 1.155 \text{ m}$$

إذًا، بالتعويض؛

$$H = \frac{10,000 \times \cos 60^\circ}{1000 \times 1.155} + 1 - \frac{2 \times 1.155}{3} \sin 60^\circ$$
$$= 4.663 \text{ m}$$

(b) لإيجاد نقطة العمل، يمكن استخدام المعادلة الجاهزة كالتالي؛

$$y_p = y_c + \frac{I_c}{Ay_c}$$

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \times (1.155)^3}{12} = 0.1283$$

$$y_c = \frac{4.663}{\sin 60^\circ} - \frac{1.155}{2} = 4.808 \text{ m}$$

$$y_p = 4.808 + \frac{0.1283}{4.808 \times 1.155 \times 1} = 4.831 \text{ m}$$

يمكن التأكد من النتائج، بأخذ العزوم حول المفصل كالتالي:

$$MgL \cos 60^\circ = \rho g h_c A y'_p$$

على أن بعد مركز الضغط عن المفصل هو؛

$$\begin{aligned} y'_p &= \frac{L}{2} + \frac{I_c}{A y_c} \\ &= \frac{1.155}{2} + \frac{0.1283}{4.808 \times 1.155 \times 1} \\ &= 0.6006 \text{m} \end{aligned}$$

بالتعويض في معادلة العزوم السابقة، نجد أن؛

$$\begin{aligned} 10,000 \times \frac{1155 \cos 60^\circ}{2} &= 1000 \times 4.164 \times 1.155 \times 0.6006 \\ &= 2888 \end{aligned}$$

الطرفان متساويان، مما يدل على صحة النتائج السابقة.

مثال 11.3

إذا كان بعد المفصل عن القاع $h=1.2\text{m}$ ، أوجد ارتفاع الماء H الذي تفتح عنده البوابة المستطيلة.

الفرضيات: مائع ساكن ، غير قابل للانضغاط ، كتلة البوابة مهملة.
المطلوب: أوجد ارتفاع الماء H الذي تفتح عنده البوابة المستطيلة.
الحل: بأخذ عزم القوى حول المفصل ، نجد الآتي؛

$$\sum^+ M = 0$$

$$\int_0^{1.2} \rho g (H + 1.4 + z) (w x dz) x z = \int_0^{1.4} \rho g (H + 1.4 - y) (w x dy) x y$$

$$\int_0^{1.2} (Hz + 1.4z + z^2) dy = \int_0^{1.4} (Hy + 1.4y - y^2) dy$$

$$\left[\frac{Hz^2}{2} + \frac{1.4z^2}{2} + \frac{z^3}{3} \right]_0^{1.2} = \left[\frac{Hy^2}{2} + \frac{1.4y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^{1.4}$$

$$\frac{H(1.2)^2}{2} + \frac{1.4(1.2)^2}{2} + \frac{(1.2)^3}{3} = \frac{H(1.4)^2}{2} + \frac{(1.4)^3}{2} - \frac{(1.4)^3}{3}$$

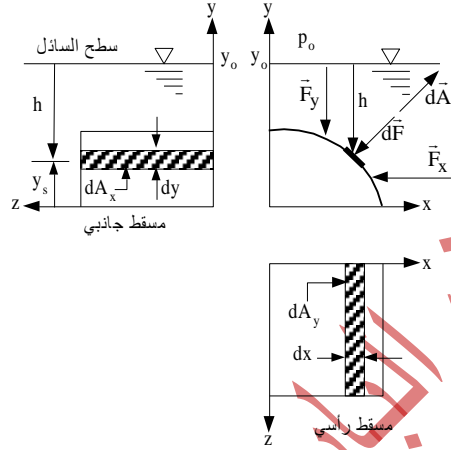
$$\therefore H = 4\frac{1}{3} \text{ m}$$

2.9.3 القوى على الأسطح المنحنية

لقد وصلنا إلى مرحلة، بدأنا نعرف فيها أن قوى الضغط للموائع الساكنة تؤثر دومًا عموديًا عند كل النقاط لأي سطح يتلامس مع المائع. لذلك فحينما يكون السطح منحنيًا، فإن مركبات قوى الضغط الصغيرة الموزعة على كافة عناصر المساحة تؤثر في اتجاهات مختلفة، وهو ما يجعل التعامل معها ليس بنفس الكيفية المباشرة التي عهدناها عندما تكون الأسطح

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

مستوية. والطريقة المعتادة بالخصوص، هي محاولة تجميع مركبات القوى المتجهة والموزعة على السطح باستخدام العلاقات الأساسية كما يرد في هذا العرض.



ش (12.3) القوى الهيدروستاتيكية على الأسطح المنحنية.

انطلاقاً من البساطة المتوخاة والوضوح، دعنا نأخذ السطح المنحني المبين في الشكل (12.3)، والمعتمد على بعدين فقط، حيث أختير المحور y ليكون رأسياً موافقاً خط عمل الجاذبية الأرضية، والمحور x أفقياً، وترك المحور z ليمثل المحور العمودي على مستوى الصفحة.

كما جاء في البند السابق، فإن قوة الضغط المؤثرة على عنصر من المساحة، متناه في الصغر، تعطى بالعلاقة المعروفة التالية:

$$d\vec{F} = -pd\vec{A} \quad (23.3)$$

وبالتكامل، تكون القوة المحصلة كالتالي:

$$\vec{F} = -\int_A pd\vec{A} \quad (24.3)$$

والتي يمكن كتابتها على النحو الآتي:

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (30.3)$$

حيث إن F_x و F_y مركبتان للقوة المحصلة \vec{F} في اتجاه المحورين x و y على الترتيب. ولتعيين هاتين المركبتين للقوة المحصلة، يمكن استخدام وحدة المتجه مع عملية "الضرب العددي"¹ كالتالي:

$$F_x = \int dF_x = \vec{F} \cdot \hat{i} = \int d\vec{F} \cdot \hat{i} = - \int_A p d\vec{A} \cdot \hat{i} = - \int_{A_x} p dA_x \quad (31.3)$$

حيث dA_x هي مسقط عنصر المساحة dA تجاه المحور x على المستوى yz . وهكذا تحصلنا على مقدار القوة المحصلة الأفقية. ويمكن تعيين خط عمل هذه القوة F_x بمساواة عزمها بعزوم القوى الموزعة على السطح حول نفس المحور، وبنفس الطريقة المستخدمة في البند السابق.

يمكن ملاحظة أن مقدار الضغط عند أي نقطة على السطح يساوي عمق النقطة مضروباً في الوزن النوعي للمائع؛ وبعبارة رياضية فإن؛

$$p = \int_{p_s}^{p_o} dp = \int_{y_s}^{y_o} \rho g dy$$

حيث y_s تمثل حد التكامل عند السطح المنحني، و y_o تمثل حد التكامل عند السطح الحر للمائع. وعلى هذا يتضح من خلال الشكل المعني، أن عنصر القوة الرأسية يمكن التعبير عنه بما يلي:

$$dF_y = -pdA_y = - \left(\int_{y_s}^{y_o} \rho g dy \right) dA_y$$

وبالتمعن في الحد الأيمن من العلاقة أعلاه، نجد أنه يمثل وزن متوازي المستطيلات الصغير من السائل فوق مساحة سطح العنصر الصغير، dA_y ، حيث إن متوازي المستطيلات هذا يمتد من السطح المنحني حتى السطح

¹Scalar Product; Dot Product

الحر. ولذلك فبالتكامل على كافة السطح المنحني، نحصل على المركبة الرأسية للقوة المحصلة كالتالي؛

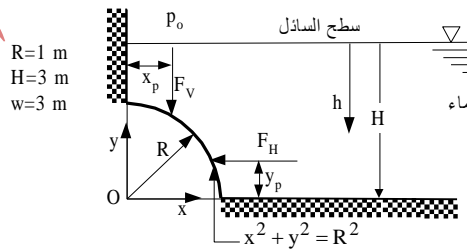
$$F_y = - \int_{A_y} \int_{y_s}^{y_0} \rho g dy dA_y \quad (32.3)$$

حيث نرى أن علامة التكامل الأولى تمثل تكاملاً مساحياً أو في بعدين، أما الإشارة الثانية فتتمثل تكاملاً طولياً؛ أي أن التكامل الكلي هنا يعبر عن الحجم مضروباً في الوزن النوعي. وهذا يحدد مقدار المركبة الرأسية للقوة المحصلة على أنها تساوي مجموع وزن السائل مباشرة فوق السطح المنحني. وجاءت الإشارة السالبة في المعادلة، لتشير إلى أن مسقط السطح المنحني والمتمثل في dA_y موجبة وهي خارجة من السطح بينما قوة الضغط مسالطة على السطح في الاتجاه السالب للمحور y .

وبلاحظ هنا، أنه لا توجد مركبة في اتجاه المحور الثالث z ، لأن السطح المنحني الحالي مواز لهذا المحور ومن ثم فإن القوى المؤثرة على السطح تقع في مستويات عمودية على ذات المحور المذكور.

مثال 12.3

يبين الشكل المقابل إحدى البوابات المستخدمة للتحكم في تدفق المياه، وهي ذات سطح على هيئة ربع اسطوانة نصف قطرها يساوي $R=1\text{m}$ وطولها $w=3\text{m}$ عمودياً على مستوى الصفحة. انطلاقاً من المعطيات المبينة على الشكل، أوجد المركبة الأفقية والمركبة الرأسية للقوة المحصلة وعين خط العمل لكل منهما.



المعطيات: بوابة لها سطح متمثل في معادلة $x^2 + y^2 = r^2$ ، على

أن $R=1\text{m}$ و $w=3\text{m}$.

المطلوب: F_H و F_V وخط عمل كل منهما.

الحل: نبدأ بوضع المعادلات الأساسية التي تساعد على تعيين المركبتين، وهي كالتالي:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\int p d\vec{A} & \frac{dp}{dh} &= \rho g \\ F_H &= \int_0^1 p w dy & F_V &= \int_0^1 p w dx \end{aligned}$$

وللتمكن من إنجاز التكامل، يجب أن نضع الضغط p دالة في x و y على طول سطح البوابة. ويمكن إيجاد هذا الضغط عند أي نقطة على السطح من العلاقة الآتية:

$$p = p_o + \int_0^h \rho g dh = p_o + \rho gh$$

وانطلاقاً من الاختصار فقط على تعيين القوى المتولدة من السائل، فإن الضغط هو؛ $p = \rho gh$. ويمكن أن نعبر عن h بدلالة x و y على النحو التالي:

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad y = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$h = H - y \quad \therefore \quad h = H - (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

وعليه، بالتعويض لإجراء التكامل، فإن؛

$$\begin{aligned} F_H &= -\int_0^1 p w dy = -\int_0^1 \rho gh w dy = -\rho g w \int_0^1 h dy = -\rho g w \int_0^1 (H - y) dy \\ &= -\rho g w \left[Hy - \frac{y^2}{2} \right]_0^1 = -\rho g w \left[H - \frac{1}{2} \right] = -\rho g w \left(H - \frac{1}{2} \right) = -\frac{5}{2} \rho g w \\ &= -(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) (9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (3\text{m}) (3\text{m} - \frac{1}{2}\text{m}) \times \frac{\text{N}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} \\ &= -73.58 \text{kN (left)} \end{aligned}$$

أما مركبة القوة الرأسية، فيمكن إيجادها بإجراء التكامل على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
 F_v &= -\int_0^1 p w dx = -\int_0^1 \rho g h w dx = -\rho g w \int_0^1 h dx \\
 &= -\rho g w \int_0^1 [H - (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}] dx \\
 &= -\rho g w [Hx - \frac{1}{2}(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x)]_0^1 \\
 &= -\rho g w [H - \frac{1}{2}(\arcsin 1 + \arcsin 0)]_0^1 \\
 &= -\rho g w [H - \frac{\pi}{4}] = -9,810 \frac{N}{m^3} \times 3m [3m^2 - \frac{\pi}{4} m^2] \\
 &= -65.18 \text{ kN (down)}
 \end{aligned}$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة تؤثر إلى أسفل على السطح العلوي للبوابة. ولإيجاد خط عمل المركبة الأفقية، يجب أن نساوي بين عزمها حول المركز (0,0) وبين عزوم القوى الموزعة dF_H حول نفس النقطة بالكيفية التالية؛

$$\begin{aligned}
 y_p F_H &= \int_{A_x} y p dA_x \Rightarrow y_p = \frac{1}{F_H} \int_{A_x} y p dA_x \\
 y_p &= \frac{1}{F_H} \int_0^R y p w dy = \frac{1}{F_H} \int_0^R y \rho g h w dy = \frac{w \rho g}{F_H} \int_0^R y (H - y) dy \\
 &= \frac{w \rho g}{F_H} [\frac{Hy^2}{2} - \frac{y^3}{3}]_0^R = \frac{w \rho g}{F_H} [\frac{HR^2}{2} - \frac{R^3}{3}] = \frac{7w \rho g}{6F_H} \\
 &= \frac{7m \times 3m \times 9810 \frac{N}{m^3}}{6 \times 73,580N} = 0.467 \text{ m}
 \end{aligned}$$

وهذا يعني أن نقطة العمل هذه هي أسفل مركز مسقط المساحة على المستوى yz العمودي على المحور x . وبنفس الطريقة يمكن تعيين خط العمل للمركبة الرأسية، بأخذ العزوم حول مركز الإحداثيات كالتالي:

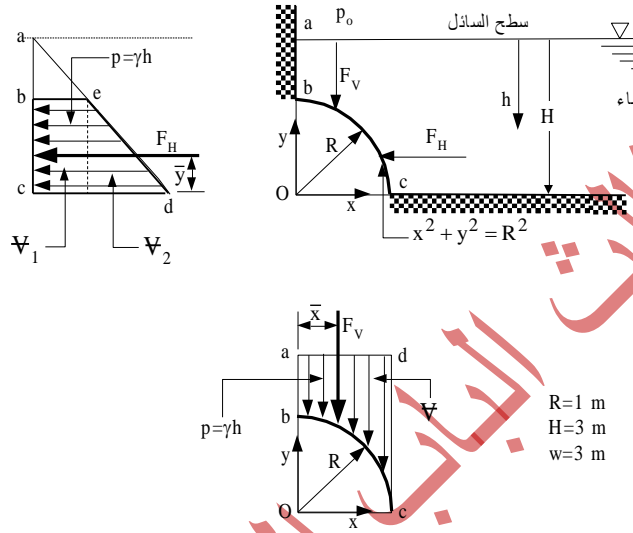
$$\begin{aligned}
 x_p F_v &= \int_0^R x p w dx \\
 \therefore x_p &= \frac{1}{F_v} \int_0^R x \rho g h w dx \\
 &= \frac{w \rho g}{F_v} \int_0^R x (H - y) dx \\
 &= \frac{w \rho g}{F_v} \int_0^R x [H - (R^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}] dx \\
 &= \frac{w \rho g}{F_v} \left[H \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3} \sqrt{(R^2 - x^2)^3} \right]_0^R \\
 &= \frac{w \rho g}{F_v} \left[\frac{H R^2}{2} + \frac{R^3}{3} \right] = \frac{w \rho g R^2}{F_v} \left[\frac{H}{2} + \frac{R}{3} \right] \\
 &= \frac{3m \times 9810 \frac{N}{m^3} \times 1m^2}{65,180N} \left[\frac{3m}{2} - \frac{1m}{3} \right] = 0.527m
 \end{aligned}$$

وتجدر الملاحظة أنه في بعض الأحيان، تجد المائع محصورًا تحت السطح بحيث إن هذا المائع يؤثر بقواه الهيدروستاتيكية على السطح من أسفل إلى أعلى. في مثل هذه الحالة نجد أن المركبة الرأسية تؤثر عموديًا إلى أعلى وتساوي وزن حجم المائع الوهمي الممتد من السطح وحتى امتداد السطح الحر للسائل، على أن العلاقات السالفة تطبق بنفس الكيفية للحالتين.

ومن خلال مفهوم الاتزان، يمكن رؤية أن خط عمل هذه المركبة الرأسية لا بد أن يمر بمركز ثقل حجم السائل المحصور بين السطح المنحني والسطح الحر للسائل. وعلى العموم، يفترض أن تعين مركبات القوى المحصلة في ثلاثة اتجاهات متعامدة، اثنان أفقيًا والآخر رأسيًا. هذه المركبات الثلاثة ليس بالضرورة أن تتقابل في نقطة واحدة، ومن ثم لا نستطيع أن نحصر كل القوى في قوة محصلة واحدة، إلا أن في كثير من الحالات، توجد مركبتان فقط في نفس المستوى، ومن ثم يمكن أن تجمعاً في قوة محصلة واحدة.

مثال 13.3

أعد حل المثال السابق (7.3) بطريقة الرسم، مع الإبقاء على كل الأمور كما هي عليه من معطيات وفرضيات، وعين القوة المحصلة.



الحل: القوة الأفقية: لتعيين هذه القوة يستوجب الحال أولاً؛ معرفة مسقط المساحة، وثانياً؛ رسم توزيع الضغط على هذه المساحة المستوية بغض النظر عن أصلها منحنية كانت أم مستوية، وثالثاً؛ حساب الحجم الذي يصنعه توزيع الضغط مع مسقط المساحة، ورابعاً؛ إيجاد مركز ثقل الحجم، وهو المركز الذي تمر به القوة الأفقية.

بالنظر إلى الشكل المقابل، نجد أن الضغط عند الحافة العليا لمسقط المساحة المتمثلة في النقطة b هو كما يلي:

$$p_b = \gamma g h_b = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 2\text{m} = 19,620 \text{ Pa}$$

أما الضغط عند الحافة السفلية لمسقط المساحة المتمثلة في النقطة c فهو كما يأتي:

$$p_c = \gamma g h_c = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 3\text{m} = 29,430 \text{ Pa}$$

ويمكن حساب مقدار القوة الأفقية متمثلة في الحجم الوهمي الذي يعمله توزيع الضغط مع المساحة، على النحو التالي:

$$F_H = V_{bcef} = (1\text{m} \times 3\text{m}) \left(\frac{19,620 + 29,430}{2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) = 73.58 \text{ kN}$$

وهي تعمل تجاه الناحية اليسرى. وحيث إن خط عمل القوة الأفقية يمر بمركز الحجم الوهمي، فنعمل على إيجاد إحداثي مركز الحجم الوهمي بالطريقة التقليدية التالية:

$$\begin{aligned} \bar{y}V &= y_1V_1 + y_2V_2 \\ \bar{y} \left(\frac{19,620 + 29,430}{2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 1\text{m} \times 3\text{m} \right) &= \left[\left(\frac{1}{2} \text{m} \right) \left(\frac{19,620\text{N}}{\text{m}^2} \times 1\text{m} \times 3\text{m} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{3} \text{m} \right) \left(\frac{29,430 - 19,620}{2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 1\text{m} \times 3\text{m} \right) \right] \\ \therefore \bar{y} &= 0.467 \text{ m} \end{aligned}$$

القوة الرأسية: يعادل مقدار القوة الرأسية وزن السائل المحصور بين السطح المنحني وامتداد السطح الحر للسائل. ولذلك، فإنه لتعيين هذه القوة يجب أولاً؛ تحديد حجم السائل الفعلي فوق السطح المنحني، وثانياً؛ إيجاد مركز ثقل هذا الحجم من السائل الذي تمر منه القوة الرأسية.

ففي حالتنا هذه وانطلاقاً من هذا المفهوم، فإن مقدار القوة الرأسية يمكن حسابه على النحو التالي:

$$\begin{aligned} F_V &= (V_{acdf} - V_{bcd})\gamma \\ &= (3\text{m} \times 1\text{m} \times 3\text{m} - \frac{\pi(1\text{m})^2}{4} \times 3\text{m}) \times 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = 65.18 \text{ kN} \end{aligned}$$

وهذه القوة الرأسية تؤثر عند مركز ثقل السائل فوق السطح الذي يمكن إيجاده على النحو التالي:

$$\begin{aligned}\bar{x}V &= x_1V_1 - x_2V_2 \\ \bar{x} \times 3m \times (1m \times 1m - \frac{\pi(1m)^2}{4}) & \\ &= \frac{1}{2}m \times (1m \times 3m \times 3m) \\ &\quad - (\frac{4 \times 1m}{3\pi})(\frac{\pi(1m)^2}{4} \times 3m) \\ \therefore \bar{x} &= 0.527 \text{ m}\end{aligned}$$

وتجدر الإشارة إلى أنه كان من الممكن استخدام المساحات بدلاً من الحجم في إيجاد إحداثيات مراكز القوى، وذلك لعاملين؛ أولهما، أن الحجم متغير في بعدين (x,y) فقط؛ وثانيهما، أن الكثافة منتظمة في كل الحجم. ونلاحظ هنا أن كل خطوط عمل قوى الضغط الصغيرة الموزعة على السطح المنحني تمر بمركز دائرة البوابة، وعلى هذا فإن القوة المحصلة لا بد وأن تمر بنفس النقطة، وتميل بزاوية على الأفقي مقدارها؛

$$\alpha = \arctan \frac{F_V}{F_H} = \arctan \frac{65.18}{73.58} = 41.5^\circ$$

وأن مقدار القوة المحصلة يساوي؛

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = 35.37 \text{ kN}$$

10.3 الطافية¹

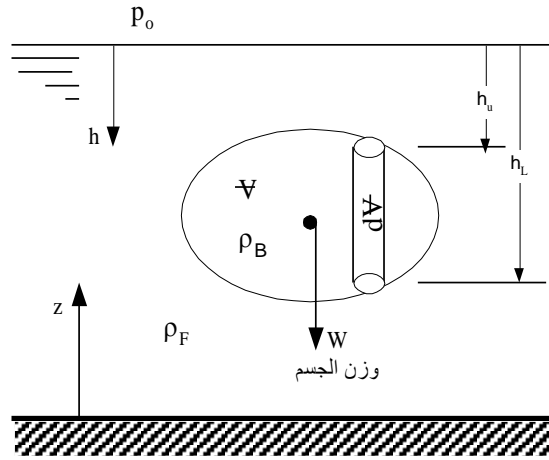
عند وضع جسم في سائل، فإنه يأخذ أحد الأوضاع الثلاثة المختلفة؛ إما "طافياً، أي أن جزءاً من كتلته يبرز فوق مستوى السطح الحر للسائل؛ أو "مغموراً، بأن يكون الجسم محاطاً بالكامل بالسائل وهو معلقاً تعليقاً حرّاً في وسط السائل؛ أو راسياً، أي أن يتحرك الجسم ليرسو عند القاع. ونحن بصدد دراسة علاقة القوى المؤثرة على مثل هذا الجسم في الأوضاع المذكورة.

بالنظر إلى الشكل (13.3) الذي يمثل جسمًا حجمه V مغموراً في سائل كثافته ρ . نجد أن القوى المتداخلة هي؛ القوة البدنية التي تتمثل في وزنه

¹Buoyancy

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدينام

الذي يؤثر رأسياً إلى أسفل، والقوى السطحية متمثلة في قوى الضغط العمودية على السطح الخارجي للجسم والملاصق للمائع، على أنه لا توجد قوى مماسية في الموائع الساكنة كما ذكر سابقاً. ولقد سبق أن درسنا قاعدة الطفو المعروفة، والمتمثلة في قاعدة العالم الفيلسوف اليوناني "أرشميدس"¹. وهذه القاعدة تنص على أن "قوة الطفو تساوي وزن السائل المزاح".



ش (13.3) قوة طفو الأجسام

وفي هذا الشأن، تستخدم نفس القواعد الأساسية لحساب القوى الهيدروستاتيكية على الأسطح، وهي قواعد يمكن تطبيقها لإيجاد محصلة قوى الضغط على الأجسام المغمورة أو الطافية. وبالرجوع إلى الشكل المبين، فإن مقدار الضغط عند أي نقطة على سطح الجسم يكون؛

$$\frac{dp}{dh} = \rho g$$

أو

$$p = p_o + \rho gh$$

وعلى هذا، فإن القوة التي يؤثر بها المائع على السطح العلوي للجسم إلى الأسفل، تكون؛

¹Archimedes, The Greek Philosopher (287-212 BC)

$$F_U = \int (p_o + \rho gh_U) dA$$

أما القوة التي تؤثر على السطح السفلي إلى أعلى تكون؛

$$F_L = \int (p_o + \rho gh_L) dA$$

وبالطبع فإن القوة السفلية هي أكبر من القوة العلوية، ومن هنا فإن القوة المحصلة التي يؤثر بها المائع إلى أعلى تكون؛

$$F_B = F_L - F_U = \int \rho g(h_L - h_U) dA = \rho g \int (h_L - h_U) dA$$

$$\therefore F_B = \rho g \int dV = \rho gV \quad (33.3)$$

حيث إن V حجم الجسم المغمور و ρ كثافة المائع. وبهذا، فإن محصلة قوة الضغط F_B المؤثرة على الجسم وتدعى "قوة الطفو"¹، تكون مساوية لحجم الجسم (حجم المائع المزاح) مضروباً في الوزن النوعي للسائل؛ أي أن قوة الطفو على أي جسم تساوي وزن المائع المزاح، كما جاء سابقاً في نص قاعدة أرشميدس.

في حالة الموائع الساكنة، نجد أن محصلة القوى المؤثرة أفقياً تساوي صفراً، أي أن القوى من كل الجوانب الأفقية تلتقي بعضها بعضاً، ومن ثم يبقى الجسم متزنًا أفقياً في مكانه. وإذا طبقنا شرط اتزان الأجسام المغمورة في الاتجاه الرأسي، نجد أن؛

$$\sum F_y = 0$$

أي أن؛

$$F_B - W = 0$$

$$\therefore F_B = W$$

أي أن قوة الطفو يجب أن تساوي وزن الجسم المغمور، ولكن؛

$$F_B = \rho_F gV$$

$$W = \rho_B gV$$

¹Buoyancy Force

$$\therefore \rho_F = \rho_B \quad (34.3)$$

وعلى هذا فإن هذه الحالة، تقود إلى أن كثافة مادة الجسم تساوي كثافة المائع المحيط بالجسم. وتجدر الإشارة إلى أن قوة الطفو لا علاقة لها بوزن المائع المحيط بالجسم والمولد لقوة الطفو هذه. بل من الممكن، أن تكون قوة الطفو أكبر من وزن هذا المائع بكثير.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن الجسم ربما كان قابلاً للانضغاط، أي أن كثافته متغيرة بالضغط المسلط عليه، ومن ثم فهي تتغير مع حركة الجسم صعوداً وهبوطاً مع تغير الضغط. فإذا كان الجسم أكثر انضغاطية من المائع المحيط، سوف يرتفع بلا حدود، ما دام المائع غير محدد الارتفاع، كما في حالة الهواء الجوي. أما إذا كان الجسم أقل انضغاطية من المائع المحيط، فإن الجسم يصعد إلى مستو معين حيثما حصل التساوي في الكثافتين كما جاء آنفاً.

بالطبع من الممكن أن تتغلب قوة الطفو على الوزن كما في كل الأجسام الطافية كالزوارق والسفن، فإن الجسم سيبرز طافياً فوق السطح الحر، بما يحقق تساوي وزن الجسم مع وزن المائع المزاح.

ولإيجاد خط عمل قوة الطفو، يمكن أخذ العزوم حول محور إحداثي مناسب ومساواتها بعزم القوة المحصلة. وانطلاقاً من أن خط عمل وزن الجسم يمر رأسياً بمركز ثقل الجسم G ، فإن اتزان هذا الجسم، يملئ بأن يكون خط عمل قوة الطفو منطبقاً على خط عمل الوزن، ويمر بمركز حجم الجزء المغمور من الجسم، والذي يسمى "بمركز الطفو"¹، B ؛ أي أن B تقع على نفس الخط الرأسي مع G .

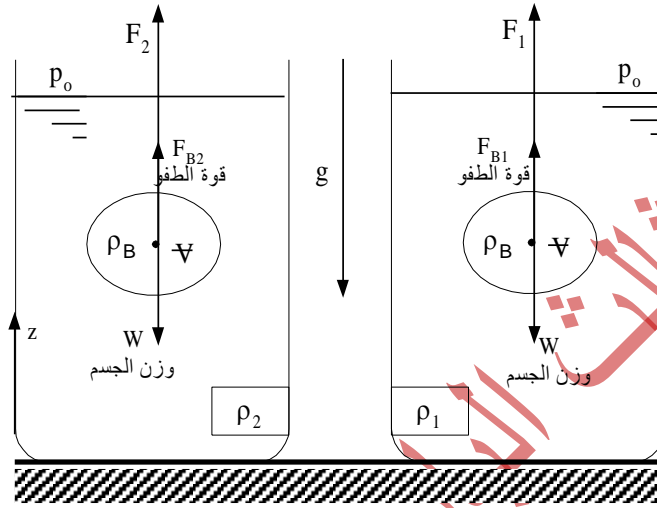
أما إذا كان وزن الجسم أكبر من قوة الطفو، فإن الجسم سيهبط بتحركه إلى أسفل، وإذا لم تكن هناك فرصة لتساوي الكثافتين فإن الجسم سيواصل تحركه حتى يرسو عند القاع، وسنرى بعض التطبيقات المتنوعة في الأمثلة والمسائل الواردة.

1.10.3 الطفو وخواص الجسم المغمور

قد نحتاج كثيراً إلى تعيين بيانات تكون كافية، لتحديد حجوم الأجسام غير المنتظمة، ووزنها النوعي وكذلك كثافتها النسبية. هذا يمكن تحقيقه بتعليق

¹Buoyancy Center

الجسم بالتوالي في مائعين مختلفين معروفين من حيث الكثافة، كما هو موضح بالشكل (14.3).



ش (14.3) وزن الأجسام في الموائع.

حيث تمثل W وزن الجسم في الهواء، بينما تمثل F_1 و F_2 وزن الجسم في السائل الأول والثاني على التوالي. ويمكن التعبير عن اتزان القوى في الحالتين بما يلي:

$$F_1 + \rho_1 g_1 V = W \quad \text{and} \quad F_2 + \rho_2 g_2 V = W$$

ولذلك، فإنه بمساواة العلاقتين واعتبار أن عجلة الجاذبية ثابتة، نحصل على حجم الجسم كالتالي:

$$V = \frac{F_1 - F_2}{g(\rho_2 - \rho_1)} \quad (35.3)$$

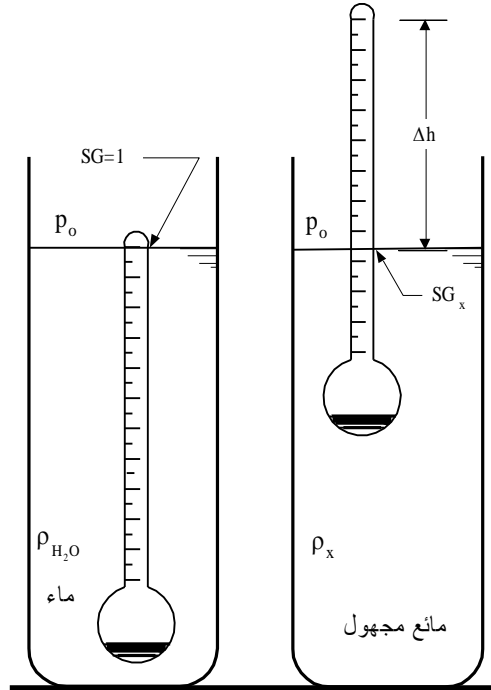
كما أن وزن الجسم يكون بالشكل التالي:

$$W = \frac{\gamma_2 F_1 - \gamma_1 F_2}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (36.3)$$

ومن ثم يمكن حساب الوزن النوعي والكثافة النسبية للجسم من المعطيات السابقة ومن خلال تطبيق العلاقات الواردة في الباب الأول بالخصوص.

2.10.3 الطفوئية والكثافة النسبية

بناء على المعلومات التي جاءت في العرض السابق، والمبنية شبه كلي على قاعدة أرشميدس، توصل المختصون إلى ابتكار جهاز يدعى "هيدرومتر"¹ لاستخدامه في قياس الكثافة النسبية للسوائل، وذلك بمجرد وضعه في السائل المراد معرفة كثافته النسبية.



ش (15.3) هيدرومتر

يبين الشكل (15.3) مكونات هذا الجهاز، حيث يتكون من ساق مدرجة وقاعدة بها مادة ثقيلة نسبياً لغرض تحقيق اتزان مناسب في السائل. بوضع الجهاز في الماء وبتطبيق اتزان القوى في الاتجاه الرأسي، نجد أن؛

¹Hydrometer

$$W = \gamma_{\text{water}} V$$

حيث W هي وزن الجهاز وأن V حجم الجزء المغمور منه في الماء. وعندما يوضع في سائل كثافته النسبية مجهولة، فإن؛

$$W = \gamma_x (V - A\Delta h)$$

حيث A هي مساحة المقطع للجهاز عند الساق. وبمساواة العلاقتين يكون؛

$$W = \gamma_{\text{water}} V = \gamma_x (V - A\Delta h) = SG_x \gamma_{\text{water}} (V - A\Delta h)$$

أو

$$SG_x = \frac{\gamma_x}{\gamma_{\text{water}}} = \frac{V}{V - A\Delta h} \quad (37.3)$$

ونظرًا لمعلومية A و V ، يتضح أن معرفة الكثافة النسبية تعتمد فقط على معرفة فرق الارتفاع. ومن ثم يمكن معايرة القراءات على ساق الجهاز لتقرأ الكثافة النسبية للمائع المجهول، SG_x ، مباشرة، وهي في كثير من الأحيان تساعد في التعرف على مدى نقاوة السوائل من الإضافات غير المرغوب فيها.

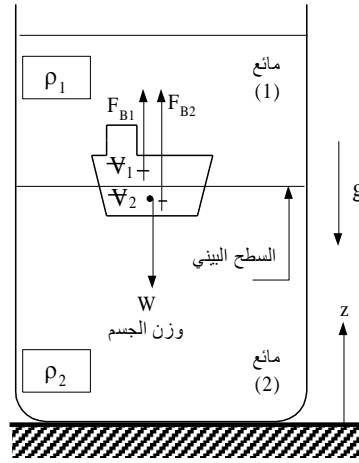
3.10.3 الطفوية وتعدد الموانع

يمكن للأجسام أن تكون مغمورة تحت تأثير قوى الطفو لأكثر من مائع، فعلى سبيل المثال، يشترك الهواء مع الماء في توليد قوى الطفو للعديد من التطبيقات في هذا الشأن. فعندما يكون الجسم طافيًا تحت تأثير مائعين كما هو موضح بالشكل (16.3)، فإن قوة الطفو الكلية هي حاصل مجموع قوتي الطفو المتولدة من المائعين على النحو التالي:

$$F_B = F_{B1} + F_{B2} = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2 \quad (38.3)$$

وجرت العادة على إهمال قوة طفو الهواء المحيط في كثير من الحالات، لمقدارها الصغير نسبيًا. فعلى سبيل المثال، في الأجسام الطافية فوق السوائل، لا نحسب لقوة الطفو المتولدة من الهواء أي حساب؛ أي نحن نقوم بإهمال الوزن النوعي للهواء في هذه الحالة، ونأخذ الأمور على أن قوة

الطفو الوحيدة هي قوة الطفو للسائل، وأنها تؤثر عند مركز حجم السائل المزاح للجزء المغمور من الجسم. كما أن عملية أخذ الأوزان للأجسام وهي مغمورة في الهواء الجوي مثال آخر، فنجد أن متوسط الوزن النوعي لجسم الشخص تقع في حدود $9,400\text{N/m}^3$ ، على اعتبار أن وزن الشخص هو 800N (81kg). ومن هنا فإن حجمه الكلي يعادل 0.085m^3 . وباعتبار معطيات الجو القياسي، فإن قوة الطفو التي يؤثر بها الهواء على الجسم تكون تقريبا 1N . وعلى هذا، فإن وزن الشخص في غياب الهواء المحيط به يكون أكثر من المسجل بمقدار 1N . ومثل هذا الرقم، صغير ولا يستدعي الأمر تصحيحه بالنسبة لأغلب التطبيقات الهندسية الاعتيادية.



ش (16.3) الأجسام المغمورة في أكثر من مائع.

ومن ناحية أخرى، فإن الأمر يختلف عندما تكون الحالة متعلقة بالبالونات والمناطيد، حيث إن قوة الطفو التي يبديها الهواء اتجاهها تصبح مهمة بدلاً من إهمالها، بل إنها تعتبر العامل الأساسي والمتحكم في حسابات تصميم مثل هذه الأجسام.

11.3 الاستقرار

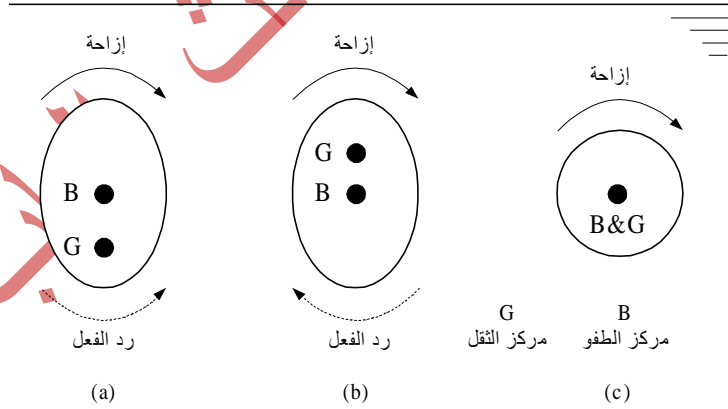
لقد تعلمنا أن عملية الاتزان لأي جسم في المائع، يمكن أن تتحقق من خلال تعادل القوى المؤثرة وعزومها. لكن هل هذا الجسم مستقر؟ يعني بموضوع الاستقرار هنا، هو مدى محافظة الجسم على حالته المتزنة. هناك ثلاث هيئات لحالة اتزان الأجسام؛ إما مستقر، أو متعادل، أو غير مستقر. فدرجة

الاستقرارية تختلف بين الأجسام من حيث كونها مغمورة في المائع، أو طافية على السطح الحر.

1.11.3 استقرارية الأجسام المغمورة

يبين الشكل (17.3) ثلاثة أجسام في وضع اتزان في البداية، حيث نجد في الحالة الأولى (a) أن مركز الطفو أعلى من مركز ثقل الجسم. فعند إعطاء إزاحة صغيرة، دورانية كانت أم طولية، كما هو مبين في الشكل، فإن القوتين المؤثرتين؛ قوة الطفو ووزن الجسم تعملان على إعادة الجسم إلى وضعه الأصلي من خلال عزم التقويم المتولد. ولهذا، يقال إن هذا الجسم في حالة اتزان مستقر؛ لأنه يحافظ على حالته الأصلية بالرجوع إليها كلما أزيح بفعل العوامل التي يتعرض لها. وعلى هذا، فإن الأجسام المغمورة؛ مثل البالونات والمناطيد في الهواء والغواصات في أعماق البحار، يجب أن يكون مركز ثقلها أسفل مركز الطفو لتكون في الوضع المستقر لها.

وفيما يخص الجسم الثاني (b)، فإن مركز طفوه أسفل مركز ثقله، وهو ما يدفع الإزاحة الصغيرة عند حدوثها لأن تولد عزم تدوير بين القوتين المؤثرتين. هذا العزم يعمل على زيادة مقدار هذه الإزاحة، بحيث يتمادى الجسم في تغيير وضعه فيبحث عن وضع آخر أكثر استقراراً، فيؤدي إلى انقلابه في كثير من الحالات. وعلى هذا، فإن اتزان هذا الجسم غير مستقر، ما دام مركز ثقله أعلى من مركز طفوه.



ش (17.3) استقرارية الأجسام المغمورة.

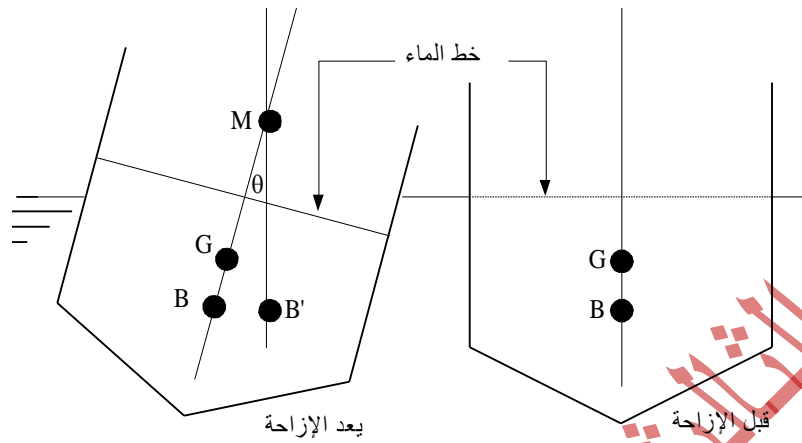
أما بالنسبة للجسم الثالث (c)، فإن القوتين المؤثرتين تعملان في نفس النقطة، أي أن مركز ثقل الجسم ينطبق على مركز الطفو، وهذه الحالة تتحقق عندما تكون كثافة الجسم منتظمة وتساوي كثافة المائع المحيط. وبهذا، فإن الإزاحة الصغيرة لن تولد عزمًا في أي اتجاه، نظرًا لانعدام ذراع العزم اللازمة لتوليده؛ أي أن الجسم لن يحاول استعادة وضعه الأصلي ولا يحاول التماذي في التغيير. وعلى هذا يقال، إن هذا الجسم له اتزان متعادل. ويمكن الخروج من هذا العرض، بأن الأجسام المغمورة، تكون دومًا في وضع اتزان مستقر كلما كان مركز ثقلها أسفل مركز طفوها، وهي غير مستقرة إذا كان العكس، أي أن B أسفل G.

2.11.3 استقرارية الأجسام الطافية ذات الحمولة المتماسكة

يقصد بهذه الأجسام المتماسكة، تلك الأجسام الطافية وما تحتويه من حمولة متماسكة ثابتة، بحيث يكون مركز ثقلها ثابتًا في نقطة واحدة حتى عند إزاحتها. وعلى هذا، فعندما يكون مركز ثقل الجسم تحت مركز الطفو، فالجسم دومًا في حالة استقرار مثله مثل الأجسام المغمورة.

كذلك، فإن هذه الأجسام الطافية يمكن أن يكون لها اتزان مستقر حتى وإن كان مركز ثقلها أعلى من مركز طفوها. فإذا تولد عزم تقويم كلما مال الجسم الطافي، فإن اتزان الجسم يكون مستقرًا بغض النظر عما إذا كان مركز الطفو أعلى أو أسفل مركز ثقل الجسم، كما سنرى بالتفصيل.

يوضح الشكل (18.3) جسمًا متماسكًا يطفو وقد أميل بسبب أو آخر بزاوية θ ، حيث يبقى الوزن مؤثرًا عند المركز G، كما يبقى مقدار حجم المائع المزاح دون تغيير نظرًا لوجوب اتزان القوتين المعروفتين. ولكن نرى أن مركز الطفو هو الذي زحف من النقطة B إلى النقطة B'، حيث إن القوتين أصبحتا تعملان على امتداد خطين مختلفين، مما يساهم في تولد عزم بينهما. هذا العزم إما أن يكون عزم تقويم كما في الشكل (17.3b)، وإما عزم تدوير كما هو في الشكل (17.3c).



ش (18.3) استقرارية الأجسام الطافية ذات الحمولة المتماسكة.

تمثل الحالة الأولى الحالة المستقرة وتمثل الأخرى الحالة غير المستقرة على الترتيب. وتعتمد مدى استقرارية الجسم على موقع النقطة M ، وهي نقطة تلاقي خط عمل وزن الجسم قبل الدوران مع خط عمل قوة الطفو بعد الدوران، وتسمى هذه النقطة "بالمركز البيني"¹ للجسم الطافي. ويطلق على المسافة GM "الارتفاع البيني"²، الذي من الممكن أن يكون موجباً أو سالباً؛ فيكون موجباً عندما تقع M أعلى G ويمثل شرط الحالة المستقرة؛ ويكون سالباً عندما تقع M أسفل G ويمثل شرط الحالة غير المستقرة.

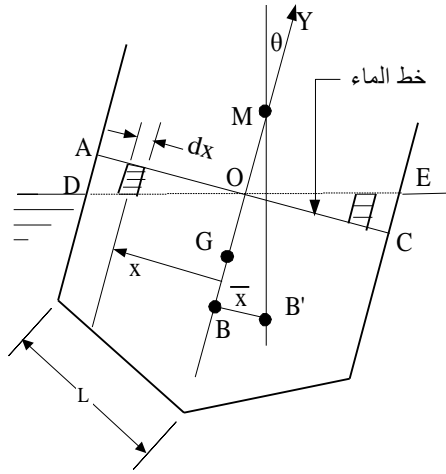
ومن خلال الأشكال المعنية، يمكن أن نرى أنه كلما ازداد الارتفاع الموجب (GM) يزداد الجسم استقراراً، حيث يتولد عزم تقويم يتعاضد كلما كان هذا الارتفاع كبيراً، أما إذا كان الارتفاع (GM) سالباً، يتولد عزم تدوير قد يسبب في انقلاب الجسم في حالة ما إذا كان هذا الارتفاع كبيراً. وحين تنطبق النقطة M على نقطة المركز G ؛ أي أن الارتفاع البيني يساوي صفراً، يكون هذا الجسم في حالة اتزان متعادل؛ أي أنه لن يرجع إلى وضعه الأصلي، كما أنه لا يتمادى في تغيير إزاحته، بل يتبنى وضعه الجديد ويقبله. والمثال اللاحق يوضح كيفية تحديد مدى استقرارية الأجسام وهي طافية.

¹Metacenter

²Metacentric Height

مثال 14.3

جسم له مقطع منتظم على كامل طوله، يطفو فوق السطح الحر للماء كما هو مبين في الشكل المقابل. تعرض هذا الجسم لإزاحة دورانية بزواوية صغيرة θ ، فإذا كانت حمولة هذا الجسم متماسكة؛ أي أن مركز الثقل مستقر في مكانه، أوجد علاقة رياضية يمكن أن نحدد بها الارتفاع البيئي GM ، ووضح من خلالها شروط حالات الاستقرار لهذا الجسم.



المعطيات: جسم يطفو له مقطع منتظم وطول L ، أزيح بزواوية صغيرة θ .
المطلوب: إيجاد علاقة رياضية للارتفاع البيئي وتوضيح حالات الاستقرار المحتملة.

الحل: عند وقوع الإزاحة، فإن مركز الطفو B يزحف إلى B' ، بحيث يظهر من الشكل أن المسافة BB' هي بعد مركز حجم الماء المزاح من المحور y . ويمكن التعبير عنه بدلالة الزاوية على الصورة التالية:

$$\bar{x} = \overline{BM} \tan \beta \quad (a)$$

ويمكن اعتبار حجم الماء المزاح حجمًا مركبًا من الحجم الأصلي مضافًا إليه حجم المنشور الذي مساحته مقطعه COE ، ومطروحًا منه المنشور الآخر الذي مساحته مقطعه AOD . ولإيجاد بعد مركز الحجم الجديد عن المحور y ، نأخذ عزوم الحجم حول المحور y ، على النحو التالي:

$$\bar{x}V = \bar{x}_o V_o + \bar{x}_R V_R - \bar{x}_L V_L$$

حيث إن V_o هو الحجم الأصلي تحت خط الماء، و V_R هو حجم المنشور على الجهة اليمنى التي مساحة مقطعه COE، و V_L هو حجم المنشور على الجهة اليسرى التي مساحة مقطعه AOD.

وبافتراض أن المقطع منتظم على طول الجسم، يتبين أن $\bar{x}_o = 0$. ولذلك، فإن معادلة العزوم تصبح كما يلي:

$$\bar{x}V = \bar{x}_R V_R - \bar{x}_L V_L$$

وباستخدام عملية التكامل وبالاستعانة بالشكل المقابل، نجد أن؛

$$\bar{x}V = \int_{V_R} x dV - \int_{V_L} x dV$$

حيث إن؛

$$dV|_R = x \tan \theta dA$$

$$dV|_L = -x \tan \theta dA$$

$$dA = L dx$$

وبالتعويض، تصبح المعادلة كالتالي:

$$\begin{aligned} \bar{x}V &= \tan \theta \int_{A_R} x^2 dA + \tan \theta \int_{A_L} x^2 dA \\ &= \tan \theta \int_A x^2 dA = \tan \theta I_o \end{aligned} \quad (b)$$

حيث إن I_o هو العزم الثاني للمساحة عند خط الماء حول المحور المار بالمركز O والعمودي على مستوى الصفحة وهو يساوي العرض AC مضروباً في طول الجسم L. ومن خلال العلاقتين (a,b)، نستطيع كتابة العلاقة التالية:

$$\bar{x}V = \overline{BM} V \tan \theta = \tan \theta I_o$$

$$\therefore \overline{BM} V = I_o \quad (c)$$

وبالنظر للشكل المقابل، نرى أن؛

$$\overline{BG} + \overline{GM} = \overline{BM}$$

وبالتعويض من العلاقة (c)، نجد أننا قد حصلنا على:

$$\overline{GM} = \frac{I_o}{V} - \overline{BG}$$

وكما سبق الإشارة إليه، أنه عندما يكون الارتفاع البيئي GM موجباً، فإن الجسم مستقر، أما إذا كان سالباً فهو غير مستقر؛ أي لتحقيق استقرارية الجسم يجب أن يكون؛

$$\frac{I_o}{V} > \overline{BG}$$

وبالرغم من أن هذا الاشتقاق كان لجسم طاف ذي مقطع منتظم، فإنه يمكن تطبيقه على الأجسام الطافية عموماً.

3.11.3 استقرارية الأجسام الطافية ذات الحمولة المائعة

كما أشير سابقاً، فإن مركز ثقل الجسم G ليس دائماً ثابتاً للجسم، فقد يكون ما تحمله سفينة له المرونة في الزحف أو الإزاحة نتيجة لدوران السفينة أو انعطافها خلال مناوراتها. فعندما تحمل الأجسام الطافية سوائل لها سطح حر، فإن كلاً من هذه السوائل سيتحرك محاولاً الإبقاء على سطحه الحر أفقياً، عندما يزاح الجسم بحركة زاوية. ويمكن تبين أن حركة مركز ثقل الجسم G هي في نفس الاتجاه الذي يتحرك فيه مركز الطفو B، وهو ما يضعف استقرارية هذا الجسم الطافي. ولهذا السبب، فإن السوائل، ومنها النفط الذي يحتاج في نقله إلى ناقلات كبيرة عبر البحر، توضع في غرف مفصول بعضها عن بعض، للإقلال من حركتها داخل الجسم، في محاولة لجعل حركة مركز الثقل محدودة قدر الإمكان. ولهذا السبب أيضاً، يجب تخزين مياه الاتزان (مياه الصابورة) وزيت الوقود في خزانات أو غرف ذات فواصل قريبة من القاع.

وكما نتصور، فإن هناك حركة دورانية جانبية حول محور السفينة الطولي، إضافة إلى حركة أمامية خلفية هبوطاً وصعوداً حول محور عرضي. ومن المعتاد ومن خلال التطبيق الواقعي، فإن دراسة الاستقرارية

للحركة الجانبية الدورانية، لها الأولوية لأهميتها الكبرى نسبياً، نظراً لحساسيتها في مثل هذه الأجسام.

ومما سبق، تحدثنا عن الارتفاع البيني ووجوب أن يكون موجباً، لكي تتحقق الحالة المستقرة، على أن الاستقرارية تزداد بزيادته، ولكن لأي مدى؟ إن الارتفاع البيني للحركة الدورانية حول المحور الطولي لمراكب المسافرين العابرة للبحار والمحيطات، يتراوح بين 0.3 m و 1.2 m. وبالفعل، فإن زيادة هذا الارتفاع تعطي أكثر استقرارية، ولكن في نفس الوقت تقلل الزمن لحدوث عزم التقويم، وهو ما يجعل المركب يعود بسرعة في حركة دورانية، الأمر الذي يقلل من راحة المسافرين، ناهيك عن الإجهادات المتولدة التي قد تكون سبباً في تحطم هيكل المركب وإتلافه. وبديهي، فإن هذا الارتفاع البيني للبواخر الناقلة للبضائع، يتغير بتغير مقدار الحمولة وموقعها على ظهر الحاملة، فيؤدي إلى فرصة المساهمة في عملية التحكم فيه إلى حد ما. ومن جهة أخرى، نجد أن تحقيق أكبر قدر من الاستقرارية، للقطع الحربية والمراكب الشراعية المستخدمة في السباق، هو أهم من عامل الراحة. لذلك، فإن مثل هذه الحالات لها ارتفاع بيئي كبير نسبياً.

4.11.3 استقرارية الموانع ذاتها

نحول الآن أنظارنا لنرى ماذا تعني الاستقرارية للمانع نفسه ومدى أهميتها في هذا الكون. يمكن أن نبدأ هذا العرض بشيء من العمومية في شأن هذا الموضوع ونختمه بتخصيص الكلام على الهواء الجوي ومياه البحار والمحيطات. فعندما تتوزع الطاقة الحرارية بطريقة غير متعادلة فيما بين طبقات المائع، تتولد اختلافات في درجات الحرارة لكل منها؛ وهذا يؤدي إلى تكون كتل من المائع لها كثافة أقل من كثافة محيطها. هذه الفروق في الكثافة لأجزاء محتويات المائع تفتح باب ظاهرة الطفوية، وتجد نفسها مرغمة للتحرك النسبي بنفس الكيفية التي اتبعتها الأجسام المتماسكة المغمورة على التقريب.

وتعاني هذه الكتل الأقل كثافة قوة طفو تعادل وزن المائع المزاح وهو المائع المحيط بهذه الكتلة، الذي هو أبرد منها أي أكثر كثافة. وعلى هذا، فإن قوة الطفو تكون أكبر من وزن الكتلة، فتدفعها للتحرك إلى أعلى. وفي نفس الوقت تجد المائع الأثقل يزحف إلى أسفل ليأخذ مكان الكتلة الخفيفة المتحركة إلى أعلى، ومن الممكن أن يستمر تبادل المواضع هذا. وبهذا، تبدأ "تيارات الحمل"¹ في العمل في السوائل والغازات. وهذه النتيجة تدل

¹Convection Currents

عادة على حالة غير مستقرة لوجود كتل الموائع الساخنة في الطبقات السفلي لذات الموائع. أما إذا كانت الطبقات السفلي من المائع باردة، فالحالة تعتبر مستقرة، بحيث لو دفعت كتلة من المائع إلى تحت فإنها ستحاط بمائع بارد أكثر كثافة، ولذلك ستجابه قوة طفو أكبر من وزنها، وتجد نفسها راجعة إلى أعلى لموضعها الأصلي.

تحدث حالة اللاستقرارية للهواء الجوي من عواصف ورياح وغيرها، بواسطة الجغرافية غير المنتظمة على مكونات سطح الكرة الأرضية. هذه المكونات متمثلة في الماء والهواء والتراب والصخور وما إلى ذلك، تمتلك خصائص مختلفة تحدد قابليتها للتبريد والتسخين تحت تأثير فترات التبريد والتسخين الدورية خلال النهار والليل. هذه الخواص على سبيل المثال، تجعل درجة حرارة اليابسة ترتفع أكثر مما هي عليه في الماء، ولذلك فإن الهواء أعلى اليابسة أيضا ترتفع درجة حرارته أكثر نسبيًا، ويصبح خفيفًا فيتحرك إلى أعلى ليحل محله الهواء الأبرد المجاور للمياه، وهكذا تولد تغيرات في الكثافة والضغط منتجة تيارات آتية من البحر ناحية اليابسة، إضافة إلى دوران الأرض الذي يساهم في خلق رياح "الغربي" والتيارات دوارة تختلط مع كتل هواء كل من القطبين وخط الاستواء.

والتعامل مع كثافة الهواء التي تحدد إلى حد ما مدى اتزانها، يقود إلى أن شروط الاتزان تخضع إلى مستوى الضغط ومعدل تغير درجة الحرارة. وهكذا، فالجزء السفلي للهواء الجوي يخلط باستمرار بواسطة الحمل فيرتفع الهواء الساخن وعندها يقل ضغطه وتقل درجة حرارته. ولكن هل هناك معايير يمكن بها معرفة مدى استقرارية الهواء الجوي؟ هنا يمكن الرجوع للطبعة الأولى من كتابنا هذا أو لأحد المراجع المتخصصة لمعرفة المزيد عن هذا الموضوع.

12.3 حركة الموائع المتماسكة¹

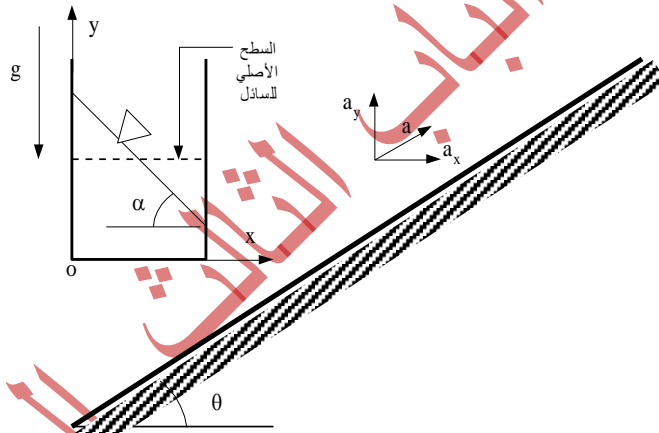
عند تحرك جسم مائع بعجلة منتظمة في مسار مستقيم على سبيل المثال، فإنه يتحرك وكأنه وحدة واحدة متماسكة بحيث لا تتحرك طبقة منه نسبة إلى أخرى، ولا تعاني الحالة من وجود أي إجهادات قص فيما بين جسيمات تلك الموائع من جهة وفيما بين الموائع وبين الأوعية الحاوية لها من جهة أخرى، الأمر الذي يجعل هذه الكتل تتحرك وهي متماسكة وكأنها كتل جامدة مع أوعيتها.

¹Fluids in Rigid-Body Motion

الموائع الساكنة/الهادي الدكام

على هذا، يعتبر الضغط الإجهاد السطحي الوحيد المؤثر على كل جسيم من جسيمات المائع، وأن كل جسيم محافظ على ذاته في هذه الحركة المتماسكة، وليس معرضاً للتشكل في غياب إجهادات القص. بالطبع نجد أن المائع في حالة سكون نسبة إلى الوعاء الحاوي له، وهذا ما جعل بعض المهتمين يضع هذا الموضوع تحت عنوان "الاتزان النسبي"¹.

وبالرغم من أن هذا الموضوع ليس ظاهرة للموائع الساكنة، حيث يتضمن حركة وأن اتزانه نسبي، جرت العادة على وضعه ضمن باب دراسة الموائع الساكنة، لأنه يأخذ من علاقات الموائع الساكنة طريقاً لمعالجة بنوده، مع إدخال بعض التعديلات لتشمل تأثيرات العجلة وتولد قوة القصور الذاتي ضمن المتغيرات في دراسة حركته. وتعرض هنا إلى حالتين مهمتين؛ عجلة خطية منتظمة وعجلة دورانية منتظمة.



ش (19.3) حركة الموائع المتماسكة بعجلة خطية منتظمة.

1.12.3 عجلة طولية منتظمة²

يبين الشكل (19.3) وعاء به سائل يتحرك بعجلة منتظمة على منحدر. باختيار نظام الإحداثيات الكارتيذية، يكون المحور y رأسياً إلى أعلى

¹Relative Equilibrium

²Linear Uniform-Acceleration

ويكون المحور x أفقيًا بحيث يقع متجه العجلة في المستوى (xy) ، ويكون المحور z عموديًا على مستوى الصفحة. وبهذا لا توجد مركبة للعجلة تجاه z .

واضح أن قانون نيوتن الثاني للحركة، يمكن أن يطبق على مثل هذه الموائع المتماسكة لتعيين مجال الضغط المتولد من هذه الحركة المعنية. ويمكن أن ننطلق في هذا التحليل من أخذ عنصر من المائع ودراسة حالة اتزانه تحت تأثير كل القوى الموجودة. وقد تم تحليل مثل هذه الحالة في البند (4.3)، ولذلك نقتصر الطريق هنا باستخدام المعادلة العامة (8.3) مباشرة. فيمكن كتابة قانون نيوتن لعنصر من المائع حجمه dV وكتلته dm على النحو التالي:

$$d\vec{F} = \vec{a}dm = \bar{\rho}pdV$$

ويكون مجموع القوى المؤثرة على هذا العنصر لوحدة الحجم كالتالي؛

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = \rho\vec{a}$$

وكما نعرف أن القوى المؤثرة على هذا الجسم تتمثل فقط في قوى الضغط والجاذبية على النحو التالي:

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = -\text{grad } p + \rho\vec{g} \quad (8.3)$$

بالتعويض في قانون نيوتن المذكور آنفًا، نجد أن؛

$$-\text{grad } p + \rho\vec{g} = \rho\vec{a} \quad (39.3)$$

حيث إن هذه المعادلة ترجمة لقانون نيوتن الثاني؛ أي أن مجموع القوى المؤثرة على الجسم وهي هنا قوى الجاذبية والضغط يجب أن تساوي حاصل ضرب كتلة الجسم في العجلة التي يتحرك بها. ويمكن التعويض في المعادلة السابقة بعناصرها الأساسية، لتصبح كالتالي:

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k}\right) + \rho(g_x\hat{i} + g_y\hat{j} + g_z\hat{k}) = \rho(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k})$$

هذه معادلة متجهة يمكن تفكيكها إلى مركباتها الثلاث على النحو التالي:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x = \rho a_x$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y = \rho a_y$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z = \rho a_z$$

وحيث إن؛

$$g_x = g_z = 0$$

$$a_z = 0$$

$$g_y = -g$$

نجد أن؛

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho(g + a_y) \quad (40.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

وهذا يعني أن تغير الضغط في الاتجاه الأفقي يعتمد على مركبة العجلة تجاه x ، أما تغير الضغط في الاتجاه الرأسي يخضع لعجلة الجاذبية الأرضية إضافة لمركبة عجلة حركة الجسم تجاه الرأسي، أما تجاه المركبة الأفقية الأخرى z فإن الضغط ثابت لا يتغير مهما تغيرت z نظراً لأن الحركة معدومة تجاه z . ولما كان الضغط بهذا الوضع هو دالة في (x,y) فقط، فإن الفرق في الضغط بين نقطتين في المائع؛ (x,y) و $(x+dx,y+dy)$ يمكن كتابته رياضياً بطريقة التفاضل الجزئي على النحو التالي:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

بالتعويض عن قيم التفاضل الجزئي من العلاقات (40.3)، نحصل على التالي:

$$dp = -\rho a_x dx - \rho(g + a_y)dy \quad (41.3)$$

بأخذ مقدار الضغط على أنه p_0 عند مركز الإحداثيات $(0,0)$ وبما أن كثافة المائع ثابتة، فإنه بتكامل المعادلة السابقة نحصل على الضغط عند أي نقطة (x,y) على النحو التالي:

$$\int_{p_0}^p dp = -\rho a_x \int_0^x dx - \rho(g + a_y) \int_0^y dy$$

$$p = p_0 - \rho a_x x - \rho(g + a_y)y \quad (42.3)$$

وبناء على هذا، فإن هذه المعادلة تحدد مقدار الضغط عند أي نقطة داخل المائع بمعرفة إحداثياتها ومعرفة الضغط عند نقطة مرجعية داخل المائع، حيث أخذت هنا على أساس أنها مركز الإحداثيات.

وبما أن مقدار الضغط على امتداد السطح الحر هو واحد، أي أن فرق الضغط بين أي نقطتين على هذا السطح يكون صفرًا، وعليه ومن خلال العلاقة (41.3) نجد أن؛

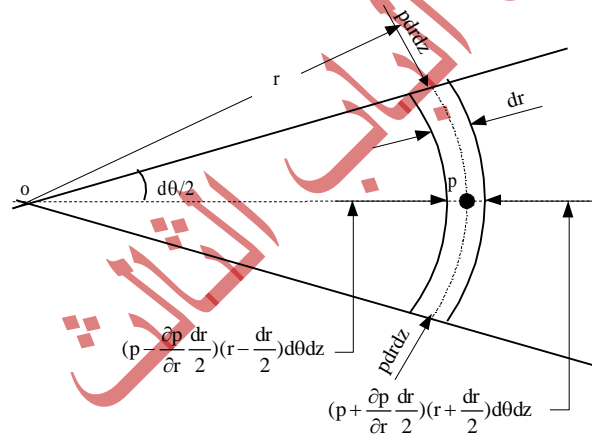
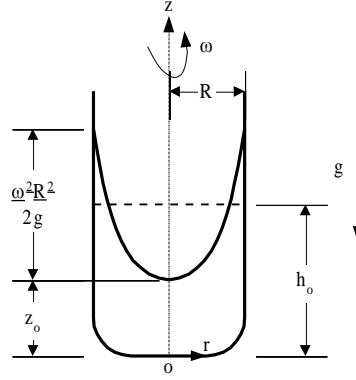
$$dp = 0 = -\rho a_x dx - \rho(g + a_y)dy$$

أي أن ميل السطح الحر يكون؛

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_y} \quad (43.3)$$

ومن هذا المنطلق، نجد أن خطوط الضغوط الثابتة هي خطوط متوازية توازي السطح الحر ولها نفس الميل بالطبع.

2.12.3 عجلة دورانية منتظمة¹



ش (20.3) حركة الموائع المتماسكة بعجلة دورانية منتظمة.

عندما تدور كتلة من السائل مع الوعاء حول محور رأسي بسرعة زاوية ثابتة ω ، فإن كتلة هذا المائع ستصل إلى حالة توازن نسبي فتدور بنفس السرعة مكونة ما يسمى "بالدوامة القسرية"². لذلك فإن جسيمات المائع تتولد لديها عجلة مركزية في المستوى الأفقي متجهة إلى المركز بمقادير هي دالة في بعدها عن المحور، متمثلة في $\omega^2 r$ ، بحيث تدور هذه الكتلة مع

¹Uniform Rotational-Acceleration

²Forced Vortex

الوعاء معاً كجسم متماسك واحد دون حدوث أي حركة نسبية فيما بين الجسيمات وجدران الوعاء.

يوضح الشكل (a20.3) وعاءً أسطوانياً به كتلة من سائل يدور بسرعة زاوية ثابتة حول المحور الرأسي. وما يهمنا في هذا الموضوع، هو إيجاد علاقة تمثل معادلة السطح الحر للسائل، إضافة إلى تعيين مجال الضغط في المائع. ونلاحظ وجود قوتين مؤثرتين في الاتجاه الأفقي r ؛ قوة الضغط والقوة الطاردة المركزية. أما في الاتجاه الرأسي z ، فهناك قوة الضغط وقوة الجاذبية الأرضية. وانطلاقاً من التماثل المحيطي الواضح، فإن الضغط لا يعتمد على قيمة الزاوية θ ، وأنه متغير في اتجاهين فقط $p(r,z)$. وبتابع نفس الطريقة التي اتبعت في البند السابق، دعنا نعين الفرق في ضغط نقطتين في المائع؛ (r,θ,z) و $(r+dr,\theta,z+dz)$ ، بالشكل التالي:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (44.3)$$

وانطلاقاً من المعادلة (8.3) في الاتجاه z ، نجد أن؛

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z = \rho a_z$$

ولما كانت؛

$$a_z = 0 \quad g_z = -g$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (45.3)$$

للحصول على الحد $(\partial p/\partial r)$ ، نطبق قانون نيوتن الثاني في اتجاه r لعنصر المائع الموضح بالشكل (b)، حيث فرض أن الضغط عند مركز العنصر هو p . وباستخدام سلسلة تيلور الممتدة، نستطيع التعبير عن القوى المؤثرة في مستوى $r\theta$ ، من خلال كتابة قانون نيوتن في الاتجاه المذكور، على النحو التالي:

$$\sum dF_r = a_r dm$$

وبالتعبير عن الجهة اليمنى من هذه المعادلة كما يلي:

$$a_r dm = a_r \rho dV = -\omega^2 r \rho dV = -\omega^2 r \rho r d\theta dr dz$$

وعن الجهة اليسرى بالطريقة التالية:

$$\begin{aligned} \sum dF_r &= (p - \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{2})(r - \frac{dr}{2}) d\theta dz \\ &\quad - (p + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{2})(r + \frac{dr}{2}) d\theta dz + 2p dr dz \sin \frac{d\theta}{2} \\ &= -r \frac{\partial p}{\partial r} dr d\theta dz \end{aligned}$$

متذكرين أن في حالة الزوايا الصغيرة، يكون؛

$$\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$$

وبناء على هذا وبالتطبيق في صيغة قانون نيوتن الواردة آنفاً، نجد أن؛

$$-r \frac{\partial p}{\partial r} dr d\theta dz = -\omega^2 r \rho r d\theta dr dz$$

والآن، بتقسيم الطرفين على حجم العنصر ($r d\theta dr dz$)، يكون الناتج:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \omega^2 r \quad (46.3)$$

وعلى ذلك فبالتعويض في العلاقة (44.3)، يكون فرق الضغط بين النقطتين المذكورتين والمعنيين هو؛

$$dp = \rho \omega^2 r dr - \rho g dz \quad (44.3)$$

وتجدر الإشارة إلى أننا بهذه المعادلة لا نستطيع إيجاد مقدار الضغط، إلا إذا كان هناك نقطة مرجعية يكون عندها الضغط معروفاً. فعلى سبيل المثال، عندما يكون ضغط المائع عند مركز نظام الإحداثيات (0,0) هو p_0 ،

فإنه يمكن تعيين الضغط عند نقطة أخرى اختيارية (r,z) ، وذلك من خلال تكامل المعادلة السابقة كما يلي:

$$\int_{p_0}^p dp = \int_0^r \rho \omega^2 r dr - \int_0^z \rho g dz$$

$$p = p_0 + \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} - \rho g z \quad (47.3)$$

ومن خلال هذه المعادلة، يمكن إيجاد مقدار الضغط عند أي نقطة في المائع بمعرفة إحداثياتها بمعرفة الضغط عند نقطة مرجعية. ويلاحظ في حالة ثبوت r ، أن العلاقة تمثل الضغط عند أي نقطة على سطح اسطوانتي وأنه دالة في الارتفاع z فقط، وبهذا يتولّد تعيين الضغط عند أي عمق إلى ما قد أخذناه في بند الموائع الساكنة والمتمثلة في المعادلة (7.3). أما عند التحرك في المستوى الأفقي (z =ثابتة)، فإن الضغط يصبح دالة في r^2 . وهذا التحليل القائم يبين كيفية توليد فرق ضغط بتدوير كتل المائع، وقد استغل هذا الأساس في المضخات الدوارة لإنتاج فرق ضغط يدفع الموائع للتدفق.

عند التحرك على السطح الحر للسائل، نجد أن مقدار الضغط ثابت من نقطة إلى أخرى نظرًا لتعرض السطح الحر بكامله لنفس الضغط (عادة الضغط الجوي)، وعلى هذا، فإن المعادلة (44.3) تصبح كالتالي:

$$dp = \rho \omega^2 r dr - \rho g dz = 0$$

وأن ميل هذا السطح عند أي نقطة، يكون؛

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (48.3)$$

ومن الممكن تكامل هذه العلاقة بين النقطة $(0, z_0)$ والنقطة (r, z) ، على النحو التالي:

$$\int_{z_0}^z dz = \int_0^r \frac{\omega^2 r}{g} dr$$

أو

$$(z - z_0) = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (49.3)$$

وهذه هي معادلة السطح الحر التي تتمثل في معادلة القطع المكافئ حيث إن مركزها عند المحور $z=z_0$ حيث استغلت هذه النتيجة للتدوير حول المحور في صناعة الخزف وبعض الأشكال اللازمة مثل المرايا وغيرها ذات القطع المكافئ المطلوب.

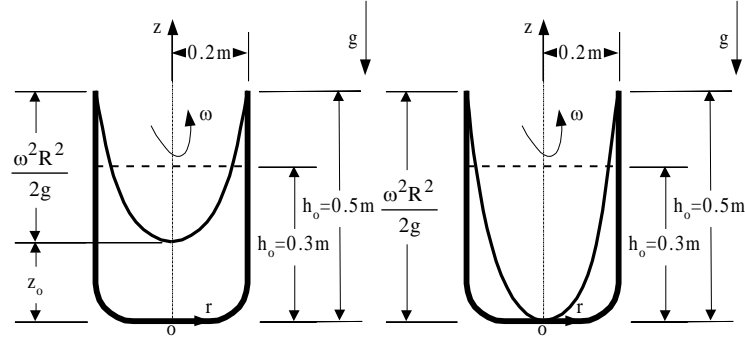
ولربما كان تحديد z_0 غير مناسب لصعوبة معرفته، ولربما من الأنسب استخدام الارتفاع الأصلي للسائل المتمثل في h_0 قبل التدوير. فعلى أساس أن حجم المائع ثابت قبل التدوير وبعده، يمكن الوصول إلى أن معادلة السطح الحر تأخذ الصيغة النهائية المتمثلة في المعادلة:

$$z = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{2g} \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (50.3)$$

وبلاحظ هنا، أن شكل السطح الحر لا يعتمد على نوعية السائل المتمثلة في كثافته.

مثال 15.3

وعاء اسطواني قطره 0.4m وارتفاعه 0.5m يدور حول محوره الرأسي، كما هو موضح بالشكل المقابل. فإذا كان الوعاء في البداية وقبل الدوران، مملوءاً بعمق 0.3m، احسب السرعة الزاوية، ω ، في الحالات؛ (a) بمجرد بداية انسكاب الماء خارج الوعاء، (b) عند بداية انكشاف قاع الوعاء، وفي هذه الحالة، احسب حجم الماء المسكوب خارج الوعاء.



المعطيات: وعاء اسطواني له الأبعاد المبينة على الشكل المقابل. في البداية كان عمق الماء 0.3m. سلطت عجلة دورانية منتظمة على الوعاء وما يحويه.

المطلوب: أوجد ω في حالتين؛ (a) عندما يصل الماء حافة الوعاء العليا، (b) عند بداية انكشاف القاع، واحسب حجم الماء المسكوب عند الوصول لهذه الحالة.

الفرضيات: حركة متماسكة

الحل: من الممكن تتبع كيفية اشتقاق معادلة ميل سطح السائل الحر، كما جاء في البند السابق، وهي تتمثل في العلاقة التالية:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (48.3)$$

وبإجراء التكامل، نصل إلى معادلة السطح الحر التالية:

$$(z - z_0) = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (49.3)$$

(a) بداية انسكاب الماء تبدأ بمجرد وصول الماء إلى الحافة العليا للوعاء، وعلى هذا، فإن إحداثيات نقطة عند حافة الوعاء هي؛ $r=R=0.20m$ و $z=0.50m$ وبالتعويض، نجد أن؛

$$(0.5 - z_o) = \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2(9.81)}$$

أو أن

$$z_o = 0.5 - \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2(9.81)}$$

انطلاقاً من علاقة الحجوم للأسطوانة والقطع المكافئ، يتضح أن السطح الحر في البداية وقبل الدوران ينصف ارتفاع القطع المكافئ. وعليه فإن؛

$$(0.3 - z_o) = \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2 \times 2(9.81)}$$

أو أن

$$z_o = 0.3 - \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2 \times 2(9.81)}$$

بمساواة العلاقتين السابقتين، بالشكل التالي:

$$0.5 - \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2(9.81)} = 0.3 - \frac{\omega^2 (0.2)^2}{2 \times 2(9.81)}$$

فإن؛

$$0.2 = \frac{\omega^2 (0.2)^2}{4(9.81)}$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{4(0.2\text{m})(9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{(0.2\text{m})^2} = 196.2 (\text{rad/s})^2$$

$$\therefore \omega = 14.0 \text{ rad/s}$$

وبذلك فإن جزءاً من السائل سوف ينسكب خارج الوعاء ما دامت السرعة الزاوية أكبر من 14.0 rad/s.

(b) بمجرد البداية في تعرية قاع الإناء عند مركز القاعدة، تصبح $z_o = 0$. وبالتعويض في نفس العلاقة (49.3)، يمكن إيجاد السرعة الزاوية لهذه الحالة على النحو التالي:

$$z = \frac{r^2 \omega^2}{2g}$$

$$\omega^2 = z \frac{2g}{r^2} = 0.5 \text{ m} \frac{2(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{(0.2 \text{ m})^2} = 245.25 (\text{rad/s})^2$$

$$\therefore \omega = 15.66 \text{ rad/s}$$

$$= 15.66 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times \frac{\text{rev}}{2\pi \text{ rad}} = 2.49 \text{ rev/s}$$

والآن، فإن حجم الماء الأصلي قبل البداية في عملية التدوير؛ $V_o = \pi R^2 z_o$ وأن الحجم المتبقي عند بداية كشف قاع الوعاء، $V_f = (1/2)\pi R^2 H$ ، حيث H تعبر عن ارتفاع الوعاء. وبذلك فإن حجم الماء المسكوب يكون؛

$$\begin{aligned} V_o - V_f &= \pi R^2 z_o - \frac{1}{2} \pi R^2 H = \pi R^2 (z_o - \frac{H}{2}) \\ &= \pi (0.2 \text{ m})^2 (0.3 \text{ m} - \frac{0.5 \text{ m}}{2}) = 6.283 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ &= 6.283 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{\text{m}^3} = 6.283 \times 10^3 \text{ cm}^3 \\ &= 6.283 \times 10^3 \text{ cm}^3 \times \frac{\text{litre}}{10^3 \text{ cm}^3} = 6.283 \text{ litres} \end{aligned}$$

وتجدر الإشارة هنا إلى أن تطبيق المفاهيم الواردة قد يشمل أشكال هندسية أخرى غير الأشكال الأسطوانية، كما أن الدوران يمكن أن يكون حول محور اختياري غير المحور التماثلي للشكل، ولكن من البديهي أن تبقى معالجة المسألة أكثر صعوبة لانعدام التماثل في تلك الحالات.

مسائل الباب الثالث

1.3 احسب ضغط المقياس والضغط المطلق للماء عند عمق البحر 5,000m على افتراض أن (a) كثافة ماء البحر ثابتة (b) كثافة الماء متغيرة بتغير الضغط مع العمق. (بالإمكان اعتبار معامل الانضغاطية ثابت).

2.3 ينتقل الماء خلال منظومة مكونة من أنابيب ووصلات وصمامات وغيرها. فإذا كان لزاما هبوط الضغط في موقع معين من هذه المنظومة إلى ضغط تفريغ 50kPa، ما أقصى درجة حرارة مسموح بها للماء؟ (انتبه لعلاقة الضغط ودرجة الحرارة مع طور المادة).

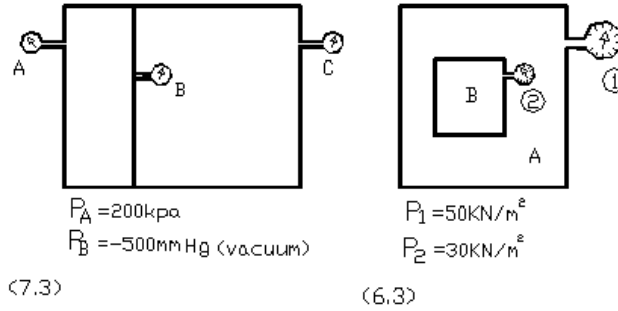
3.3 عادة عند رفع الماء بواسطة المضخات الطاردة المركزية، يحدث أقل ضغط عند مدخل المضخة. فإذا كان تصميم المنظومة مبنيا على أساس درجة حرارة 25°C، ما أكبر ضغط قد تبدأ عنده ظاهرة التكيف؟ لو زادت درجة الحرارة إلى 40°C في هذه المنظومة بطريقة غير متوقعة، هل تعتقد أنه سيكون هناك تدفق للماء؟ اشرح هذه الحالة وناقشها.

4.3 إذا كان ضغط الهواء الجوي يعادل 750mm من الزئبق، وأن درجة الحرارة 20°C، ما الارتفاع المقابل في البارومترات عندما تستخدم السوائل التالية: (a) الماء (b) بنزين (C) جليسرين. (انتبه لدور ضغط بخار كل من السوائل المذكورة).

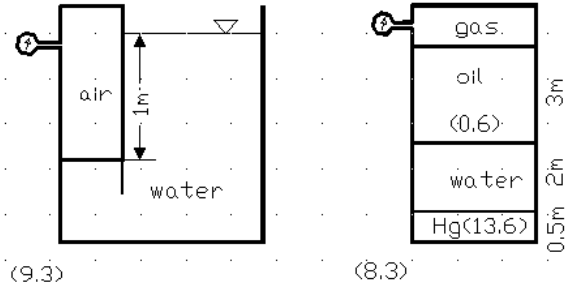
5.3 لثلاثة أيام كانت قراءة البارومتر واحدة وتساوي 740mm من الزئبق، ولكن كانت درجة الحرارة على التوالي 40، 30 و 20°C. ما الضغط الفعلي والمتمثل في أعمدة من الزئبق لكل يوم من الأيام الثلاثة. عين الفرق في الضغط نسبة لليوم الأول بوحدات Pa.

6.3 عين الضغط المطلق للغاز داخل الخزان B. الضغط الجوي يعادل 750mm من الزئبق.

7.3 ما قراءة المقياس C، إذا كان الضغط الجوي 100kPa؟

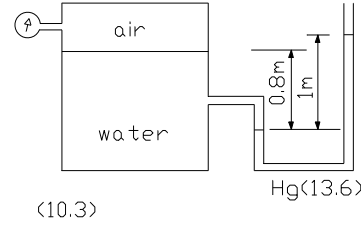
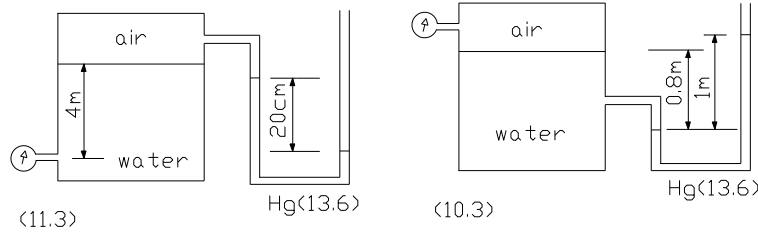


8.3 إذا كان الضغط عند قاع الخزان يعادل 2 ضغطاً جويًا، أوجد القيمة التي يشير إليها مقياس الضغط المثبت في أعلى الخزان.



(9,3)

9.3 ما قراءة مقياس الضغط الموصل بالخزان؟ وما مقدار الضغط المطلق للهواء المحبوس؟



10.3 ما قراءة مقياس الضغط المبين؟

11.3 ما قراءة مقياس الضغط الموضح؟

12.3 بافتراض أن عجلة الجاذبية الأرضية وكثافة الهواء الجوي لا تتغيران مع العلو، احسب ارتفاع طبقة الهواء المحيط بالكرة الأرضية التي تولد ضغطاً مقداره 760mm من الزئبق على سطح البحر. خذ عجلة الجاذبية وكثافة الهواء على أنهما للحالة القياسية عند مستوى سطح البحر.

13.3 تطير طائرة على ارتفاع معين حيث كان الضغط الجوي المقاس عند موقع على خط طيرانها يعادل 47.21kPa وكانت درجة حرارة محيطها (-24°C). على اعتبار أن الظروف على مستوى سطح البحر تقابل حالة الجو القياسية، ما الارتفاع الذي تطير عنده الطائرة؟

14.3 بافتراض أن درجة الحرارة ثابتة، احسب الضغط الجوي عند الارتفاعين 10,000m و 5,000m عندما تكون درجة الحرارة (a) 0°C (b) 20°C (c) -20°C.

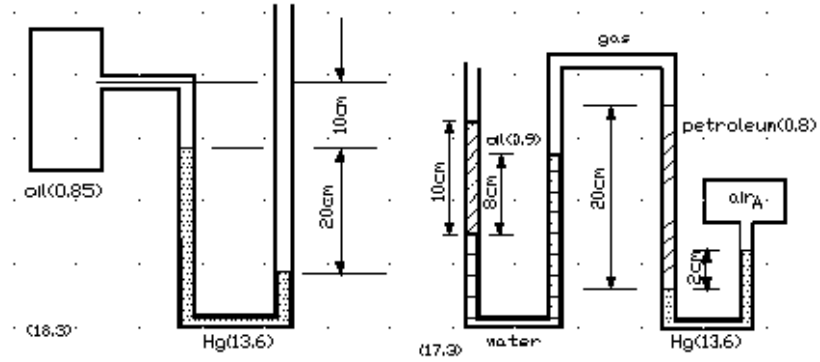
الموانع الساكنة/الهادي الدكام

15.3 على افتراض أن درجة الحرارة تتغير بصورة خطية خلال طبقات الجو حتى ارتفاع 11,000m على نفس نمط الجو القياسي، ما الضغط الجوي عند الارتفاعات: 9000m (b) 3000m (a) ؟

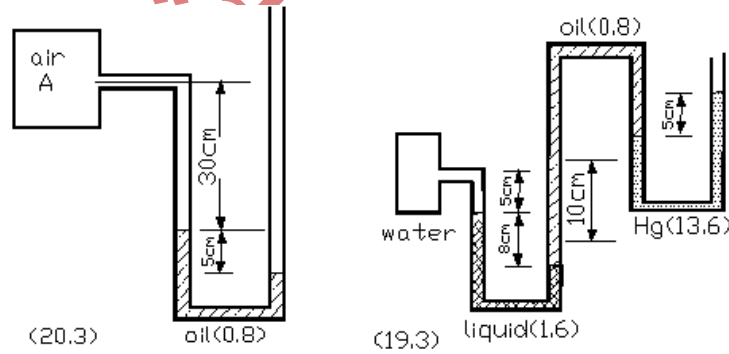
16.3 عين الارتفاع الذي عنده يساوى الضغط 10kPa مطلقاً، علماً بأن درجة الحرارة للحالة الأيزوثرمالية تعادل (-20°C)، ودرجة الحرارة عند مستوى البحر هي 15°C .

17.3 احسب الضغط المطلق لانسياب الغاز عند النقطة A.

18.3 ما الضغط الاستاتيكي للزيت في القناة الميمنة؟



19.3 احسب الضغط الاستاتيكي في أنبوب الماء الميمن.

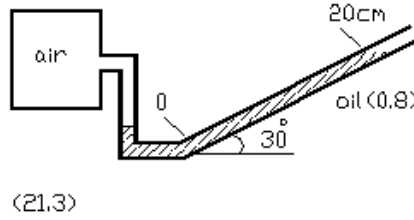
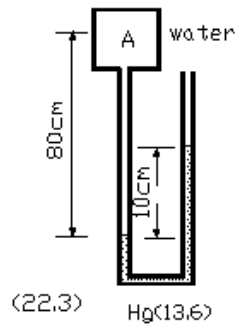


20.3 أوجد ضغط المقياس للهواء المنقول عند النقطة A في القناة الميمنة، في الحالتين: (a) إهمال كثافة الهواء (b) بأخذ كثافة الهواء في الاعتبار، على أن درجة حرارته 30°C . احسب نسبة الخطأ عند إهمال كثافة الهواء.

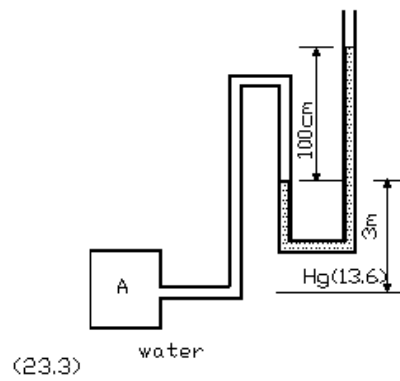
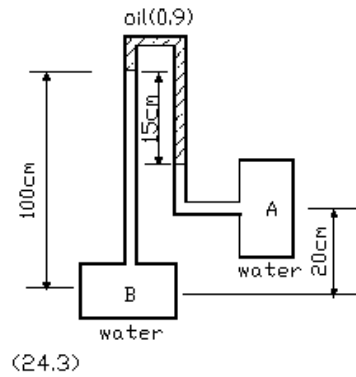
أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

21.3 باستخدام المانومتر المائل، ما ضغط الهواء في الأنبوب؟ لو تضاعف ضغط الهواء، هل تتضاعف قراءة المانومتر؟ هل هذا صحيح دائماً؟

22.3 (a) ما ضغط الماء في الخط عند النقطة A؟ (b) لو هبط الضغط المطلق عند نفس الموضع إلى نصف القيمة، ما قراءة المانومتر الجديدة؟



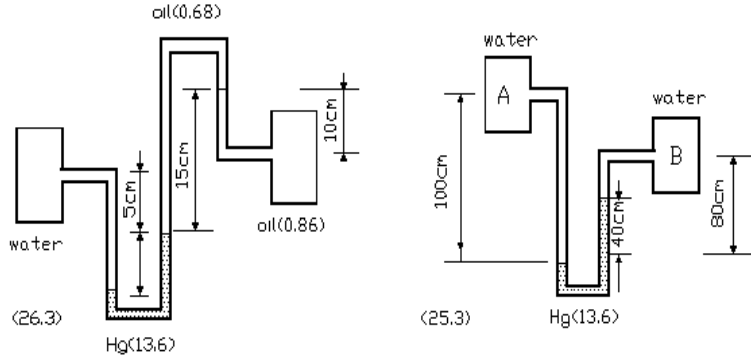
23.3 (a) ما ضغط الماء في الخط عند النقطة A؟ (b) لو تضاعف الضغط المطلق عند نفس الموضع، ما قراءة المانومتر الجديدة؟ درجة الحرارة للمجموعة 30°C .



24.3 أوجد الفرق بين ضغطي المائع في الأنبوبين.

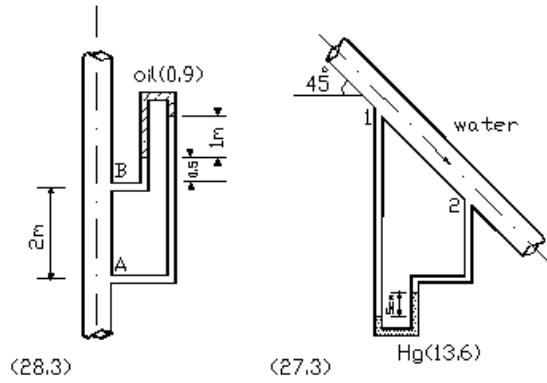
25.3 ما الفرق بين ضغط الخطين عند النقطتين A و B.

الموانع الساكنة/الهادي الدكام



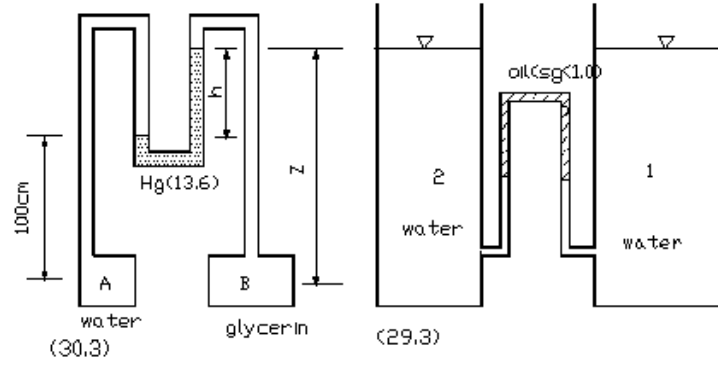
26.3 أوجد فرق الضغط بين ضغطي الماء والزيت.

27.3 ما الفرق الكلي للضغط بين النقطتين 1 و 2 على نفس الخط؟ يتولد الفرق بين ضغطي النقطتين نتيجة الجاذبية ونتيجة الاحتكاك. إذا كانت المسافة الرأسية بين النقطتين هي 0.65m، ما فرق الضغط المتولد من الاحتكاك فقط؟

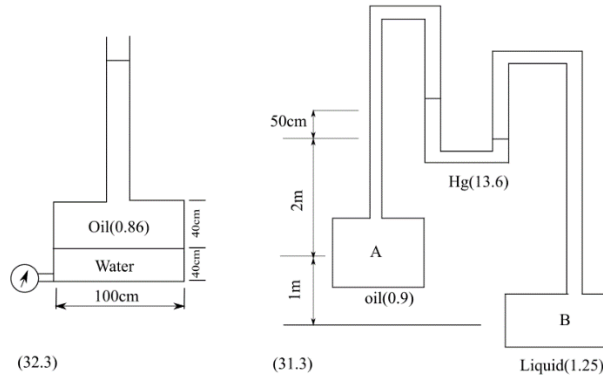


28.3 (a) لماذا كان انحناء المانومتر مقلوبا في هذه الحالة؟ (b) احسب الفرق بين الضغط عند A و B. (c) كيف يمكنك تحديد اتجاه تدفق الماء؟

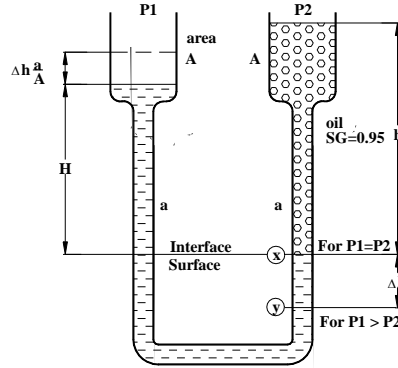
29.3 يستخدم هذا الترتيب لقياس فرق ارتفاع الماء في الخزانين. فإذا كان المستهدف هو أن يكون انحراف زيت المانومتر يعادل عشر مرات انحراف مستوى الماء في الخزانين، تحقيقا للدقة المتوخاة، عين الكثافة النسبية للزيت اللازم لتحقيق تغير الارتفاع بنسبة 1:10. افرض أن مقطع الخزانين كبير نسبة لمقطع المانومتر.



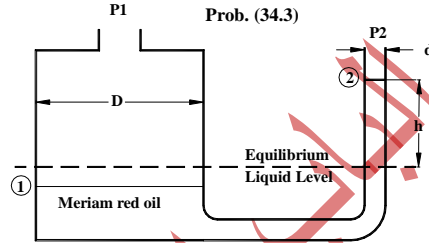
30.3 (a) إذا كان الفرق في الضغط بين A و B هو 12 kPa، ما قراءة المانومتر؟ (b) إذا كانت قراءة المانومتر صفرًا، ما الفرق بين الضغطين؟
31.3 ما مقدار الضغط في الخط الأيمن عند النقطة B، إذا كان الضغط في الخط الأيسر عند النقطة A يساوي 200 kPa.



32.3 خزان أسطواني قطره 1m وعنقه طويل وصغير المقطع، أوجد (a) قراءة مقياس الضغط عند قاع الخزان (b) القوى المؤثرة على قاعه وسقفه. أهمل قوى التوتر السطحي.
33.3 يستخدم مانومتر بحوض في قياس فرق الضغط كما هو مبين. قطر الأنبوب هو $d=10\text{mm}$ وقطر الحوض هو $D=50\text{mm}$. سائل المانومتر هو زيت مريام الأحمر. عين حساسية المانومتر.



Prob. (34.3)



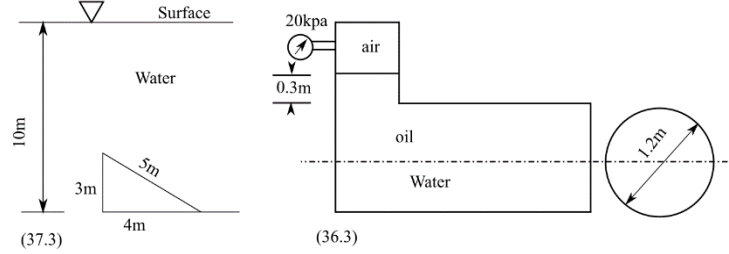
Prob. (33.3)

34.3 تزداد حساسية المانومتر إذا جعلت نهايتي ساق المانومتر متسعة كما هو مبين. هنا وضع الماء النقي في ساق والزييت في الساق الأخرى ($SG_{oil}=0.95$). إذا كانت علاقة مساحتي المقطعين تتمثل في أن $A=100a$ ، فما هو الفرق في الضغط الذي يقابل حركة السطح البيئي 25mm

35.3 يتوفر الهواء المضغوط في منظومة محطة لخدمات السيارات عند ضغط مقياس 500kPa. رافعة للسيارات في المحطة قادرة على رفع سيارات ذات كتلة تبلغ 2500kg. ما قطر المكبس اللازم لتوليد قوة الرفع اللازمة لتحميل السيارة الواحدة؟ عند أي ضغط تبدأ سيارة محملة فوق الرافعة وكتلتها 1000kg في الحركة صعودًا أو هبوطًا؟

36.3 أوجد محصلة القوى الأفقية على الجانب الدائري للخزان. الكثافة النسبية للزييت 0.9.

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

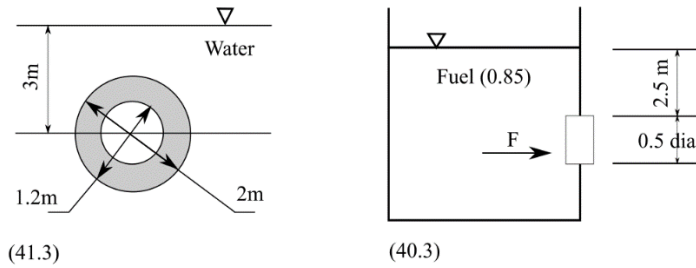


37.3 صفيحة مثلثة الشكل، وضعت بحيث تكون قاعدتها موازية للسطح الحر وتبعد عنه 10m كما هو مبين في الشكل المقابل. أوجد بطريقة التكامل قوة الضغط على أحد جانبيها مع تعيين خط عملها، إذا كانت (a) رأسية (b) أفقية (c) تميل بزاوية 30° على الأفقي.

38.3 أعد حل المسألة السابقة بطريقة رسم مخطط الضغط.

39.3 أعد المسألة (37.3) إذا قلبت الصفيحة وكانت القاعدة هي الأعلى وتوازي السطح الحر وكان رأس المثلث هو الأسفل ويبعد 10m عن السطح الحر للماء.

40.3 خزان للوقود السائل كثافته النسبية تساوي 0.85. به فتحة جانبية مغطاة بصفيحة دائرية قطرها 0.5m. فإذا كان عمق مركز الصفيحة 2.75m، احسب قوة الضغط المؤثرة على الصفيحة ونقطة عملها.



41.3 عين قوة الضغط المسلطة على الصفيحة الهلالية الرأسية المتمثلة في المستوى المظلل المبين.

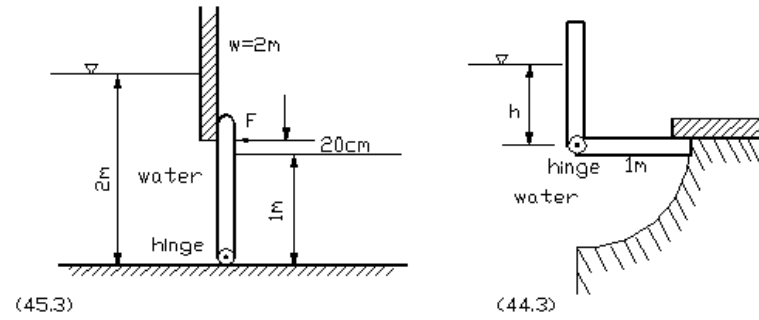
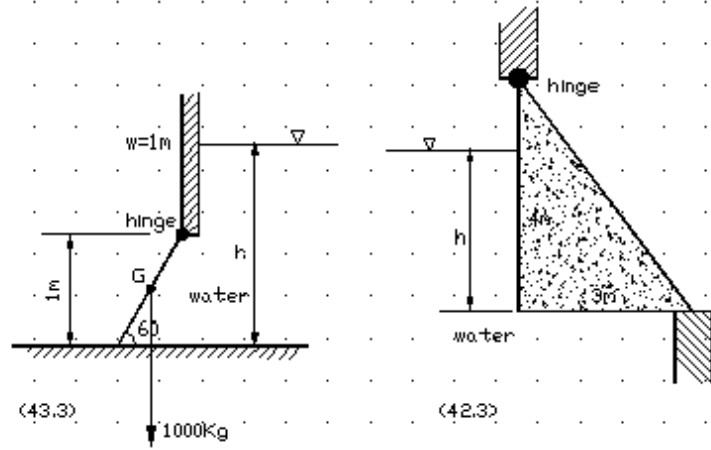
42.3 عين ارتفاع الماء الذي عنده تفتح البوابة الخرسانية ($SG=2.5$).

43.3 إذا كانت كتلة البوابة تبلغ 10,000kg وعرضها 1m، احسب أقل ارتفاع للماء تفتح عنده البوابة.

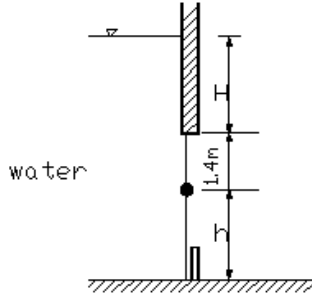
44.3 أوجد ارتفاع الماء عند بداية فتح البوابة ذاتيا. أهمل وزن البوابة.

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

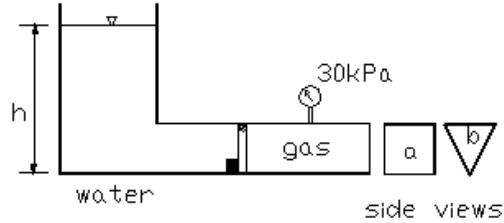
45.3 (a) احسب أقل قوة لازمة F للحفاظ على البوابة في وضعها المقفول. (b) أوجد المركبة الأفقية والرأسية لرد الفعل عند المفصل. افترض أن عرض البوابة يساوي 2m وأهمل وزنها.



46.3 أوجد مقدار ارتفاع الماء اللازم للبدء في فتح البوابة، إذا كانت البوابة مربعة الشكل $1m \times 1m$.



(47.3)

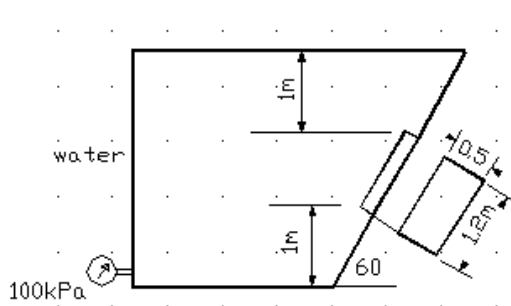


(46.3)

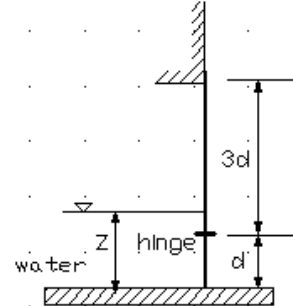
47.3 عند أي ارتفاع للماء لتفتح البوابة، إذا كان بعد المفصل عن القاع 1.2m؟

48.3 للبوابة في المسألة السابقة، عين حدود تشغيل البوابة، إذا كانت المصدة لا تتحمل أكثر من 50kN وأن المفصل ينكسر إذا زادت القوة الأفقية المؤثرة عليه 60kN.

49.3 عين النسبة بين ارتفاع الماء z وارتفاع المفصل d، التي عندها تبدأ البوابة بالفتح تلقائياً. عند هذا الوضع، عين ردود الفعل لكل من المفصل والمصدة.



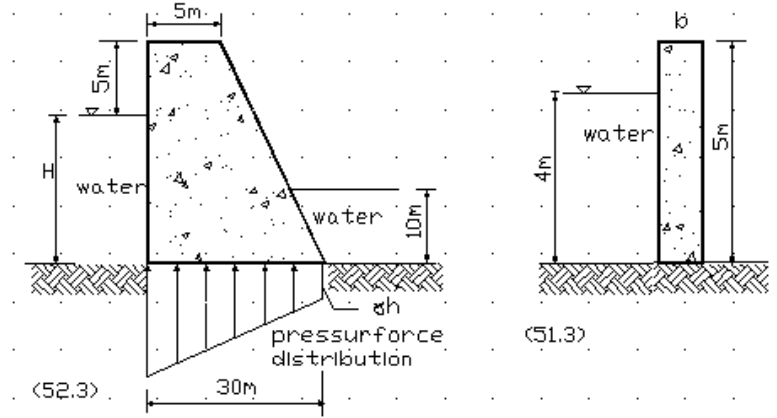
(50.3)



(49.3)

50.3 إذا كان الخزان مغلقاً تماماً، والضغط عند قاعه يعادل 100kPa، عين القوة المسلطة على البوابة المائلة.

51.3 إذا كان الجدار مبنياً من مواد لها كثافة نسبية مقدارها 2.5 ومعامل الاحتكاك بينه وبين السطح الأفقي هو 0.3، (a) ما عرض الجدار اللازم لمنعه من الانزلاق على السطح الأفقي؟ (b) هل هذا العرض كفيلاً بمنعه من الانقلاب؟ (c) ما أقل عرض يكون فيه الجدار آمناً من الانقلاب؟ (أفترض أن الماء لا يتسلل إلى أسفل الجدار).



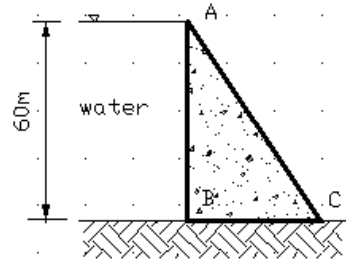
52.3 وضع سد حرساني كثافته النسبية 2.4 بحيث أن وجود الماء على جانبيه ووصوله إلى قاعدته يولد ضغطاً رأسياً على قاعدته مولدًا قوة رفع للسد. اختر مدى قدرة الماء على قلب هذا السد إذا كان عمق الماء في جهة الخزان (a) 40m (b) 60m (c) 80m، وكان توزيع الضغط خطياً كما هو مبين.

53.3 أعد حل المسألة السابقة، إذا كانت جهة السد المائلة في جهة الخزان.

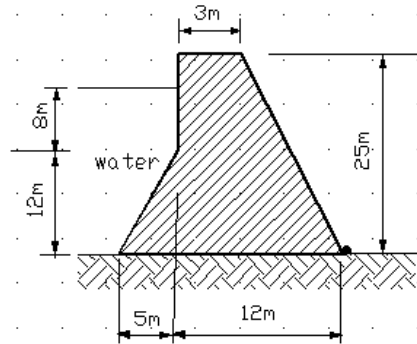
54.3 سد ذو مقطع مثلث من مادة خرسانية لها كثافة نسبية تساوي 2.4. احسب أقل طول للقاعدة BC حتى لا ينقلب السد.

55.3 أعد حل المسألة السابقة مع وضع وجه السد المائل اتجاه خزان الماء. عين أيًا من وضعي السد توصي به ثم قارن بينهما. أعط تبريراتك بالخصوص.

56.3 احسب (a) المقدار والاتجاه وخط العمل لمحصلة القوة الهيدروستاتيكية على وجه السد لكل وحدة عرض (b) عزم هذه القوة حول O (c) لو أن هذا السد جعل كتلة موضوعة دون قواعد تربطها بالأساس الترابي، ما أقل كثافة نسبية مطلوبة؟ ما المادة التي يمكن أن تفترحها؟ أهمل قوى الرفع للماء.



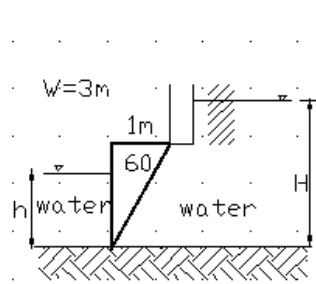
(54.3)



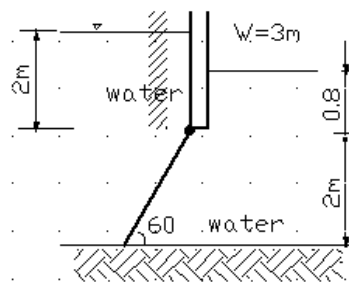
(56.3)

57.3 أعد حل المسألة السابقة مع وضع وجه السد المائل اتجاه خزان الماء. عين أيًا من وضعي السد أفضل هيدروستاتيكيًا ثم قارن بينهما.

58.3 إذا كان عرض البوابة 3m وكتلتها 3000kg، عين مركبتي قوى الضغط على كل من الجانبين (b) هل تعتقد أن البوابة في وضع يسمح لها بالفتح (c) إذا كانت البوابة مقفلة تحت الظروف المعطاة، احسب أدنى مقدار للتغير في ارتفاع الماء على الجانب الأيمن بما يمكن من فتح البوابة ذاتيًا.



(59.3)

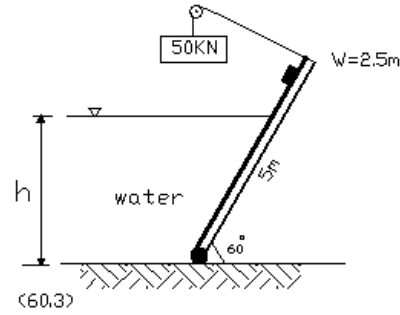
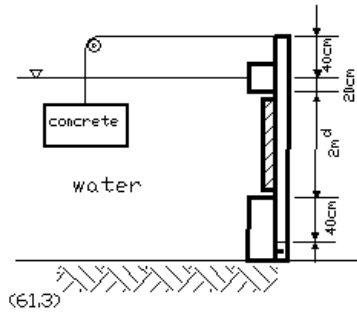


(58.3)

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

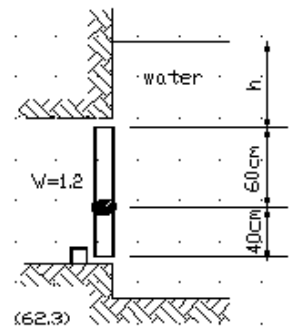
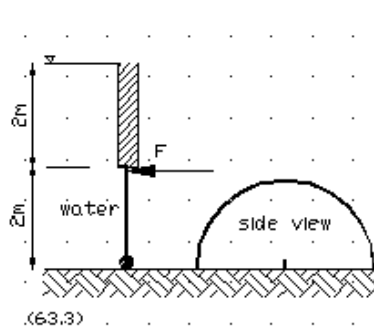
59.3 إذا كانت البوابة مصنوعة من مادة متجانسة كثافتها النسبية 3 وعرضها 3m، أوجد أقل نسبة بين ارتفاعي الماء H/h التي عندها تبدأ البوابة في الفتح.

60.3 إذا كان ثقل البوابة يساوي 2000N وعرضها 2.5m، أوجد مقدار ارتفاع الماء الذي عنده تبدأ البوابة بالحركة إلى أسفل.



61.3 أوجد أدنى حجم للخرسانة ($SG=2.4$) يبقى على البوابة الدائرية مغلقة. (انتبه إلى أن الخرسانة مغمورة في الماء.)

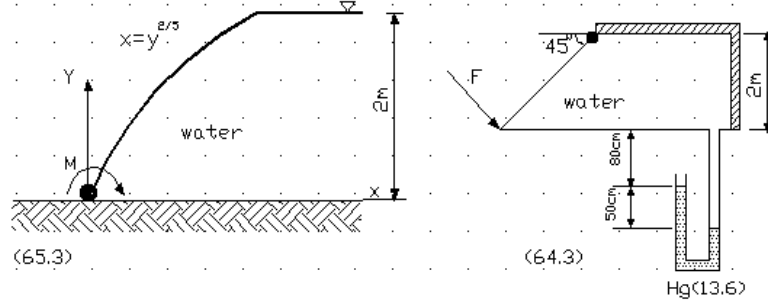
62.3 إذا كانت البوابة مستطيلة بارتفاع 1m وبعرض 1.2m، عين أدنى ارتفاع للماء تفتح عنده البوابة ذاتيًا.



63.3 (a) ما أقل قوة F التي تمسك البوابة نصف الدائرية في موضعها؟ (b) إذا كان أقصى ما يتحمله المفصل هو 100kN، ما العمق المسموح به للماء؟

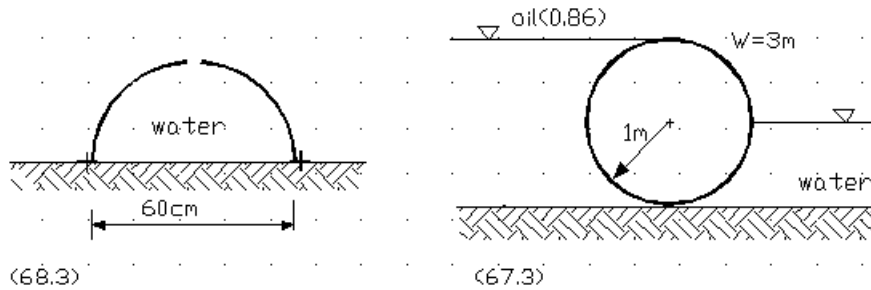
64.3 إذا كان عرض البوابة 2m، أوجد أدنى مقدار للقوة F حتى تبقى البوابة مغلقة.

65.3 (a) احسب أقل عزم M للحفاظ على البوابة في وضعها المقفل. (b) أوجد المركبة الأفقية والرأسية لرد الفعل عند المفصل. اعتبر أن عرض البوابة يساوي 2m وكتلتها 1000kg .



66.3 في البوابة المعطاة في المسألة السابقة، (a) افرض أن الماء كان من الجهة الأخرى، اليسرى، هل يتغير مقدار العزم؟ قارن بين الوضعين (b) لو فرض أن المفصل ينكسر إذا كانت مركبة رد الفعل الأفقية تساوي 50kN ، عين عمق الماء المسموح به.

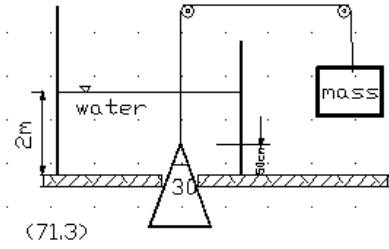
67.3 عين محصلة قوى ضغط الماء والزيت على الاسطوانة التي طولها 3m بطريقة التكامل (b) بطريقة رسم مخطط الضغط.



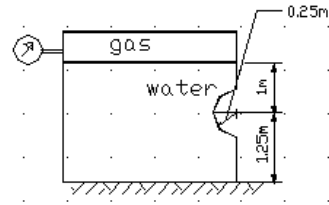
68.3 تبلغ كتلة غلاف معدني على شكل نصف كرة 5kg وقطره 60cm . فإذا كان الغلاف مغموراً بالماء عند درجة حرارة 25°C ، أوجد مقدار القوة اللازمة لتثبيت الغلاف على السطح الأفقي.

69.3 احسب قوتي الضغط الأفقية والرأسية المسلطة على البوابة نصف الكروية في الحالتين: (a) قراءة مقياس الضغط تساوي الصفر (b) القراءة تساوي 60kPa .

الموانع الساكنة/الهادي الدكام



(71.3)



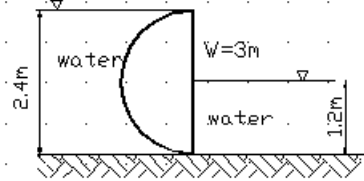
(69.3)

70.3 أعد المسألة السابقة مع تغير عمق الماء إلى 1.25m والاحتفاظ ببقية المعطيات كما هي.

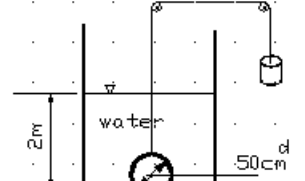
71.3 إذا كانت كتلة البوابة 250kg وقطر فتحة الخزان 0.4m، ما أقل كتلة يجب تعليقها حتى تكون البوابة المخروطية مغلقة؟ لو فرض أن البوابة يجب أن تفتح ذاتياً عندما يصل ارتفاع الماء في الخزان إلى 4m، ما الكتلة اللازم تعليقها؟

72.3 تكمل المسألة السابقة (71.3)، ما مقدار الشد في الحبل اللازم للحفاظ على 4م ماء في الخزان؟

73.3 إذا كان وزن الكرة 2500N وقطرها 50cm وقطر فتحة الخزان 25cm، أوجد أدنى مقدار للشد في الحبل اللازم لبداية تسرب الماء.



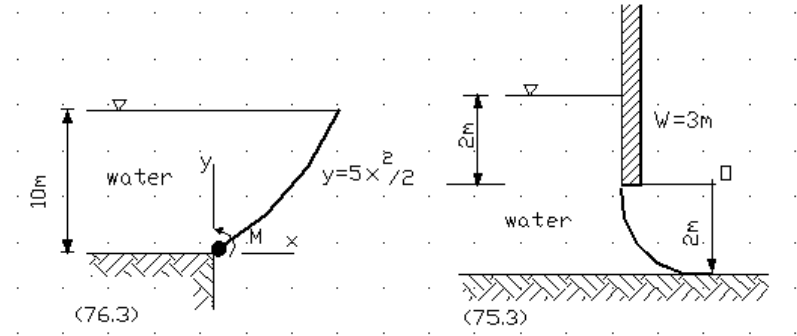
(74.3)



(73.3)

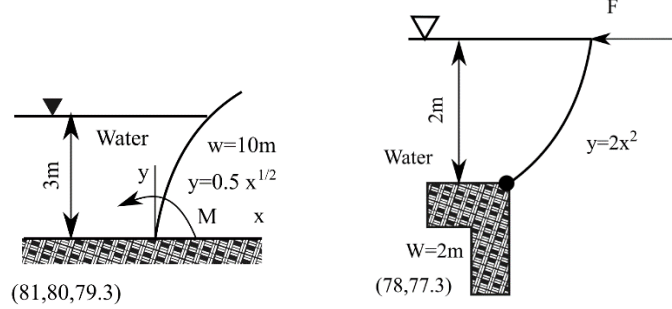
74.3 إذا كان عرض البوابة هو 3m، احسب (a) مقدار مركبتي قوى الضغط: الأفقية والرأسية (b) المحصلة وخط عملها.

75.3 عين مركبتي القوتين الأفقية والرأسية والمؤثرتين على البوابة التي عرضها يساوي 3m.



76.3 لوحدة العرض (a) أوجد مركبتي قوى الضغط؛ الأفقية والرأسية (b) احسب القوة المحصلة وخط عملها (c) احسب العزم اللازم للحفاظ على البوابة في وضعها المعطى.

77.3 احسب أدنى مقدار للقوة اللازمة للحفاظ على البوابة في وضعها، إذا كان عرضها يساوى 2m. عين رد الفعل عند المفصل.



78.3 أعد حل المسألة السابقة، إذا كان الماء في الجهة الأخرى، اليسرى، وقارن بين رد الفعل عند المفصل في الحالتين.

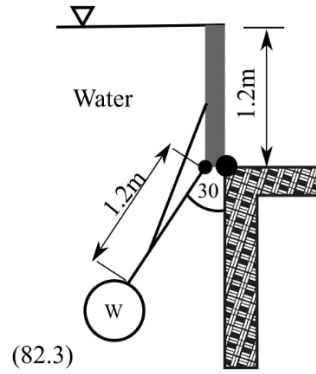
79.3 إذا كان عرض البوابة الخفيفة 10m (a) أوجد مركبتي قوى الضغط؛ الأفقية والرأسية (b) احسب القوة المحصلة وخط عملها (c) أحسب العزم اللازم للحفاظ على البوابة في وضعها المعطى.

80.3 (a) أعد حل المسألة السابقة، بفرض أن الماء كان من الجهة الأخرى، اليمنى. قارن بين الوضعين (b) لو فرض أن المفصل ينكسر إذا كانت مركبة رد الفعل الأفقية تساوى 40kN، عين عمق الماء المسموح به.

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

81.3 إذا كان عرض البوابة 10m (a) أوجد مركبتي قوى الضغط؛ الأفقية والرأسية (b) احسب القوة المحصلة وخط عملها (c) أحسب العزم اللازم للحفاظ على البوابة في وضعها المعطى.

82.3 تبلغ كتلة البوابة 200kg لكل متر من عرض البوابة العمودي على مستوى الصفحة. فإذا كان الثقل مكونا من الخرسانة، ما مقدار الوزن W في حالة الاتزان؟



83.3 إذا كانت كتلة سفينة تبلغ 150,000kg، احسب (a) وزن الماء المزاح وحجمه إذا كانت كثافة الماء تساوي 1025kg/m^3 (b) وزن الماء المزاح وحجمه إذا أضيفت حمولة مقدارها 100,000kg.

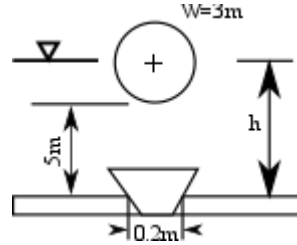
84.3 سفينة لنقل السيارات أبعادها مربعة، عرضها 10m وطولها 100m. إذا شحنت هذه السفينة بعدد 80 سيارة، متوسط كتلة كل منها 1400kg، ما العمق الإضافي الذي تغطس به السفينة في ماء البحر؟

85.3 سفينة لنقل السيارات أبعادها عند سطح الماء تتمثل في عرضها 20m وطولها 50m. شحنت هذه السفينة بعدد 250 سيارة، بحيث كان متوسط كتلة كل منها 2050 kg. ما حجم الماء المزاح الإضافي ومقدار تغير العمق في ماء البحر؟ افترض أن جوانب السفينة رأسية عند سطح الماء وأن كثافة ماء البحر هي 1025 kg/m^3 .

86.3 بارجة حديثة لها أبعاد مربعة، فطولها 400m وعرضها 65m، وكتلتها 230,000 طن متري، و سعتها نصف مليون طن متري من الزيت الخام العربي ذي الكثافة النسبية 0.86. إذا كان أقل عمق مطلوب هو 20m في ماء البحر، (a) عين أقصى عمق للبارجة عندما تكون محملة بكامل حمولتها (b) عند تفريغ حمولتها، تصبح خفيفة نسبياً ولا تحصل على العمق (20m) المطلوب لاتزانها وللمحافظة على رفاستها مغموراً، ومن ثم فهي تأخذ كمية من ماء البحر لتحقيق الغطس الأدنى. عين الجزء من سعة الخزانات الذي يجب أن يعبأ بهذا الماء.

87.3 بارجة حديثة طولها 400m وعرضها 60m، وكتلتها 200,000 طن متري، وسعتها 400,000 طن متري من الزيت الخام العربي كثافته النسبية 0.86. تعمل هذه البارجة بحيث يكون أقل عمق مطلوب هو 18m في ماء البحر للمحافظة على اتزانها وعلى رفاستها مغمورًا. (a) عين أقصى عمق للبارجة عندما تكون محملة بالكامل (b) عين حجم الماء المطلوب لاتزان البارجة.

88.3 اسطوانة فارغة طولها 3m ووزنها 5000N، متصلة بسدادةⁱⁱⁱ دائرية قطرها 0.2m عن طريق عمود صلب طوله 5m، ما عمق الماء اللازم لرفع السدادة، إذا كان نصف قطر الاسطوانة (a) 0.3m؟ (b) 0.45m؟ (c) 0.6m؟



89.3 يستخدم خط أنابيب من الصلب لنقل الغاز الطبيعي قطره الداخلي 1.2m والخارجي 1.25m. يمتد الخط عبر بحيرة بحيث كان مغمورًا بالكامل في الماء بشده إلى قاع البحيرة بربطة كل 3m على امتداده. احسب قوة الطفو لكل متر وقوة الشد على الأنبوب عند كل ربطة واتجاهها. افترض أن كثافة الصلب هي 7900 kg/m^3 .

90.3 وضعت كرتان في الماء متصلتان بحبل قصير. فإذا كان قطر كل منهما 1m ووزنهما 5kN و 10kN، (a) أرسم وضع الكرتين مع بيان حجم الجزء البارز فوق سطح الماء؟ (b) ما مقدار الشد في الحبل؟ (c) إذا قل قطر الكرة الثقيلة إلى النصف، ما مقدار الشد الجديد؟ اشرح ذلك.

91.3 وضعت كرتان في ماء عميق متصلتان بحبل وكان قطر كل منهما 1m ووزنهما 5 kN و 10kN. عين: (a) وزن الماء المزاح لكل كرة (b) مقدار الشد في الحبل (c) وضع الكرتين في الماء مع الرسم.

92.3 كمية من غاز الهليوم تحت الظروف الجوية القياسية، ينتظر أن تعبأ في بالون ذي شكل كروي قطره 15m على سطح البحر بحيث لا يكون هناك إجهاد على سطح البالون. باعتبار الجو القياسي، (a) احسب كتلة غاز الهيدروجين اللازمة لتعبئة البالون (b) ما القوة اللازمة لشد البالون في موضعه عند سطح البحر (c) ما أقصى حمولة لهذا البالون؟ (d) بفرض أن الحمولة تعتبر من ضمن مكونات البالون، احسب مقدار الحمل الذي يستطيع به البالون التحليق على ارتفاع 3,000m.

93.3 درجة حرارة الهواء داخل البيت هي 25°C وخارجه هي 0°C . فإذا كان الضغط الجوي يساوي 90kPa ، احسب كثافة الهواء داخل البيت وخارجه. وعلى افتراض أن الهواء الجوي ساكن دون أي رياح تذكر، هل تعتقد وجود حركة للهواء من داخل البيت إلى خارجه؟ اشرح

94.3 هيدرومتر وزنه 0.10N وقطر ساقه تبلغ 6mm . احسب مقدار الإزاحة على الساق الجهاز عندما تتغير الكثافة النسبية من 1.0 إلى 1.1 ، ومن 1.1 إلى 1.2 .

95.3 هيدرومتر له ساق مدرجة قطرها 6mm ووزنه 0.10N . وضع الهيدرومتر في خزان للكحول كثافته النسبية: $SG_{\text{alc}} = 0.821$ ، وبعد ذلك وضع في زيت كثافته النسبية: $SG_{\text{oil}} = 0.780$. احسب الفرق في عمق الساق فيما بين الحالتين.

96.3 هيدرومتر له ساق قطرها 6mm وطولها 20cm وكتلتها 1.0g . أما قاعدته الكروية فلها قطر 20mm وكتلة 10.0g . ضع التدرج الذي يقابل الكثافات النسبية 0.6 ، 0.8 ، 1.0 و 1.2 على الساق. هل هذا التدرج منتظم المسافات؟ لماذا؟

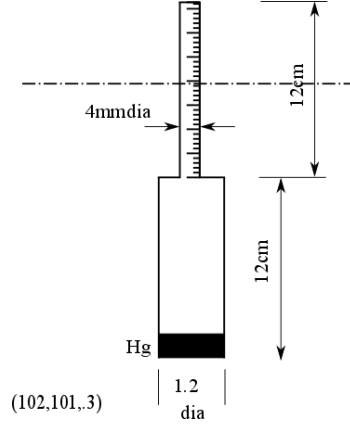
97.3 هيدرومتر له ساق قطرها 6mm وطولها 200mm وكتلتها 1gm ، أما قاعدته كروية قطرها 20mm وكتلتها 10gm . ضع التدرج الذي يقابل الكثافات النسبية التالية: 0.8 ، 1.0 و 1.2 على الساق.

98.3 ما أكبر كثافة نسبية تحقق الوضع المستقر لجهاز الهيدرومتر في المسألة السابقة؟

99.3 وضعت كرتان في ماء عميق متصلتان بحبل قصير وكان قطر كل منهما 1m ووزن إحداهما 10kN والأخرى خفيفة لا وزن لها. عين؛ (a) حجم الماء المزاح من الكرة الخفيفة (b) مقدار الشد في الحبل (c) وضع الكرتين في الماء مع التوضيح الرسم.

100.3 تبلغ كتلة هيدرومتر 10.0g من غير الزئبق. وكان المستهدف أن يكون طافيا إلى منتصف ساقه عند وضعه في الماء النقي. (a) احسب كتلة الزئبق الواجب إضافتها (b) ما أكبر كثافة نسبية يمكن قراءتها؟ (c) ما أصغر كثافة نسبية يمكن قراءتها؟

101.3 تبلغ كتلة هيدرومتر 10 gm من غير الزئبق وكان المستهدف أن يكون طافيا على وشك أن يغمر بالكامل عند وضعه في الماء النقي (بمعنى أن الجهاز سيخصص لقياس الكثافة النسبية التي هي أعلى من 1.0). (a) ما كتلة الزئبق المطلوبة؟ (b) ما أعلى كثافة نسبية يمكن قراءتها؟



102.3 في المسألة السابقة، لو أن المستهدف هو أن يكون الجهاز على وشك أن يغمر بالكامل عند وضعه في الماء النقي. (a) ما كتلة الزئبق المطلوبة؟ (b) ما أعلى كثافة نسبية يمكن قراءتها؟

103.3 بالون كروي قطره 15m مشدود عند سطح البحر معبأً بغاز الهليوم تحت الظروف الجوية القياسية. احسب (a) كتلة غاز الهيدروجين في البالون (b) قوة شد البالون في موضعه عند سطح البحر (c) أقصى حمولة لهذا البالون.

104.3 مكعب من مادة الحديد له كثافة نسبية تساوي 7.85، يطفو عند السطح البيئي بين الماء والزئبق. ما نسبة عمقه في الماء إلى عمقه في الزئبق؟
ج: 0.838

105.3 جسم على شكل مكعب ضلعه 60 mm، يطفو على المستوى البيئي فيما بين الكيروسين والماء بحيث 20 mm من ضلعه مغمورة في الكيروسين و 40 mm مغمورة في الماء. أوجد الكثافة النسبية لمادة الجسم.

106.3 اسطوانة قطرها 30cm مكونة من مادة متجانسة، كثافتها النسبية 0.78. بين ما إذا كانت ستطفو حينما يكون طولها (a) 40cm؟ (b) 30cm؟ (c) 25cm ويكون ومحورها أفقياً؟ (أوجد الارتفاع البيئي، ومنه اختبر استقرارية الجسم).

107.3 مكعب ضلعه a، ومادته لها كثافة نسبية متغيرة من 0 وحتى 1.0. أوجد معادلة الارتفاع البيئي، وعين قيم الكثافة النسبية التي يكون بها مستقراً؟ اعتبر أن المكعب في وضع وجهاه العلوي والسفلي موازيان للسطح الحر للسائل.

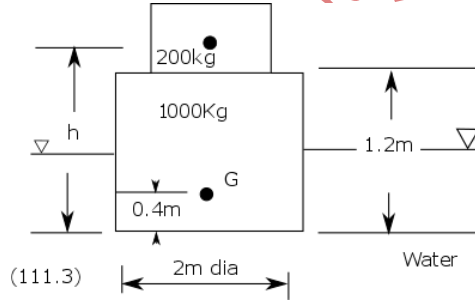
الموانع الساكنة/الهادي الدكام

108.3 بارجة مربعة الأبعاد، عرضها يساوي 10m، وعمقها في الماء 3m. شحنت بحمولة بحيث يقع مركز الثقل الكلي لوزنها والحمولة معا في المستوى المار بخط الماء. هل هذه البارجة مستقرة؟

109.3 سفينة على شكل متوازي مستطيلات طولها 50m وعرضها 12m، وكتلتها 500,000kg. فإذا كان مركز ثقلها يقع على ارتفاع 0.4m أعلى خط الماء وفي المستوى الرأسي المار بالمحور الطولي للسفينة، (a) احسب الارتفاع البيتي (b) العزم المتولد من حركة زاوية قدرها 8° (c) ما طبيعة هذا العزم؟ وما علاقته باستقرارية السفينة؟

110.3 أعد حل المسألة السابقة، إذا كان مركز ثقلها يقع أسفل مستوى خط الماء بمسافة 0.4m.

111.3 يطفو جسم أسطواني قطره 2m رأسيا على سطح ماء البحر وكتلته 1000kg ومركز ثقله يبعد 0.4m عن قاعدته. (a) أثبت أن الجسم في حالة توازن مستقر (b) إذا وضعت كتلة مقدارها 200kg فوق الجسم الأصلي، ما أكبر بعد لمركز ثقل الكتلة عن قاعدته h، بحيث يبقى الجسم على وضعه المستقر؟

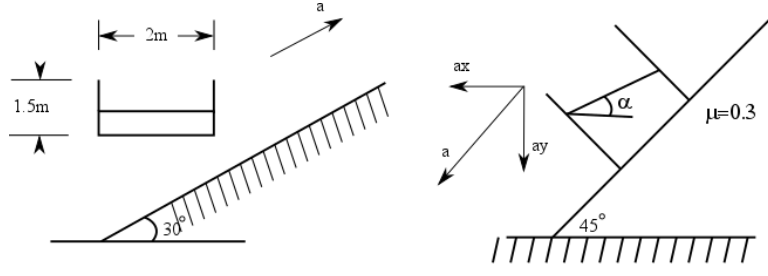


112.3 خزان أسطواني خفيف، قطره 50cm وارتفاعه 1m، يحتوي على زيت كثافته النسبية 0.85. عند وضعه في الماء (a) ارسم العلاقة بين ارتفاع الزيت داخل الخزان وعمق الخزان في الماء، مادام الخزان طافيا (b) بين مدى استقرارية الخزان وعلاقتها بارتفاع الزيت.

113.3 خزان مكعب الشكل ضلعه 1m معبأ بالماء حتى نصفه. ينزلق هذا الخزان إلى أسفل على مستوى مائل بزاوية 45° على الأفقي مع معامل احتكاك 0.3. (a) ما الزاوية التي يصنعها سطح الماء في الخزان مع الأفقي؟ (b) أوجد علاقة لمقدار الضغط عند قاع الخزان.

أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

114.3 إذا تحرك الخزان في المسألة السابقة بنفس العجلة ولكن إلى أعلى؛ (a) ما ميل السطح الحر للماء؟ (b) ما مقدار الماء المنسكب خارج الخزان؟ (c) ما النقطة التي عندها يكون الضغط أكبر ما يمكن؟ (d) ما مقدار أكبر ضغط؟

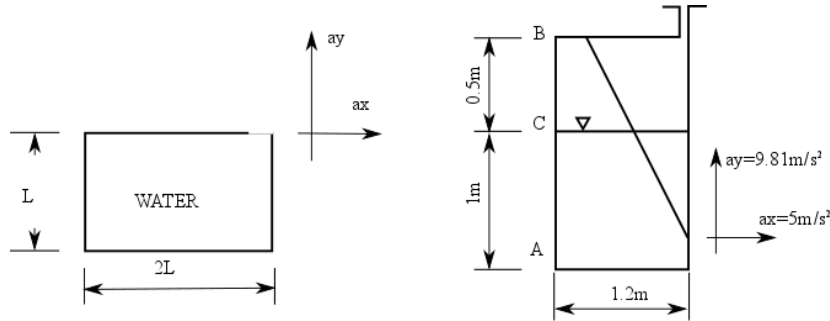


(115.3)

(114, 113.3)

115.3 إذا كان الخزان له عرض يساوي 1m، وارتفاع الماء الابتدائي هو 0.6m، (a) احسب ميل السطح الحر للماء عندما يتحرك بعجلة مقدارها 5m/s^2 (b) بين أقصى عجلة يمكن أن يتحرك بها الخزان دون أن ينسكب الماء خارجه (c) أوجد علاقة للضغط عند القاع (d) احسب القوة الناتجة من هذا الضغط على القاع.

116.3 للخزان المتحرك والمبين أوجد الضغط عند النقاط الثلاثة: A، B و C.



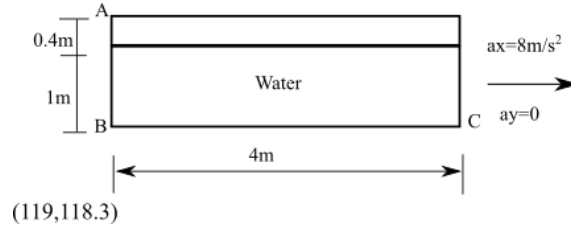
(117.8)

(116.3)

117.3 ما أقصى ضغط في الخزان؟ وأين يكون؟ إذا كان: (a) $a_y=0$ و $a_x=10\text{m/s}^2$ (b) $a_y=10\text{m/s}^2$ و $a_x=0$ (c) $a_y=10\text{m/s}^2$ و $a_x=10\text{m/s}^2$.

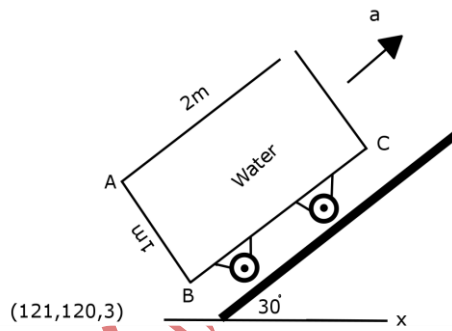
118.3 احسب الضغوط عند النقاط A، B و C، إذا كانت الحركة إلى اليمين بعجلة $a_x=8\text{m/s}^2$.

الموانع الساكنة/الهادي الدكام



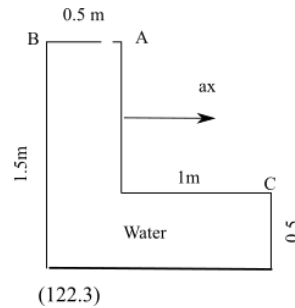
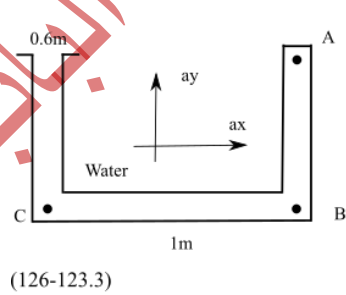
119.3 إذا كان الضغط عند النقطة B يساوي 50kPa، أوجد مركبة العجلة الأفقية a_x عندما تساوي المركبة الرأسية a_y (a) 0 (b) 10m/s^2 .

120.3 أوجد الضغوط عند النقاط A، B، وC، إذا كان الخزان مملوءاً بالكامل وكانت $a = 20\text{m/s}^2$.



121.3 في المسألة السابقة (111.3)، إذا كان عرض الخزان 1m، احسب القوة المؤثرة على (a) قاع الخزان (b) الجانب الأيسر للخزان (c) سقف الخزان.

122.3 أوجد مقدار العجلة الخطية الأفقية، إذا كان الضغط عند النقطة C يساوي (a) الضغط الجوي (b) الضغط عند النقطة B. علماً بأن الضغط الجوي 100kPa.



أساسيات ميكانيكا الموائع/الهادي الدكام

123.3 احسب الضغوط عند النقاط A، B و C، إذا كان: (a) $a_x=10\text{m/s}^2$ و $a_y=0$ (b) $a_x=0$ و $a_y=10\text{m/s}^2$ (c) $a_x=10\text{m/s}^2$ و $a_y=10\text{m/s}^2$ (d) $a_x=-10\text{m/s}^2$ و $a_y=10\text{m/s}^2$.

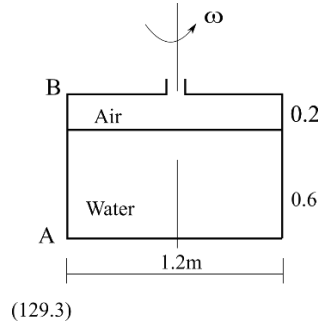
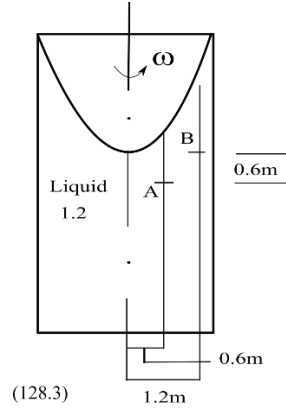
124.3 خزان أسطواني مملوء حتى منتصفه بالماء. عين السرعة الزاوية الثابتة للخزان في الحالات؛ (a) إذا وصل الماء إلى الحافة العليا للخزان (b) بعد أن انسكب نصف مقدار الماء الابتدائي (c) بمجرد وصول ارتفاع الماء عند المحور صفراً.

125.3 في المسألة السابق (114.3)، أوجد الضغوط عند نفس النقاط عندما تكون السرعة الزاوية 20rpm حول (a) محور الساق اليسرى (b) محور الساق اليمى.

126.3 في المسألة (114.3)، احسب السرعة الزاوية عندما يكون الدوران حول منتصف الساق الأفقية بحيث يكون الضغط عند نقطة المركز مساوياً للصفير.

127.3 في المسألة (114.3)، عندما يكون الدوران حول محور الساق اليمى المقفلة، عند أي سرعة زاوية يبدأ الماء في التبخر؟ أين يقع هذا؟ مع افتراض أن الماء عند 55°C وأن الضغط الجوي 100kPa.

128.3 (a) احسب السرعة الزاوية للماء، إذا كان الضغط عند النقطة A يساوى الضغط عند النقطة B (b) إذا أخذت السرعة الزاوية القيمة 20rpm، ما الضغط عند كل من النقطتين A و B.



129.3 إذا تغيرت السرعة الزاوية من 5rad/s إلى 20rad/s، بحيث تتحقق عند كل منهما حالة الحركة المتماثلة، احسب التغير في (a) الضغط عند النقطة A (b) الضغط عند النقطة B (c) القوة على قاع الاسطوانة.

130.3 خزان على هيئة اسطوانة مغلقة قطرها 2m وارتفاعها 1m، مملوءة حتى عمق 0.5m بسائل له كثافة نسبية قدرها 0.9. إذا كان الخزان يدور حول محوره الرأسي،

الموانع الساكنة/الهادي الدكام

أوجد (a) السرعة الزاوية عندما يوشك قاع الخزان على البداية في الانكشاف (b) السرعة الزاوية عندما تنكشف مساحة من القاع قطرها 0.8m (c) الضغط عند محيط قاعدة الخزان في الحالتين السابقتين، إذا كان ضغط الفراغ فوق سطح السائل يساوي 200kPa.

ⁱ Meriam red oil
ⁱⁱ Propeller
ⁱⁱⁱ Plug