

## الوحدة الثانية قوانين نيوتن للحركة

### كمية الحركة

١ - ٢

#### الكتلة (ك):

كتلة الجسم هى كمية قياسية موجبة تتناسب طرديا مع وزن الجسم أو بتعريف آخر هى مقدار ما يحتوية الجسم من مادة وتخضع الكتلة لخاصية الجمع وهى أن كتلة أى جسم تساوى مجموع الأجزاء المكونه له وتقاس الكتلة بوحدات الجرام والكيلوجرام والطن وكذلك المليجرام.

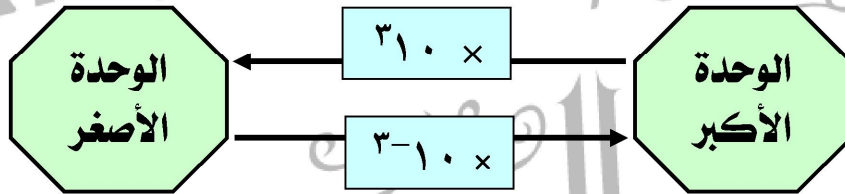
#### العلاقة بين الوحدات:

$$\text{الطن} = ١٠٠٠ \text{ كجم} = ٣١٠ \text{ كجم} \quad , \quad \text{الكيلوجرام} = \frac{١}{١٠٠٠} \text{ طن} = ٣-١٠ \text{ طن}$$

$$\text{كجم} = ١٠٠٠ \text{ جم} = ٣١٠ \text{ جم} \quad , \quad \text{جرام} = \frac{١}{١٠٠٠} \text{ كجم} = ٣-١٠ \text{ كجم}$$

$$\text{جرام} = ١٠٠٠ \text{ مليجرام} = ٣١٠ \text{ مليجرام} \quad , \quad \text{مليجرام} = \frac{١}{١٠٠٠} \text{ جرام} = ٣-١٠ \text{ جرام}$$

أى أن:



#### الكتلة المتغيرة:

هناك بعض الأجسام التى قد تتغير كتلة كل منها من لحظة لأخرى فمثلا:

- (١) عند إطلاق صاروخ فإن كتلة الصاروخ تتناقص من لحظة لأخرى نتيجة لإحتراق الوقود وخروجه.
- (٢) عند سقوط المطر فإن كتلة قطرات المطر تتزايد نتيجة لتراكم بعض المعالقات الجوية على سطحها وفى مثل هذه الحالات وغيرها فإن:

$$\text{الكتلة المكتسبة أو المفقودة} = \text{معدل الإكتساب أو الفقد} \times \text{الزمن}$$

#### مثال:

ينطلق صاروخ كتلته ٣ طن وكان ينفث الوقود بمعدل ثابت يساوى ١٠٠ كجم فى الثانية. فإذا كانت كتلة الصاروخ الفارغ من الوقود هى ١ طن ، أوجد متى يفرغ الصاروخ من الوقود.

**الحل:**

∴ كتلة الصاروخ بالوقود = ٣ طن ، كتلة الصاروخ الفارغ = ١ طن  
 ، معدل خروج الوقود = ١٠٠ كجم/ث ∴ كتلة الوقود = ٣ - ١ = ٢ طن = ٢٠٠٠ كجم  
 ∴ الزمن اللازم حتى يفرغ الوقود = ١٠٠ ÷ ٢٠٠٠ = ٢٠ ثانية

**مثال:**

تتحرك كرة كتلتها ١ كجم فى هواء محمل بالغبار وكان معدل تراكم الغبار على سطحها يساوى ٢٠ جم لكل دقيقة . بعد كم من الوقت تصبح كتلة الكرة المحملة بالغبار ١,٥ كجم؟

**الحل:**

∴ كتلة الكرة والغبار = ١,٥ كجم ، كتلة الكرة = ١ كجم  
 ، معدل تراكم الغبار = ٢٠ جم/دقيقة ∴ كتلة الغبار = ١,٥ - ١ = ٠,٥ كجم = ٥٠٠ جم  
 ∴ الزمن اللازم حتى تصبح كتلة الكرة ١,٥ كجم = ٢٠ ÷ ٥٠٠ = ٢٥ دقيقة

**كمية الحركة:**

كمية حركة جسم متحرك هى كمية متجهة لها نفس اتجاه سرعة هذا الجسم ومقدارها عند لحظة يقدر بحاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى سرعته عند هذه اللحظة ويرمز لمتجه كمية الحركة بالرمز  $\vec{m}$  :

$$\vec{m} = \vec{m} \vec{v}$$

وفى حالة الحركة فى خط مستقيم فإن كلامن  $\vec{m}$  ،  $\vec{v}$  يكون موازيا لاتجاه الحركة وبالتالي فإنه يمكن إهمال الإتجاه والإكتفاء بالقياسات الجبرية فتصبح العلاقة السابقة على الصورة

$$m = m v$$

**وحدات قياس كمية الحركة:**

وحدة قياس كمية الحركة = وحدة قياس الكتلة × وحدة قياس مقدار السرعة

أي: جم.سم / ث أو كجم.م / ث أو كجم.كم / س

وفى النظام الدولى للوحدات تقاس كمية الحركة بوحدة كجم.م / ث

**ملاحظة:**

عند ثبوت الكتلة يتناسب  $\vec{m}$  مع  $\vec{v}$  وتكون العلاقة بينهما علاقة خطية لذلك تسمى كمية الحركة فى هذه الحالة بكمية الحركة الخطية.

**مثال:**

- ١ احسب كمية حركة قطار كتلته ٤٠ طنا يتحرك فى اتجاه الشمال بسرعة ثابتة قدرها ٧٢ كم/س.  
٢ احسب كمية حركة سيارة كتلتها ٨٠٠ كجم تتحرك فى اتجاه الجنوب الغربى بسرعة ثابتة قدرها ١٢٦ كم/س.

**الحل:**

١ ل = ٤٠ طن = ٤٠ × ١٠٠٠ كجم ، ع = ٧٢ كم/س =  $\frac{٥}{١٨} \times ٧٢ = ٢٠$  م/ث

∴ م = ل × ع = ٤٠ × ١٠ × ٨ = ٢٠ × ٤٠ × ٨ = ٦٤٠٠ كجم م/ث

∴ كمية حركة القطار = ٨ × ١٠ كجم م/ث فى اتجاه الشمال.

٢ ل = ٨٠٠ كجم ، ع = ١٢٦ كم/س =  $\frac{٥}{١٨} \times ١٢٦ = ٣٥$  م/ث

∴ م = ل × ع = ٨٠٠ × ٣٥ = ٢٨٠٠٠ كجم م/ث

∴ كمية حركة السيارة = ٢٨٠٠٠ كجم م/ث فى اتجاه الجنوب الغربى.

**مثال:**

سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت ف = ٣ ن - ٢ ن حيث ف مقاسة بالمتر اوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث من بداية الحركة.

**الحل:**

∴ ف = ٣ ن - ٢ ن ∴ ع =  $\frac{df}{dn} = ٣ - ٢ = ١$  م/ث

عند ن = ٤ ∴ ع = ٣ × ٤ - ٢ × ٤ = ٤ م/ث

∴ م = ل × ع = ١٢٠٠ × (٣ - ٢) = ١٢٠٠ كجم م/ث

∴ كمية حركة السيارة = ١٢٠٠ كجم م/ث فى عكس اتجاه بداية الحركة.

**التغير فى كمية الحركة:**

إذا كان  $\vec{v}_1$  ،  $\vec{v}_2$  هما متجهى سرعة جسم عند لحظتين زمنيتين متتاليتين  $t_1$  ،  $t_2$  فإن التغير فى كمية حركة الجسم يتحدد بالعلاقة:

حيث ل كتلة الجسم ،  $\Delta \vec{v}$  التغير فى سرعته  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

∴ التغير فى كمية حركة الجسم  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

واذا كانت  $\vec{v}$  (ن) هي عجلة الجسم المتحرك فإن:

$$\Delta m = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} dt$$

### مثال:

حجر كتلته ٨٠٠ جم يسقط من السكون لمدة ثانيتين ثم يصطدم بسطح بركة، ويغوص في الماء بسرعة منتظمة فيقطع ١٢ متراً في ٣ ثوان، أوجد التغير في كمية حركة الحجر نتيجة لتصادمه بسطح الماء.

### الحل:

نفرض  $\vec{v}$  متجه وحدة في اتجاه الحركة رأسياً لأسفل  
دراسة حركة الحجر أثناء السقوط:

$$v = 0, s = 9,8 \text{ م/ث}^2, t = 2 \text{ ث}$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 9,8 \times 2 = 19,6 \text{ م/ث}$$

دراسة حركة الحجر داخل الماء:

$$v = \frac{h}{m} \Rightarrow \frac{12}{3} = v \Rightarrow v = 4 \text{ م/ث}$$

$$v_1 = 19,6 \text{ م/ث}, v_2 = 4 \text{ م/ث}$$

$$\Delta m = (v_1 - v_2) \cdot m = (19,6 - 4) \cdot \frac{800}{1000} = 12,48 \text{ م/ث}$$

### مثال:

سيارة كتلتها ١,٥ طن تتحرك في خط مستقيم بحيث كانت ج (ن) تعطى بالعلاقة  $v = 2t - 1$  حيث ج مقيسة بوحدته م/ث<sup>٢</sup>، الزمن ن مقيس بالثانية أوجد:

(أ) التغير في كمية حركة السيارة خلال الثواني الست الأولى.

(ب) التغير في كمية حركة السيارة خلال الفترة الزمنية [٢، ٤].

### الحل:

$$\Delta m = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} dt \Rightarrow \Delta m = \int_{2}^{4} (2t - 1) dt = 10 \text{ م/ث}$$

$$\textcircled{أ} \therefore \Delta m = 1,5 \left[ (20 - 11) \frac{1}{3} \right] \times 1,5 = 1,5 \left[ \frac{1}{3} - \frac{2}{6} \right] \times 1,5 = 1,5 \left[ \frac{2}{6} - \frac{2}{6} \right] \times 1,5 = 0 \text{ طن م/ث}$$

$$= (36 \times \frac{1}{3} - 26 \times 6) \times 1,5 = 216 \text{ طن م/ث}$$

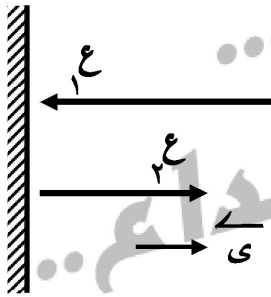
$$\textcircled{ب} \therefore \Delta m = 1,5 \left[ (20 - 11) \frac{1}{2} \right] \times 1,5 = 1,5 \left[ \frac{1}{2} - \frac{2}{4} \right] \times 1,5 = 1,5 \left[ \frac{2}{4} - \frac{2}{4} \right] \times 1,5 = 0 \text{ طن م/ث}$$

$$= \left[ (32 \times \frac{1}{2} - 22 \times 6) - (14 \times \frac{1}{2} - 14 \times 6) \right] \times 1,5 = 360 \text{ طن م/ث}$$

### مثال:

جسم من المطاط كتلته ١٠٠ جم يتحرك أفقياً بسرعة ١٢٠ سم/ث عندما اصطدم بحائط راسى وارتد فى اتجاه عمودى على الحائط بعد أن فقد ثلثى مقدار سرعته احسب التغير فى كمية حركة الجسم نتيجة للتصادم.

### الحل:



$$\text{مقدار السرعة المفقودة} = \frac{2}{3} \times 120 = 80 \text{ سم/ث}$$

$$\therefore \text{مقدار سرعة الارتداد} = 120 - 80 = 40 \text{ سم/ث}$$

نعتبر  $\vec{u}$  وحدة متجهات فى اتجاه سرعة الارتداد

$$\therefore \vec{u} = -120 \text{ سم/ث} \quad \therefore \vec{u} = 40 \text{ سم/ث}$$

$$\therefore \text{التغير فى كمية الحركة} \Delta m = (40 - 120) \times 100 = -8000 \text{ سم/ث}$$

$$= (40 + 120) \times 100 = 16000 \text{ سم/ث}$$

$$\text{مقدار التغير فى كمية الحركة} = 16000 \text{ سم/ث}$$

### مثال:

جسم متحرك فى خط مستقيم كتلته عند أى زمن  $n$  بالثانية تساوى  $\frac{1}{5}(n+5)$  كجم وكانت إزاحته

عند أى زمن  $n$  تعطى بالصورة  $\vec{f} = \frac{1}{5}(n^2 - 2n + 3)$  حيث  $\vec{u}$  متجه وحدة فى اتجاه حركة

الجسم ، ومعيار  $\vec{f}$  يعطى بالمترا أوجد:

أ) كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية  $n$ .

ب) التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية  $[2, 5]$ .

**الحل:**

٢) كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية ن.

$$\overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{3 + 4n - 2n}{1} = 3 + 2n \quad \therefore \overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{4 - 5n}{1} = 4 - 5n$$

$$\overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{2 - n}{1} = 2 - n \quad \therefore \overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{5 + n}{1} = 5 + n$$

$$\overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{2 - n}{1} = 2 - n \quad \therefore \overline{v} = \frac{v}{t} = \frac{5 + n}{1} = 5 + n$$

ب) التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية [٢، ٥]  $\Delta m = m(٥) - m(٢)$

$$\Delta m = \frac{1}{g} (١٠ - ٥ \times ٣ + ٢) - \frac{1}{g} (١٠ - ٢ \times ٣ + ٢) = ٦ \text{ كجم/م/ث}$$

**مثال:**

تركت كرة من المطاط كتلتها ١٠٠ جم لتسقط من ارتفاع ٤٠ سم على أرض أفقية فإذا علم أن الكرة ترتد بعد كل صدمة الى ربع الأرتفاع الذى تسقط منه. احسب مقدار التغير فى كمية حركتها نتيجة الصدمة الثانية مقدرا بوحدات جم . سم/ث.

**الحل:**

الكرة بعد الصدمة الأولى ترتد الى ارتفاع  $10 = \frac{1}{4} \times 40 = 10$  سم ثم تسقط للصدمة الثانية

عند الصدمة الثانية تسقط الكرة من ارتفاع ١٠ سم وترتد الى ارتفاع  $2.5 = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5$  سم

حساب سرعة الإصطدام  $v$  (سقوط من ارتفاع ١٠ سم)

$$v = 0, \quad f = 10 \text{ سم}, \quad s = 980 \text{ سم/ث}^2$$

$$2v = 2 \times 0 = 0$$

$$2v = 2 \times 0 = 0 \leftarrow 10 \times 980 \times 2 + 0 = 140 \text{ سم/ث}$$

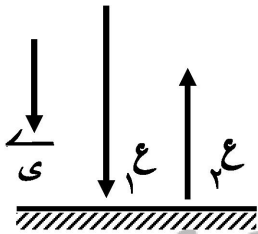
حساب سرعة الارتداد  $v$  (ارتداد الى ارتفاع ٢,٥ سم)

$$v = 0, \quad f = 2.5 \text{ سم}, \quad s = 980 \text{ سم/ث}^2$$

$$2v = 2 \times 0 = 0$$

$$2v = 2 \times 0 = 0 \leftarrow 2.5 \times 980 \times 2 - 0 = 70 \text{ سم/ث}$$

نعتبر  $\overline{v}$  متجه وحدة فى اتجاه سرعة الارتداد



$$\vec{v}_1 = 70 \text{ م/ث} , \quad \vec{v}_2 = 140 \text{ م/ث}$$

∴ التغير فى كمية الحركة  $\Delta m = k(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

$$\vec{v}_2 = 21000 = (140 + 70) \times 1000 =$$

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة = 21000 جم . سم / ث

### مثال:

يتحرك جسم كتلته 4 كجم فى مستو وكان متجه موضعه  $\vec{r}$  كدالة فى الزمن يتحدد بالعلاقة:

$$\vec{r} = (4 + 3t)\vec{s} + (2t - 8)\vec{v} \text{ م حيث } \vec{s}, \vec{v} \text{ متجهى وحدة فى اتجاه محورى السينات والصادات. أوجد متجه كمية حركة الجسم ومقداره عند } t = 2 \text{ ث}$$

### الحل:

$$\vec{r} = (4 + 3t)\vec{s} + (2t - 8)\vec{v} \quad \therefore$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{s} + 2\vec{v} \text{ وعندما } t = 2$$

$$\vec{v} = 3\vec{s} + 4\vec{v} = \|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ م/ث}$$

$$\vec{m} = k\vec{v} = 4(3\vec{s} + 4\vec{v}) \quad \therefore \vec{m} = 12\vec{s} + 16\vec{v}$$

∴ مقدار كمية الحركة =  $5 \times 4 = 20$  كجم . م/ث

$$\text{أو مقدار كمية الحركة} = \|\vec{m}\| = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ كجم . م/ث}$$

### مثال:

أطلق مدفع مضاد للدبابات قذيفة كتلتها 4 كجم بسرعة 720 كم / ساعة فى اتجاه دبابة تتحرك بسرعة 54 كم / ساعة، أوجد مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة عندما:

أولاً: الدبابة متحركة فى اتجاه المدفع  
ثانياً: الدبابة متحركة أمام المدفع

### الحل:

$$\text{نفرض أن سرعة القذيفة} = \vec{v} = 720 \times \frac{5}{18} = 200 \text{ متر / ث}$$

$$\text{وأن سرعة الدبابة} = \vec{v}_d = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ متر / ث}$$

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة =  $\vec{u}_B$

أولاً: الدبابة متحركة فى إتجاه المدفع (اتجاهين متضادين)

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة =  $\vec{u}_B = \vec{u}_M - \vec{u}_B = 200 - 10 = 210$  متر / ث

∴ كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة =  $\vec{K}_B = 210 \times 4 = 860$  كجم .متر / ث

ثانياً: الدبابة متحركة أمام المدفع (نفس الإتجاه)

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة =  $\vec{u}_B = \vec{u}_M - \vec{u}_B = 200 - 10 = 180$  متر / ث

∴ كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة =  $\vec{K}_B = 180 \times 4 = 740$  كجم .متر / ث

### مثال:

تتحرك سيارة على طريق بسرعة 60 كم / س ، هبت عاصفة رملية فى الإتجاه المضاد لحركة السيارة بسرعة 40 كم / س ، فإذا علمت ان متوسط كتلة حبة الرمل 12 ملليجرام فأوجد كمية حركة حفنة من الرمل بها 500 حبة بالنسبة للسيارة بوحدات جم .متر / ث.

### الحل:

نعتبر  $\vec{u}_A$  متجه وحدة فى إتجاه حركة السيارة



∴ سرعة السيارة  $\vec{u}_M = 60 \vec{u}_A$

سرعة حفنة الرمل  $\vec{u}_B = 40 \vec{u}_A$

∴ سرعة حفنة الرمل بالنسبة للسيارة  $\vec{u}_B = \vec{u}_M - \vec{u}_B = 60 \vec{u}_A - 40 \vec{u}_A = 20 \vec{u}_A$

∴ كتلة حفنة الرمل =  $500 \times 12 = 6000$  جم

∴ كمية حركة الرمل بالنسبة للسيارة =  $\vec{K}_B = 6000 \times (20 \vec{u}_A) = 120000 \vec{u}_A$  جم .متر / ث

∴ كمية حركة الرمل بالنسبة للسيارة = 6000 جم .متر / ث

$$= \frac{5}{18} \times 6000 = \frac{5000}{3} \text{ جم .متر / ث}$$



## القانون الأول لنيوتن

٢ - ٢

## أنواع القوى:

توجد أنواع عديدة من القوى الموجودة فى الطبيعة ومنها القوى الميكانيكية وقوى الجاذبية والقوى الكهربائية والقوى المغناطيسية والقوى النووية وسوف ندرس القوى الميكانيكية وقوى الجاذبية فقط.

## القانون الأول لنيوتن:

وصف نيوتن من خلال هذا القانون ما الذى يحدث لجسم عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر وينص القانون على:

كل جسم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته.

أى ان الجسم الساكن يظل ساكنا ما لم تؤثر عليه قوة تحاول تحريكه ، والجسم المتحرك حركة منتظمة يظل متحركا بها ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حركته.

## نتائج من القانون الأول:

## (١) تعريف القوة:

هى كل مؤثر يعمل على تغيير حالة الجسم سواء من السكون أو من الحركة

## (٢) وجود القوة:

الحركة فى خط مستقيم ليست دليلا على وجود القوة فقد تكون الحركة منتظمة وإنما حدوث تغير فى السرعة هو الدليل على وجود قوة سببت هذا التغير أى أن العجلة وليدة القوة

## ملاحظة:

يقصد بتعبير القوة فى صياغة القانون محصلة جميع القوى المؤثرة على الجسم.

## (٣) خاصية القصور الذاتى:

كل جسم قاصر أو عاجز بذاته على تغيير حالته سواء من السكون أو من الحركة لذلك يسمى القانون الأول بقانون القصور الذاتى

## (٤) السكون والحركة المنتظمة:

القانون الأول لا يفرق بين الجسم الساكن والجسم المتحرك حركة منتظمة من حيث أن محصلة القوى المؤثرة على كليهما تنعدم أى أنه فى حالتى السكون والحركة المنتظمة ينعدم المجموع الجبرى لمركبات القوى فى أى إتجاهين متعامدين

∴ القوى الأفقية تكون متزنة أى أن المجموع الجبرى لمركبات القوى الأفقية = صفر

، القوى الرأسية تكون متزنة أى أن المجموع الجبرى لمركبات القوى الرأسية = صفر

## تطبيقات القانون الأول:

١ الحركة المنتظمة على مستو أفقى بتأثير قوة أفقية:

$$\therefore \text{الحركة منتظمة} \therefore \text{القوى الأفقية متزنة} \therefore \mu = \nu$$

$$\therefore \text{القوى الرأسية متزنة} \therefore \mu = \nu$$

وأذا كانت القوة مائلة على الأفقى بزواوية  $\theta$  يتم تحليل القوة الى مركبتين فى إتجاهى الحركة والعمودى عليه

$$\therefore \text{القوى الأفقية متزنة} \therefore \mu = \nu \cos \theta$$

$$\therefore \text{القوى الرأسية متزنة} \therefore \mu = \nu \sin \theta + \nu$$

## ٢ الحركة الرأسية المنتظمة:

- إذا تحرك جسم وزنه  $(\nu)$  رأسيا لأسفل فى إناء مملوء بسائل فإنه يلاقى مقاومة  $(\mu)$  تتوقف على نوع السائل

$$\text{وإذا كانت الحركة منتظمة فإن: } \mu = \nu$$

- ينطبق ذلك أيضا على الحركة المنتظمة لجندى المظلات حيث يكون  $\nu =$  وزن الجندى والمظله ،  $\mu =$  مقاومة الهواء ( أو قوة رفع الهواء )

- فى حالة الحركة المنتظمة للطائرات يكون:

$$\text{قوة دفع المحرك} = \text{المقاومة} \therefore \mu = \nu$$

$$\text{قوة رفع الهواء} = \text{الوزن} \therefore \mu = \nu$$

## ملاحظات هامة:

- ١ مقاومة المستوى تكون موازية للمستوى و عكس إتجاه الحركة دائما.
- ٢ قوة المحرك تكون فى نفس إتجاه الحركة دائما.
- ٣ الحركة المنتظمة هى حركة بسرعة ثابتة فى المقدار والإتجاه.
- ٤ إذا كان الجسم يتحرك بأقصى سرعة فذلك يعنى أنها سرعة منتظمة.
- ٥ إذا تحرك الجسم تحت تأثير مقاومة  $(\mu)$  تتناسب طرديا مع السرعة  $(\nu)$  فإن:

$$\mu = k \nu \text{ حيث } k \text{ ثابت التناسب} \quad \frac{\mu}{\nu} = \frac{k \nu}{\nu} \quad \frac{\mu}{\nu} = k$$

- ٦ إذا تحرك الجسم تحت تأثير مقاومة  $(\mu)$  تتناسب طرديا مع مربع السرعة  $(\nu^2)$  فإن:

$$\mu = k \nu^2 \text{ حيث } k \text{ ثابت التناسب} \quad \frac{\mu}{\nu^2} = \frac{k \nu^2}{\nu^2} \quad \frac{\mu}{\nu^2} = k$$

**مثال:**

تهبط كرة معدنية صغيرة وزنها ١٥٠ ث.جم رأسيا فى سائل ، وجد أنها تقطع مسافات متساوية فى فترات زمنية متساوية. فما هو مقدار مقاومة السائل لحركة الكرة؟

**الحل:**

- ∴ الكرة تهبط رأسيا لأسفل فى السائل
- ∴ الكرة تقطع مسافات متساوية فى فترات زمنية متساوية
- ∴ الكرة تتحرك فى إتجاه ثابت وبسرعة ثابتة
- ∴ ٢ = ٩ حيث م مقاومة السائل ∴ ٢ = ١٥٠ ث.جم

**مثال:**

تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن على طريق أفقى تحت تأثير مقاومة تتناسب طرديا مع مقدار سرعتها، فإذا كانت المقاومة ٨ ث.كجم لكل طن من كتلة السيارة عندما كانت السرعة ٧٢ كم/س أوجد أقصى سرعة لها علما بأن أقصى قوة يولدها المحرك هى ٦٠ ث.كجم.

**الحل:**

- ∴ المقاومة تتناسب مع السرعة
- ∴ المقاومة = ٨ ث.كجم لكل طن ∴ المقاومة الكلية = ٤ × ٨ = ٣٢ ث.كجم
- ∴ ٣٢ = ٢ عندما ٧٢ كم/س
- ∴ أقصى سرعة هى السرعة المنتظمة وعندها يكون ٢ = ٧
- ∴ ٦٠ = ٢ ث.كجم وأقصى سرعة ٧ كم/س بالتعويض
- ∴  $\frac{٧٢}{٢} = \frac{٣٢}{٦٠}$  ∴  $\frac{٧٢}{٢} = \frac{٦٠ \times ٧٢}{٣٢} = ١٣٥$  كم/س

**مثال:**

قطار كتلته ٢٤٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة ١٢ ث.طن. فإذا كانت المقاومة لحركة هذا القطار تتناسب مع مربع سرعته وكانت المقاومة ٨ ث.كجم لكل طن من كتله المتحركة عندما كانت سرعة القطار ٤٥ كم / س أحسب أقصى سرعة للقطار.

**الحل:**

- ∴ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة
- ∴  $\frac{٢٤}{١٢} = \frac{١٢}{٢٤}$
- ∴ المقاومة = ٨ ث.كجم لكل طن ∴ المقاومة الكلية = ٢٤٠ × ٨ = ١٩٢٠ ث.كجم

$\therefore v_1 = 1920$  ث.كجم عندما  $v_2 = 45$  كم/س

$\therefore$  عند اقصى سرعة تكون قوة القاطرة تساوى المقاومة

$\therefore v_2 = 12000$  ث.كجم وأقصى سرعة  $v_1$  كم/س بالتعويض

$$\therefore v_1 = 12000 \text{ ث.كجم} \leftarrow \frac{2(45)}{v_1} = \frac{1920}{12000} \therefore v_1 = 12000 \text{ ث.كجم} \leftarrow \frac{2(45)}{v_1} = \frac{1920}{12000} \therefore v_1 = 12000 \text{ ث.كجم}$$

### مثال:

رجل مربوط الى مظلة نجاه يهبط هو والمظلة رأسيًا، فإذا كانت مقاومة الهواء تتناسب طرديًا مع مربع سرعته وكانت مقاومة الهواء تساوى  $\frac{4}{9}$  وزن الجندي ومعداته عندما كانت سرعته 12 كم/س فأوجد أقصى سرعة هبوط للجندي.

### الحل:

$$\therefore \text{المقاومة تتناسب مع مربع السرعة} \therefore \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{F_1}{F_2}$$

$\therefore$  مقاومة الهواء  $= \frac{4}{9}$  وزن الرجل والمظلة عندما تكون السرعة 12 كم / س

$$\therefore v_1 = 12 \text{ كم/س} \text{ و } \frac{4}{9} = \frac{F_1}{F_2}$$

$\therefore$  عند اقصى سرعة تكون مقاومة الهواء تساوى وزن الجندي والمظلة

$$\therefore v_2 = v \text{ و } v_1 = 12 \text{ كم/س بالتعويض}$$

$$\therefore \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{F_1}{F_2} \therefore \frac{12^2}{v^2} = \frac{4}{9} \therefore v^2 = \frac{12^2 \times 9}{4} = 81 \therefore v = 9 \text{ كم/س}$$

### مثال:

جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير مجموعة القوى  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  حيث:

$$\vec{F}_1 = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \vec{F}_2 = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \vec{F}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$$

أوجد كلامن  $P, B, C$

### الحل:

$\therefore$  الجسم يتحرك بسرعة منتظمة  $\therefore$  محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر

$$\therefore \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 + \vec{v}_5 + \vec{v}_6 + \vec{v}_7 + \vec{v}_8 + \vec{v}_9 + \vec{v}_{10} + \vec{v}_{11} + \vec{v}_{12} + \vec{v}_{13} + \vec{v}_{14} + \vec{v}_{15} + \vec{v}_{16} + \vec{v}_{17} + \vec{v}_{18} + \vec{v}_{19} + \vec{v}_{20}$$

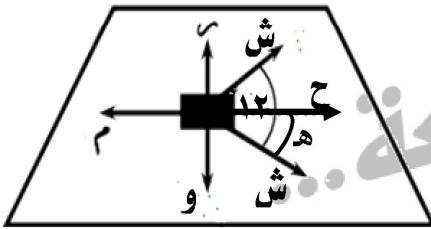
$$\vec{v} = \vec{v}_1(1-2) + \vec{v}_2(1-b) + \vec{v}_3(7+j) + \vec{v}_4(1-2) + \vec{v}_5(1-2) + \vec{v}_6(1-2) + \vec{v}_7(1-2) + \vec{v}_8(1-2) + \vec{v}_9(1-2) + \vec{v}_{10}(1-2) + \vec{v}_{11}(1-2) + \vec{v}_{12}(1-2) + \vec{v}_{13}(1-2) + \vec{v}_{14}(1-2) + \vec{v}_{15}(1-2) + \vec{v}_{16}(1-2) + \vec{v}_{17}(1-2) + \vec{v}_{18}(1-2) + \vec{v}_{19}(1-2) + \vec{v}_{20}(1-2)$$

$$1 = 2, \quad 1 = b, \quad 7 = j$$

### مثال:

وضع جسم كتلته ١٠ كيلوجرام على مستوى أفقى وربط بحبلين أفقيين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° وعندما كانت قوة الشد فى كل من الحبلين ٤٠٠ ث.جم تحرك الجسم على المستوى حركة منتظمة. أوجد مقدار واتجاه قوة مقاومة المستوى لحركة الجسم.

### الحل:



الجسم سيتحرك تحت تأثير محصلة قوى الشد

$$\therefore \text{قوتى الشد متساويتان} \quad \therefore \text{ع} = 2 \times 400 \times \cos 60^\circ = 400 \quad \text{هـ} = \frac{400}{2}$$

$$\therefore \text{ع} = 400 \times 2 \times \cos 60^\circ = 400 \times 1 = 400 \quad \text{ث.جم}$$

∴ الحركة منتظمة ∴ محصلة القوى = المقاومة

$$\therefore 400 = \text{م} \quad \text{ث.جم} \quad \text{وعكس اتجاه ح أى أنها تميل على كلا الحبلين بزاوية ١٢٠°}$$

### مثال:

قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة الآتيا ٥١ طن. طن تجر عددا من العربات كتلة كل منها ١٠ طن وتصلد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° بسرعة منتظمة فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة المتحركة فما هو عدد العربات.

### الحل:

نفرض أن كتلة القاطرة والعربات = ك طن ∴ وزن القاطرة والعربات = ك ث.طن

∴ المقاومة الكلية للقاطرة والعربات = ١٠ ك ث.كجم

∴ القطار يتحرك بسرعة منتظمة ∴  $51 = 10k + 30$

$$51 = 10k + 30 \quad \therefore 21 = 10k \quad \therefore k = 2.1$$

$$51 = 10k + 30 \quad \therefore 21 = 10k \quad \therefore k = 2.1$$

$$\therefore \text{كتلة العربات} = 30 - 10 \times 2.1 = 9 \quad \therefore \text{عدد العربات} = \frac{9}{1} = 9$$

## مثال:

قطار كتلته ٣٠٠ طن يصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{4}$  في اتجاه خط أكبر ميل فإذا كانت أقصى سرعة للقطار ١٠٨ كم/س وقوة الآت الجرتساوى ٣٥٠٠ ث.كجم وإذا كان مقدار المقاومة يتناسب مع مربع مقدار السرعة فأوجد المقاومة التي يلاقيها القطار عندما يتحرك بسرعة ٧٢ كم/س.

## الحل:

∴ عند أقصى سرعة تكون قوة القاطرة تساوى المقاومة

$$\therefore \tau + \rho = 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times 1000 \times 300 + \rho = 3500$$

$$\therefore 1250 + \rho = 3500$$

$$\therefore \rho = 3500 - 1250 = 2250 \text{ ث.كجم}$$

∴ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة ∴  $\frac{\rho}{\tau} = \frac{\tau}{\rho}$

$$\therefore \rho = 2250 \text{ ث.كجم عندما } \tau = 108 \text{ كم/س}$$

عندما  $\tau = 72 \text{ كم/س}$  المقاومة التي يلاقيها القطار  $\rho = \tau$  ث.كجم بالتعويض

$$\therefore \frac{108}{\tau} = \frac{2250}{\rho} \leftarrow \therefore \rho = \frac{2250 \times 272}{108} = 572 \text{ ث.كجم}$$

## مثال:

يتحرك جسم كتلته ك تحت تأثير القوتين:  $\vec{F}_1 = 3\vec{e}_3$  ،  $\vec{F}_2 = 4\vec{e}_4$

حيث  $\vec{e}_3$  ،  $\vec{e}_4$  متجهتا وحدة متعامدين، عين القوة الإضافية التي لو أثرت على الجسم لجعلته يتحرك حركة منتظمة.

## الحل:

$$\therefore \vec{F}_1 = 3\vec{e}_3$$
 ،  $\vec{F}_2 = 4\vec{e}_4$  نرض أن القوة الإضافية هي  $\vec{F}$

∴ الجسم يتحرك حركة منتظمة ∴ محصلة القوى المؤثرة عليه = صفر

$$\therefore \vec{F} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \leftarrow \therefore \vec{F} = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -3\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4$$

## القانون الثانى لنيوتن ٢ - ٣

معدل تغير كمية حركة الجسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثه له ويحدث فى اتجاه القوة

الصورة الرياضية للقانون:

إذا كانت كتلة الجسم  $m$  وسرعته  $v$  والقوة المحدثه للتغير فى كمية الحركة  $F$  وتبعاً للقانون الثانى

معدل تغير كمية حركة الجسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثه لهذا التغير

$$\therefore \frac{F}{m} \propto \frac{dv}{dt} \quad \therefore \frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} \quad \text{حيث } m \text{ ثابت التناسب}$$

$$\text{وعندما تكون } k \text{ ثابتة } \therefore \frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} \quad \text{وحيث أن } \frac{dv}{dt} = \frac{a}{m} \quad \therefore \frac{F}{m} = \frac{a}{m}$$

$$\therefore F = ma \quad \text{وبأخذ القياس الجبرى } \therefore F = ma$$

وبتعريف وحدة القوة على أنها القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته وحدة الكتل لأكسبته وحدة العجلات ( أى أن  $k=1$  ،  $m=1$  ،  $a=1$  ،  $F=1$  )

$$\therefore F = ma$$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة وباستخدام القياسات الجبرية للقوة والعجلة تكون معادلة الحركة هي:

$$F = ma$$

حيث  $m$  كتلة الجسم المتحرك ،  $a$  عجلة الحركة ،  $F$  محصلة القوى المؤثرة على الجسم أى أن:

$$F = ma$$

وإذا كانت كتلة الجسم متغيرة فإن معادلة الحركة تكون على الصورة:

$$F = m \frac{dv}{dt}$$

وبالقياسات الجبرية

$$\frac{F}{m} = \frac{dv}{dt}$$

حيث كل من  $m$  ،  $a$  دوال قابلة للإشتقاق فى  $t$



**معادلة الحركة باستخدام التفاضل:**

∴ معادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة هي:  $v = k \cdot t$

(١) إذا كانت  $v$  دالة فى الزمن نضع  $v = \frac{dx}{dt}$  وبالتالى فإن  $v = k \cdot t$

$$\int \frac{dx}{dt} = k \cdot t \Rightarrow dx = k \cdot t \cdot dt$$

وبتكامل الطرفين نجد أن:

(٢) إذا كانت  $v$  دالة فى الإزاحة نضع  $v = \frac{dx}{dt}$  وبالتالى فإن  $v = k \cdot t$

$$\int \frac{dx}{dt} = k \cdot t \Rightarrow dx = k \cdot t \cdot dt$$

وبتكامل الطرفين نجد أن:

**وحدات قياس القوة:**

**أولاً: الوحدات المطلقة: (النيوتن ، الداين)**

النيوتن: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته كيلوجرام واحد لأكسبته عجلة ١ متر / ث<sup>٢</sup>

الداين: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته جرام واحد لأكسبته عجلة ١ سم / ث<sup>٢</sup>

النيوتن = ١ كجم . م / ث <sup>٢</sup>	الداين = ١ جم . سم / ث <sup>٢</sup>	النيوتن = ١٠ <sup>٥</sup> داين
--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

**ثانياً: الوحدات الثقالية: (ث كجم ، ث جم)**

ث.كجم: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته كيلوجرام واحد لأكسبته عجلة ٩,٨ متر / ث<sup>٢</sup>

ث.جم: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته جرام واحد لأكسبته عجلة ٩٨٠ سم / ث<sup>٢</sup>

ث.كجم = ٩,٨ نيوتن	ث.جم = ٩٨٠ داين	ث.كجم = ١٠٠٠ ث.جم
-------------------	-----------------	-------------------

ويجب مراعاة الدقة عند استخدام هذه الوحدات وعند التحويل من وحدات قياس إلى وحدات أخرى

**العلاقة بين الكتلة والوزن:**

∴ وزن الجسم (و) هو قوة جذب الأرض للجسم ، عجلة الجاذبية الأرضية هي (g)

∴ وزن الجسم = كتلته × عجلة الجاذبية الأرضية أى أن  $w = k \cdot s$

فمثلاً: جسم كتلته ١٥ كجم يكون وزنه =  $9,8 \times 15 = 147$  نيوتن (وحدات مطلقة)

ويكون وزنه =  $\frac{9,8 \times 15}{9,8} = 15$  ث.كجم (وحدات ثقالية)

أى أن: وزن الجسم (و) بالوحدات الثقالية = كتلة الجسم عددياً



## ملاحظات هامة جدا:

- ١ عند استخدام معادلة الحركة  $v = u + at$  تكون  $u$  هي محصلة القوى المؤثرة على الجسم
- ٢  $u, a, t$  في نفس الإتجاه أى يكون لهما نفس الإشارة لذلك تسمى  $u$  القوة المسببة للعجلة
- ٣ يتم صياغة معادلة الحركة لفظيا كمايلي:

القوى في إتجاه الحركة - القوى عكس إتجاه الحركة = الكتلة المتحركة  $\times$  العجلة

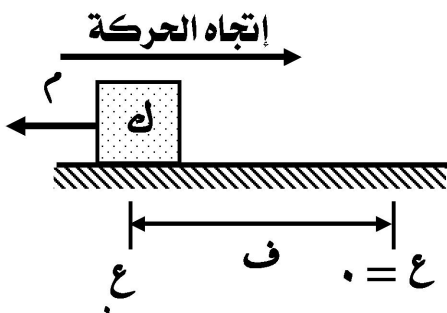
وبهذه الصيغة اللفظية يمكن إستنتاج معادلة الحركة لأى جسم بسهولة وبدون أخطاء مع ملاحظة أنه بعد كتابة معادلة الحركة يجب استخدام الوحدات المطلقة كماهو موضح بالشكل:

$$\begin{array}{ccc} \text{داين} & & \text{جم} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{و} & = & \text{ك} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{نيوتن} & & \text{كجم} \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{c} \text{سم}^2 / \text{ث}^2 \\ \uparrow \\ \text{ح} \\ \downarrow \\ \text{م} / \text{ث}^2 \end{array}$$

## مثال:

فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طنا ، عندما كانت سرعتها ٥٤ كم/س ، فتحركت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥ مترا، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت على العربة المنفصلة.

## الحل:



$$m = 24,5 \text{ طن} = 24,5 \times 10^3 \text{ كجم}$$

$$u = 54 \text{ كم/س} = \frac{54}{18} \times \frac{1000}{3600} = 1,5 \text{ م/ث}$$

$$v = 0, \quad s = 125 \text{ م}$$

$$v^2 - u^2 = 2as \Rightarrow 0 - (1,5)^2 = 2 \times a \times 125$$

$$\therefore a = \frac{-(1,5)^2}{250} = -0,01125 \text{ م/ث}^2$$

معادلة حركة العربة هي:

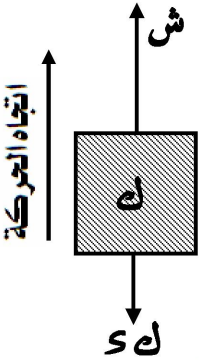
$$v^2 - u^2 = 2as \Rightarrow 0 - (1,5)^2 = 2 \times (-0,01125) \times s$$

$$\therefore s = \frac{2,25}{0,0225} = 100 \text{ م}$$

## مثال

صندوق كتلته ١٠٠ كجم ، يرفع رأسيا لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم/ث<sup>٢</sup>. أوجد الشد في الحبل مع إهمال المقاومة.

## الحل:



$$ك = ١٠٠ \text{ كجم} ، ج = ٢٥ \text{ سم/ث}^2 = ١٠ \times ٢٥ = ٢٥٠ \text{ م/ث}^2$$

معادلة حركة الصندوق هي:

$$ش - ك = ج \Rightarrow ش - ١٠٠ \times ٢٥ = ٩,٨ \times ١٠٠$$

$$\therefore ش = ٩٨٠ + ٢٥ = ١٠٠٥ \text{ نيوتن}$$

## مثال

منطاد كتلته ١٠٥ كجم ، يتحرك رأسيًا لأسفل بعجلة منتظمة مقدارها ٩٨ سم/ث<sup>٢</sup>. أوجد مقدار قوة رفع الهواء المؤثرة على المنطاد بثقل الكيلوجرام ، وإذا سقط من المنطاد جسم كتلته ٢٥ كجم عندما كانت سرعة المنطاد ٤٩٠ سم/ث ، أوجد المسافة بين المنطاد والجسم المنفصل عنه بعد  $\frac{٢}{٧}$  ث من لحظة الانفصال.

## الحل:

## دراسة حركة المنطاد:

∴ المنطاد يتحرك بعجلة منتظمة ∴ معادلة حركة المنطاد هي:

$$ك = ج - س \therefore ك - س = ج$$

$$\therefore س = (٩,٨ - ٩٨) \times ١٠٥ = ٩٢٦,١ \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{قوة رفع الهواء} = س = \frac{٩٢٦,١}{٩,٨} = ٩٤,٥ \text{ كجم}$$

## دراسة حركة المنطاد بعد سقوط الجسم:

$$\text{كتلة المنطاد} = ك = ٣٥ - ١٠٥ = ٧٠ \text{ كجم}$$

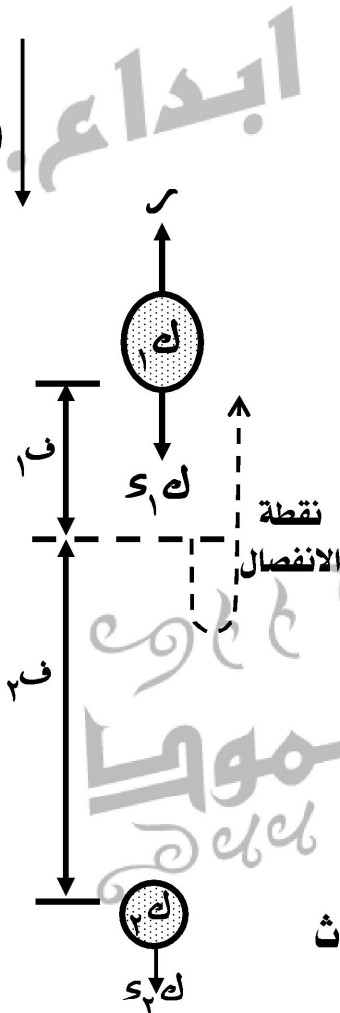
معادلة الحركة هي:  $ك = ج - س$

$$\therefore ٧٠ = ٩,٨ \times (٩٤,٥ - ٧٠)$$

$$\therefore ج = \frac{٩,٨ \times ٢٤,٥}{٧٠} = ٣,٤٣ \text{ م/ث}^2$$

المنطاد يتحرك لأسفل بعجلة تقصيرية إلى أن يسكن لحظيًا ثم يغير اتجاه حركته رأسياً لأعلى

$$\therefore ع = ٤,٩ \text{ م/ث} ، ج = ٣,٤٣ \text{ م/ث}^2 ، ن = \frac{٢}{٧} \text{ ث}$$



$$\therefore \text{ف} = \text{ع} + \frac{1}{2} \text{ج} \quad \text{ن}^2$$

$$\therefore \text{ف} = 4,9 = \frac{2}{\sqrt{2}} \times 4,9 - \frac{2}{\sqrt{2}} \times 3,43 \times \frac{1}{2} = 14 - 14 = 0$$

أى أن المنطاد بعد  $\frac{2}{\sqrt{2}}$  ث من لحظة الانفصال يكون قد عاد إلى نقطة الانفصال مرة أخرى

### دراسة حركة الجسم الساقط:

الجسم يهبط رأسياً لأسفل بسرعة ابتدائية  $4,9 \text{ م/ث}$  وتحت تأثير عجلة الجاذبية  
نفرض أن المسافة التي يقطعها الجسم من نقطة الانفصال إلى أسفل  $\text{ف}$

$$\therefore \text{ع} = 490 = 4,9 \text{ م/ث} = 5 \text{ م/ث}^2, \quad s = 9,8 \text{ م/ث}^2, \quad \text{ن} = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ ث}$$

$$\therefore \text{ف} = \text{ع} + \frac{1}{2} \text{ج} \quad \text{ن}^2$$

$$\therefore \text{ف} = 5 = \frac{2}{\sqrt{2}} \times 9,8 \times \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} \times 4,9 = 54 \text{ م}$$

∴ المسافة التي يقطعها الجسم من نقطة الانفصال إلى أسفل  $\text{ف} = 54 \text{ متر}$

∴ المسافة بين البالون والجسم  $= 54 + 0 = 54 \text{ متر}$  #

### مثال:

يتحرك جسم كتلته  $3 \text{ كجم}$  بتأثير ثلاث قوى مستوية هي:  $\vec{F}_1 = \vec{P}_2 + \vec{S}$  ،  $\vec{F}_2 = \vec{P}_1 - \vec{S}$

،  $\vec{F}_3 = \vec{S} + \vec{B}$  حيث  $\vec{S}$  متجهها وحدة متعامدين ، فإذا كان متجه إزاحته يعطى

كدالة في الزمن من العلاقة  $\vec{F} = (\vec{S} + \vec{P}_1) + (\vec{S} + \vec{P}_2) = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2$  ، ب .

### الحل:

$$\therefore \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{S} + \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{S} + \vec{B} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{S} + \vec{S} + \vec{B}$$

$$\therefore \vec{F} = \vec{S} + \vec{S} + \vec{B} = \vec{S} + \vec{B}$$

$$\therefore \vec{F} = (\vec{S} + \vec{P}_1) + (\vec{S} + \vec{P}_2) = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$\therefore \vec{F} = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{S} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore 3 = \vec{v} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \vec{v} = \vec{v}_k \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \vec{v} = \vec{v}_k \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \vec{v} = \vec{v}_k \end{aligned}$$

**مثال:**

أثرت قوة  $\vec{v}$  على جسم كتلته ٣ كجم يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً بسرعة قدرها ٢ م/ث ، وكانت  $\frac{3}{1+42} = \vec{v}$  حيث  $\vec{v}$  سرعة الجسم بعد زمن  $n$  ، متى تكون سرعة الجسم ٦ م/ث؟

**الحل:**

$$\begin{aligned} \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{1}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \end{aligned}$$

**مثال:**

قوة  $\vec{v}$  تؤثر على جسم ساكن كتلته  $\frac{1}{4}$  كجم مبتدئاً حركته من نقطة (و) على خط مستقيم وكانت  $\vec{v} = \vec{v}_j (1-4n) + \vec{v}_k$  حيث  $n$  الزمن مقيساً بالثانية ،  $\vec{v}$  بالنيوتن ، أوجد عندما  $n = 2$  ثانية سرعة الجسم ، وبعده عن نقطة (و)

**الحل:**

$$\begin{aligned} \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \\ \therefore \vec{v} = \vec{v}_j , \vec{v} = \vec{v}_k & \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} \times 3 = \frac{3}{1+42} \therefore \frac{\vec{v}}{3} = \frac{3}{1+42} \end{aligned}$$

$$\overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c}$$

$$\text{عندما } n=2 \quad \therefore \overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c}$$

$$\therefore \overline{c} = \overline{c} \quad \leftarrow \overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c}$$

$$\therefore \overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c}$$

$$\therefore \overline{c} = \overline{c} \quad \therefore \overline{c} = \overline{c}$$

$$\overline{f} = \overline{f} \quad \therefore \overline{f} = \overline{f}$$

$$\text{عندما } n=2 \quad \therefore \overline{f} = \overline{f} \quad \therefore \overline{f} = \overline{f}$$

$$\therefore \overline{f} = \overline{f} \quad \leftarrow \overline{f} = \overline{f} \quad \therefore \overline{f} = \overline{f}$$

### مثال

كرة معدنية كتلتها ١٠٠ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٠ متر / ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوي ٠,٦ جم في الثانية. أوجد كتلة الكرة والقوة بالدائين المؤثرة عليها عند أي لحظة.

### الحل:

$$k = 100 \text{ جم} , c = 10 \text{ م/ث} = 100 \times 10 = 1000 \text{ م/ث}$$

معدل التصاق الغبار بسطح الكرة = ٠,٦ جم/ث

∴ بعد زمن ث ثانية يكون: كتلة الغبار على سطح الكرة = ٠,٦ ن جم

$$\therefore \text{كتلة الكرة عند أي لحظة زمنية } n \quad \# \quad k' = k + 0,6n$$

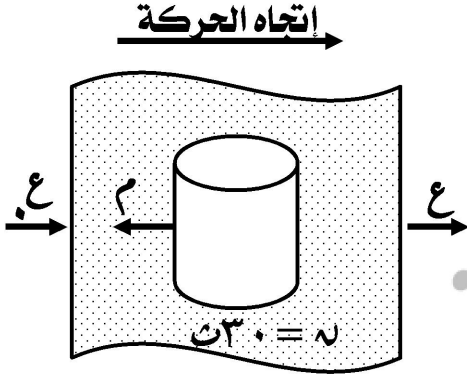
∴ الكتلة متغيرة ∴ نستخدم الصورة  $v = (k') \frac{s}{n}$  ∴ السرعة ثابتة

$$\therefore v = \frac{dk'}{dn} = \frac{dk}{dn} = 0,6 \text{ دايين} \quad \#$$

## مثال:

يتحرك جسم على هيئة اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٥٠ سم ، ونصف قطر قاعدتها ١٠ سم كتلته ١٠ كجم حركة منتظمة بسرعة ٥ متر / ث ، دخل هذا الجسم سحابة تحمل غبارا فأثرت عليه بقوة مقاومة مقدارها ٠,١ ث.جم لكل سنتيمتر مربع من مساحته الجانبية. أوجد سرعة الجسم بعد خروجه من السحابة علما بأنه ظل يتحرك داخلها لمدة ٣٠ ثانية .

## الحل:



$$نوه = ١٠ \text{ سم} ، ع = ٥٠ \text{ سم}$$

المقاومة = ٠,١ ث.جم لكل سم<sup>٢</sup> من المساحة الجانبية

المساحة الجانبية للأسطوانة = ٢ ط نوه

$$= ٢ ط ١٠٠٠ = ٥٠ \times ١٠ \times ٢ \text{ سم}^٢$$

$$٢ = ٠,١ \times ١٠٠٠ \times ٢ = ٢٠٠ \text{ ث.جم}$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$٢ - ٢٠٠ = م ج \leftarrow \therefore ٢٠٠ - ٢ = ١٠٠ \times ج$$

$$\therefore ج = \frac{٢٠٠ - ٢}{١٠٠ \times ١٠} = \frac{١٩٨}{١٠٠٠} \text{ سم/ث}^٢$$

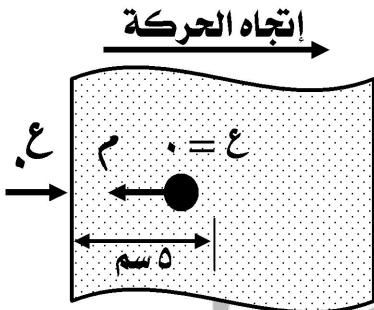
$$٠ = ع = ٥ \text{ م/ث} = ٥٠٠ \text{ سم/ث} ، ن = ٣٠ \text{ ث} ، ج = -٣,٠٧٧٢ \text{ سم/ث}^٢$$

$$\therefore ع = ع + ج ن \leftarrow \therefore ع = ٥٠٠ - ٣,٠٧٧٢ \times ٣٠ = ٤٠٧,٦٨ \text{ سم/ث} \approx ٤,٠٨ \text{ م/ث}$$

## مثال:

أطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة ٢٠٠ متر / ث على حاجز ثابت فغاصت فيه مسافة ٥ سم حتى سكنت. عين مقدار قوة مقاومة الحاجز لحركة الرصاصة علما بأنه ظل ثابتا طوال الوقت

## الحل:



$$ل = ٢٥ \text{ جم} = ٢٥ \times ١٠^{-٣} = ٢٥ \times ١٠^{-٣} \text{ كجم}$$

$$ف = ٥ \text{ سم} = ٥ \times ١٠^{-٢} = ٥ \times ١٠^{-٢} \text{ متر}$$

$$ع = ٢٠٠ \text{ م/ث} ، ع = ٠ \text{ (لأن الرصاصة سكنت)}$$

$$\therefore ٢ ع = ٢ ع + ٢ ج ف$$

$$\therefore ٠ = ٢(٢٠٠) + ٢ ج (٥) \leftarrow \therefore ج = \frac{٠ - ٢(٢٠٠)}{٢(٥)} = \frac{-٤٠٠}{١٠} = -٤٠ \text{ م/ث}^٢$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$\therefore ٢ - ٢ = م ج \leftarrow \therefore ٢ - ٢ = (٢٥ \times ١٠^{-٣}) \times ج \leftarrow \therefore ٢ = ٢٥ \times ١٠^{-٣} \times ج$$

**مثال:**

سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار نحو أرض رملية فخاص فيها مسافة ٥ سم احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الرمل بفرض ثبوتها.

**الحل:****دراسة حركة الجسم قبل الإصطدام بالأرض:**

$u = 0$  (لأن الجسم سقط) ،  $s = 9.8 \text{ م/ث}^2$  ،  $v = 10 \text{ متر}$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$10^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times s \Rightarrow s = \frac{100}{19.6} = 5.1 \text{ متر}$$

**دراسة الحركة داخل الأرض:**

$m = 2 \text{ كجم}$  ،  $v = 5 \text{ م/ث}$  ،  $s = 0.05 \text{ متر}$

$u = 0$  (لأن الجسم سكن)

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$5^2 = 0 + 2 \times a \times 0.05 \Rightarrow a = \frac{25}{0.1} = 250 \text{ م/ث}^2$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$m \cdot a = m \cdot g - R \Rightarrow 2 \times 250 = 2 \times 9.8 - R \Rightarrow R = 2 \times (9.8 - 250) = -480.4 \text{ ن}$$

$$R = 480.4 \text{ ن} = 480.4 \text{ كجم} \cdot \text{ث}^2$$

**مثال:**

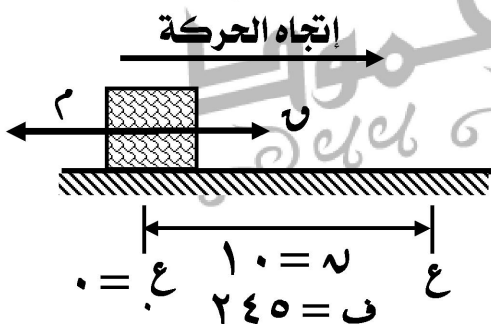
أثرت قوة أفقية  $U$  في جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أفقى فحركته من السكون ٢٤٥ سم في ١٠ ثوان ضد مقاومة ثابتة تعادل  $\frac{1}{10}$  وزن الجسم أوجد مقدار  $U$ . وإذا انقطع تأثير القوة في نهاية هذه المدة وبقيت المقاومة بدون تغيير. أوجد متى يصل الجسم لحالة السكون.

**الحل:****دراسة حركة الجسم:**

$m = 2 \text{ كجم} = 2000 \text{ جم}$  ، القوة  $U = 2 \text{ ن}$

$$a = \frac{U}{m} = \frac{2}{2000} = 0.001 \text{ م/ث}^2$$

$$v = u + at = 0 + 0.001 \times 2000 = 2 \text{ م/ث}$$



ع = ٠ (لأن الجسم بدأ من سكون)

$$ف = ٢٤٥ \text{ سم} ، ن = ١٠ \text{ ث} ، \therefore ف = ع + \frac{١}{٢} ن^2$$

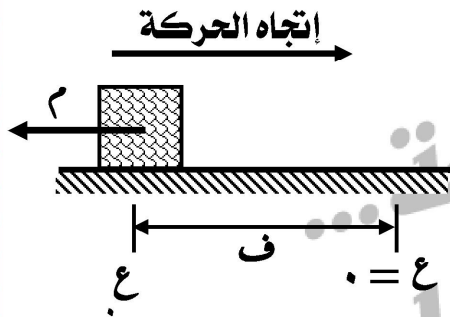
$$٢٤٥ = ٠ + \frac{١}{٢} \times ١٠^2 \Rightarrow \therefore ج = \frac{٢٤٥ \times ٢}{١٠} = ٤٩ \text{ سم/ث}^2$$

$$\therefore ع = ع + ج = ٤٩ \text{ سم/ث} \Rightarrow \therefore ع = ١٠ \times ٤٩ + ٠ = ٤٩٠ \text{ سم/ث}$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$\therefore ٢ - ١ = ٢ - ١ = ٩٨٠ \times (٢٠٠ - ١) \Rightarrow \therefore ٤٩ \times ٢٠٠٠ = ٩٨٠ \times (٢٠٠ - ١)$$

$$\therefore ٢٠٠ - ١ = \frac{٤٩ \times ٢٠٠٠}{٩٨٠} = ١٠ \Rightarrow \therefore ١٠ + ٢٠٠ = ٢١٠ \text{ ث. جم}$$



### دراسة حركة الجسم بعد إنقطاع تأثير القوة:

$$ع = ٤٩ \text{ سم/ث} ، ع = ٠ ، ٢ = ٢٠٠ \text{ ث. جم}$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$\therefore ٢ - ١ = ٢ - ١ = ٩٨٠ \times ٢٠٠ - ٢٠٠ \text{ جم} \Rightarrow \therefore ٢٠٠ - ١ = \frac{٩٨٠ \times ٢٠٠ - ٢٠٠}{٩٨٠} = ١٠ \text{ ث. جم}$$

$$\therefore ع = ع + ج = ٤٩ \text{ سم/ث} \Rightarrow \therefore ع = ١٠ \times ٤٩ + ٠ = ٤٩٠ \text{ سم/ث}$$

$$\therefore ١ = \frac{٤٩}{٩٨} = ١٠ \Rightarrow \therefore ١ = \frac{٤٩}{٩٨} = ١٠ \text{ ث}$$

### مثال:

قطار كتلته ٢٤٥ طنا (بما في ذلك القاطرة) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم / ث<sup>٢</sup>، فإذا كانت مقاومة الهواء والإحتكاك تعادل ٤ ثقل كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد قوة الآت القطار. وإذا انفصلت عن القطار العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طنا بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٤,٩ دقيقة، فأوجد العجلة التي يتحرك بها القطار وكذا الزمن الذي تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف.

### الحل:

#### دراسة حركة القطار:

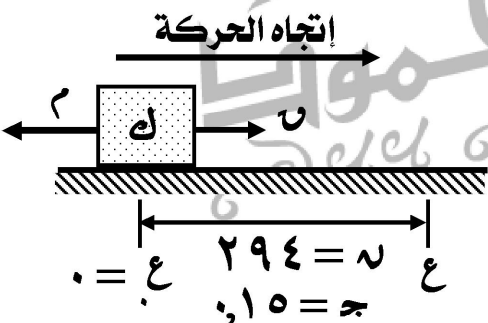
$$٢٤٥ = ٢٤٥ \text{ طن} = ١٠ \times ٢٤٥ = ٢٤٥٠ \text{ كجم}$$

$$، القوة = ١٠ \text{ ث. كجم} ، ن = ٦٠ \times ٤,٩ = ٢٩٤$$

$$، ج = ١٥ \text{ سم/ث}^2 = ١٥٠ \text{ م/ث}^2$$

$$، المقاومة = ٤ \text{ ث. كجم لكل طن}$$

$$٢ = ٢٤٥ \times ٤ = ٩٨٠ \text{ ث. كجم}$$





معادلة الحركة للقطار هي:

$$v - u = at \Rightarrow 0 - 10 \times 310 \times 240 = 9,8 \times (980 - v) \therefore$$

$$\therefore 3750 = \frac{10 \times 240}{9,8} = 980 - v \therefore 3750 = 980 + 3750 = v \therefore$$

حساب سرعة القطار قبل انفصال العربة:

$$v = u + at \Rightarrow 0 = 0 + 10 \times 294 = 294 \text{ م/ث} \Rightarrow$$

**دراسة حركة القطار بعد انفصال العربة:**

$$\text{كتلة القطار } K = 240 - 49 = 196 \text{ طن} = 196 \times 10^3 \text{ كجم}$$

المقاومة  $R = 4$  ث.كجم لكل طن

$$\therefore R = 4 \times 196 = 784 \text{ ث.كجم}$$

من قانون نيوتن الثاني نجد أن معادلة الحركة هي:

$$v - u = at \Rightarrow$$

$$\therefore 196 \times 10^3 \times 196 = 9,8 \times (784 - 4730) \therefore$$

$$\# \therefore 1973 = \frac{9,8 \times 3946}{310 \times 196} \text{ م/ث} \therefore$$

**دراسة حركة العربة المنفصلة:**

$$\text{كتلة العربة } K = 49 \text{ طن} = 49 \times 10^3 \text{ كجم}$$

المقاومة  $R = 4$  ث.كجم لكل طن

$$\therefore R = 4 \times 49 = 196 \text{ ث.كجم}$$

معادلة الحركة للعربة المنفصلة هي:

$$v - u = at \Rightarrow 0 - 10 \times 310 \times 49 = 9,8 \times 196 - \therefore$$

$$\therefore 0 = 49 \times 10^3 \times 49 = 9,8 \times 196 - \therefore 392 = \frac{9,8 \times 196}{49000} \therefore$$

$$\therefore 0 = 49 \times 10^3 \times (0,392 -) + 49 \times 10^3 \times 49 \therefore$$

$$\# \therefore 1120 = \frac{49 \times 10^3}{0,392} = 1120 \text{ ث} = \frac{1120}{60} = 18,75 \text{ دقيقة} \therefore$$

**مثال:**

بالون كتلته ١٠٥٠ كجم يتحرك بسرعة منتظمة رأسياً إلى أعلى سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم. أوجد

العجلة التي يصعد بها البالون بعد ذلك. وإذا كانت سرعة البالون قبل سقوط الجسم ٥٠ سم / ث. أوجد:

أولاً: المسافة التي يقطعها البالون بعد ذلك في ١٠ ثوان.

ثانياً: المسافة بين البالون والجسم بعد هذه المدة.

**الحل:****قبل سقوط الجسم**

∴ البالون يتحرك بسرعة منتظمة

∴ قوة رفع الهواء = الوزن ∴  $r = r$  ∴  $r = 1000$  ث.كجم

**بعد سقوط الجسم**

كتلة البالون  $ك = 1000 - 70 = 930$  كجم

معادلة الحركة هي:  $u - s_1 = ك_1$

$$\therefore 930 = 9,8 \times (930 - 1000) \quad \therefore ج = \frac{9,8 \times 70}{930} = 0,75 \text{ م/ث}^2$$

$$\therefore ع = 50 \text{ سم/ث} = 0,5 \text{ م/ث} \quad , \quad ج = 0,75 \text{ م/ث}^2 \quad , \quad ن = 10 \text{ ث}$$

$$\therefore ف = ع_1 + ج_1^2 = 10 \times 0,5 + 10 \times 0,75 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ م}$$

∴ المسافة التي يقطعها البالون خلال 10 ث من نقطة الانفصال الى اعلى = 40 م

**بالنسبة للجسم الساقط**

الجسم يصعد لأعلى بسرعة ابتدائية 0,5 م/ث الى أن يصل الى أقصى ارتفاع ثم يهبط رأسياً لأسفل ماراً بنقطة الانفصال مرة أخرى

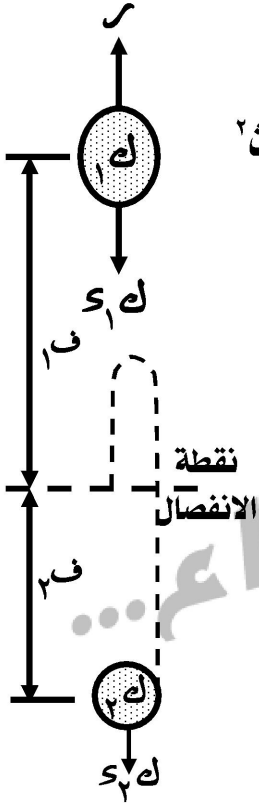
نفرض أن المسافة التي يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل  $ف_2$

$$\therefore ع = 50 \text{ سم/ث} = 0,5 \text{ م/ث} \quad , \quad s = 9,8 \text{ م/ث}^2 \quad , \quad ن = 10 \text{ ث}$$

$$\therefore ف = ع_2 + ج_2^2 = 10 \times 0,5 - 10 \times 9,8 \times \frac{1}{2} = -485$$

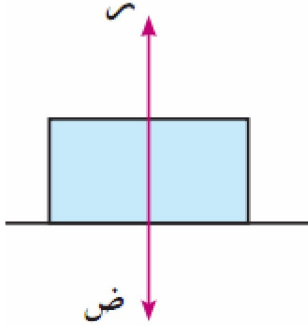
∴ المسافة التي يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل =  $ف_2 = 485$  متر

∴ المسافة بين البالون والجسم =  $40 + 485 = 525$  متر #



## القانون الثالث لنيوتن ٢ - ٤

لكل فعل رد فعل مساو له فى المقدار ومضاد له فى الإتجاه



## الضغط ورد الفعل:

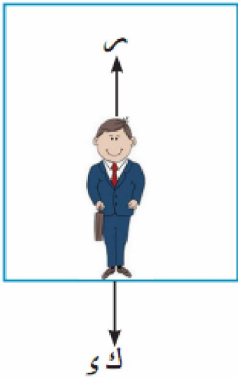
إذا وضع جسم كتلته ك على مستوى أفقى ساكن فإن الجسم يؤثر على المستوى بقوة ضغط تساوى وزن الجسم وينشأ عن ذلك قوة رد فعل للمستوى تؤثر على الجسم والقوتان متضادتان فى الإتجاه ولكنهما متساويتان فى المقدار كما ينص على ذلك القانون الثالث لنيوتن أى أن  $س = ض$

لاحظ أن الفعل ورد الفعل كل منهما يؤثر فى جسم مختلف عن الآخر فى المثال السابق نجد أن الضغط يؤثر على المستوى بينما رد الفعل يؤثر على الجسم



## حركة المصاعد:

تعتبر حركة المصاعد من أشهر تطبيقات الفعل ورد الفعل لأنه إذا وقف شخص كتلته (ك) داخل مصعد كتلته (ك') فإن هناك مجموعة من القوى المختلفة المؤثرة على كل من الشخص والمصعد



## القوى المؤثرة على الشخص داخل المصعد:

يؤثر على الشخص داخل المصعد قوتان وهما:

- ١) وزن الشخص  $ك = س$  ويؤثر رأسياً لأسفل مهما كان إتجاه حركة المصعد
  - ٢) رد فعل المصعد على الشخص  $س$  ويؤثر رأسياً لأعلى مهما كان إتجاه حركة المصعد
- والعلاقة بين هذه القوى المؤثرة تتحدد تبعاً لحركة المصعد وتكون لدينا الحالات الآتية:

- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى أو لأسفل

$$س = ك$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها ج لأعلى: من معادلة حركة الشخص نجد أن:

$$س - ك = س ج \leftarrow \therefore س = ك + س ج \leftarrow \therefore س = ك (ج + س)$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها ج لأسفل: من معادلة حركة الشخص نجد أن:

$$س - ك = س ج \leftarrow \therefore س = ك - س ج \leftarrow \therefore س = ك (ج - س)$$

**القوى المؤثرة على المصعد فقط والشخص بداخله:**

يؤثر على المصعد فقط والشخص داخل المصعد ثلاث قوى وهي:

- ١) وزن المصعد =  $ك' س$  ويؤثر رأسيًا لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد
- ٢) ضغط الشخص على أرضية المصعد =  $ض$  ويؤثر رأسيًا لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد
- ٣) الشد في الحبل الذي يحمل المصعد =  $ش$  ويؤثر رأسيًا لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد ويكون لدينا الحالات الآتية:

- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى أو لأسفل

$$ش = ك' س + ض$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها  $ج$  لأعلى:

$$ش - ك' س = ض + ك' ج$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها  $ج$  لأسفل:

$$ش - ك' س = ض - ك' ج$$

ملاحظة:

ضغط الرجل على أرضية المصعد يساوي ويضاد رد فعل المصعد على الرجل

**القوى المؤثرة على المصعد والشخص معا:**

يؤثر على المصعد والشخص معا قوتان وهما:

- ١) وزن المصعد والشخص =  $(ك + ك') س$  ويؤثر رأسيًا لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد
- ٢) الشد في الحبل الذي يحمل المصعد =  $ش$  ويؤثر رأسيًا لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد ويكون لدينا الحالات الآتية:

- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى أو لأسفل

$$ش = (ك + ك') س$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها  $ج$  لأعلى:

$$ش - (ك + ك') س = (ك + ك') ج$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها  $ج$  لأسفل:

$$(ك + ك') س - ش = (ك + ك') ج$$

$(ك + ك') س$



**ميزان الزنبرك:**

إذا علق جسم كتلته (ك) فى ميزان زنبركى مثبت بسقف المصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن الشد الحادث فى سلك الميزان ويتم استخدام العلاقات السابقة مع وضع ش بدلا من  $\mathcal{R}$

**ميزان الضغط:**

إذا وضع جسم كتلته (ك) على ميزان ضغط مثبت بأرضية المصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن ضغط الجسم على أرضية المصعد

وبمقارنة قراءة ميزان الضغط أو ميزان الزنبرك مع الوزن الحقيقى يتم تحديد اتجاه حركة المصعد كما يلى:

- إذا كانت قراءة الميزان  $<$  الوزن الحقيقى أى أن ش  $<$  ك أو  $\mathcal{R} <$  ك فإن المصعد يكون صاعدا لأعلى بعجلة تزايدية أو هابطا لأسفل بعجلة تقصيرية
- إذا كانت قراءة الميزان  $>$  الوزن الحقيقى أى أن ش  $>$  ك أو  $\mathcal{R} >$  ك فإن المصعد يكون هابطا لأسفل بعجلة تزايدية أو صاعدا لأعلى بعجلة تقصيرية
- إذا كانت قراءة الميزان = الوزن الحقيقى أى أن ش = ك أو  $\mathcal{R} = ك$  فإن المصعد يكون ساكن أو متحركا بسرعة منتظمة لأعلى أو لأسفل

**ملاحظة:**

- 1) قراءة كل من ميزان الضغط ( $\mathcal{R}$ ) و ميزان الزنبرك (ش) تسمى الوزن الظاهرى
- 2) إذا تحرك مصعد لأعلى بعجلة منتظمة وتحرك لأسفل بالعجلة نفسها فإن:

قراءة الميزان حال الصعود + قراءة الميزان حال الهبوط = ضعف الوزن الحقيقى

**الميزان المعتاد ذى الكفتين:**

الميزان المعتاد ذى الكفتين هو الميزان الوحيد الذى يقيس الوزن الحقيقى فى كل الظروف والأجواء

**مثال:**

شخص كتلته ٦٠ كجم يقف داخل مصعد ، احسب بثقل الكيلوجرام ضغط الرجل على أرضية المصعد فى كل من الحالات الآتية:

- ١- إذا كان المصعد ساكنا.
- ٢- المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث<sup>٢</sup>.
- ٣- المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث<sup>٢</sup>.

**الحل:**

١- إذا كان المصعد ساكنا.

$$\therefore \mathcal{R} = ك \leftarrow \therefore \mathcal{R} = ٩,٨ \times ٦٠ = ٥٨٨ \text{ نيوتن} = \frac{٥٨٨}{٩,٨} = ٦٠ \text{ ث كجم}$$

٢. المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث<sup>٢</sup>.

$$\therefore s = (j + s)k \quad \text{حيث } j = 49 \text{ سم/ث}^2 = 9,8 \text{ م/ث}^2$$

$$\therefore s = 60 \times (9,8 + 9,8) = 617,5 \text{ نيوتن} = \frac{617,5}{9,8} = 63 \text{ ث كجم}$$

٣. المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث<sup>٢</sup>.

$$\therefore s = (j - s)k \quad \text{حيث } j = 49 \text{ سم/ث}^2 = 9,8 \text{ م/ث}^2$$

$$\therefore s = 60 \times (9,8 - 9,8) = 558,6 \text{ نيوتن} = \frac{558,6}{9,8} = 57 \text{ ث كجم}$$

### مثال:

جسم وزنه الحقيقى ٢٤٠ ث جم معلق فى سلك ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ، ووزنه الظاهرى ٢٧٦ ث جم كما يعينه الميزان الزنبركى. بين أن عجلة الحركة للمصعد لها قيمتان واوجههما وعين إتجاه الحركة

### الحل:

$$\therefore \text{الوزن الظاهرى} = \text{ش} = 276 \text{ ث جم} , \text{ الوزن الحقيقى} = s = 240 \text{ ث جم}$$

$$\therefore \text{الوزن الظاهرى} < \text{الوزن الحقيقى}$$

∴ المصعد يكون صاعدا لأعلى بعجلة تزايدية أوهابطا لأسفل بعجلة تقصيرية

$$\therefore \text{ش} - s = k \quad \therefore 276 - 240 = 980 \times (240 - 276) \quad \therefore j = 240$$

$$\therefore j = \frac{980 \times 36}{240} = 147 \text{ سم/ث}^2$$

$$\text{أو } s - \text{ش} = k \quad \therefore 240 - 276 = 980 \times (276 - 240) \quad \therefore j = 240$$

$$\therefore j = \frac{980 \times 36}{240} = 147 \text{ سم/ث}^2$$

### مثال:

رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرضية مصعد كهربى كتلته ٤٢٠ كجم فإذا تحرك المصعد رأسيا لأعلى

بعجلة مقدارها ٧٠ سم/ث<sup>٢</sup>

أوجد بثقل الكيلوجرام مقدار كل من الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد وضغط الرجل على أرضية المصعد.

### الحل:

$$\therefore k = 70 \text{ كجم} , k' = 420 \text{ كجم} , j = 70 \text{ سم/ث}^2 = 9,7 \text{ م/ث}^2 \text{ رأسيا لأعلى}$$

∴ معادلة حركة المصعد وبداخله الرجل هى:

$$\text{ش} - (k + k') = s(k + k') \quad \text{حيث } k + k' = 70 + 420 = 490 \text{ كجم}$$

$$\therefore \text{ش} = 9,8 \times 490 + 9,8 \times 490 = 9,8 \times 980 = 9704 \text{ نيوتن} = \frac{9704}{9,8} = 990 \text{ ث كجم}$$

∴ معادلة حركة الرجل هي:

$$r - s = \text{ك} \quad \text{حيث } \text{ك} = 70 \text{ كجم}$$

$$\therefore r = 9,8 \times 70 + 9,8 \times 70 = 9,8 \times 140 = 1372 \text{ نيوتن} = \frac{1372}{9,8} = 140 \text{ ث كجم}$$



### مثال:

علق جسم في ميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ١٧ ث. كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة مقدارها ١,٥ ج م/ث<sup>٢</sup> وسجل القراءة ١٦ ث. كجم عندما كان المصعد هابطاً بتقصير منتظم مقداره ج م/ث<sup>٢</sup>. أوجد كتلة الجسم ومقدار ج.

### الحل:

$$\text{المصعد صاعد} \quad \therefore \text{ش} = \text{ك} (s + g)$$

$$\text{قراءة الميزان} = \text{ش} = 17 \text{ ث. كجم عندما كانت العجلة مقدارها } 1,5 \text{ ج م/ث}^2$$

$$\therefore 17 = 9,8 \times \text{ك} (1,5 + 9,8) \quad (1)$$

$$\text{المصعد هابط} \quad \therefore \text{ش} = \text{ك} (g - s)$$

$$\text{قراءة الميزان} = \text{ش} = 16 \text{ ث. كجم عندما كانت العجلة تقصيرية مقدارها } g \text{ م/ث}^2$$

$$\therefore 16 = 9,8 \times \text{ك} (9,8 - s) \quad (2)$$

بقسمة (١)، (٢)

$$\therefore \frac{17}{16} = \frac{9,8 \times \text{ك} (1,5 + 9,8)}{9,8 \times \text{ك} (9,8 - s)} \Rightarrow \frac{17}{16} = \frac{1,5 + 9,8}{9,8 - s}$$

$$\therefore 17(9,8 - s) = 16(1,5 + 9,8)$$

$$\therefore 166,6 - 17s = 137,6 + 156,8 \Rightarrow 166,6 - 137,6 = 17s + 156,8$$

بالتعويض في (٢)

$$\therefore 16 = 9,8 \times \text{ك} (9,8 - 1,4) \Rightarrow \text{ك} = \frac{16}{9,8 \times 8,4} = 1,4 \text{ كجم}$$



### مثال:

علق جسم فى نهاية ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ثم اخذت قراءة الميزان فى حالتى أن يكون المصعد متحركا لأعلى بعجلة ما ثم لأسفل بنفس مقدار العجلة السابقة فكانت القراءتان كالتى: ١,٢٢ ث.كجم ، ٠,٧٨ ث.كجم على الترتيب. عين كتلة الجسم وكذلك مقدار عجلة المصعد.

### الحل:

∴ المصعد يتحرك لأعلى وأسفل بنفس العجلة  
 ∴ مجموع القراءتان أثناء الصعود والهبوط يساوى ضعف الوزن الحقيقى ∴  $s + ش = ٢ل$   
 ∴  $١,٢٢ + ٠,٧٨ = ٢ل$  ∴  $١,٩٨ = ٢ل$  ∴  $ل = ٠,٩٩$  كجم  
 ∴ معادلة حركة المصعد أثناء الصعود هى  $ش - ل = س$   
 ∴  $١,٢٢ - ٠,٩٩ = س$  ∴  $س = ٠,٢٣$  م/ث<sup>٢</sup>

### مثال:

جسم كتلته ٩٤,٥ كجم وضع فى صندوق كتلته ٢,٥ كجم ، ثم رفع رأسيا لأعلى بواسطة حبل متحرك بعجلة قدرها ١,٤ م/ث<sup>٢</sup> ، أوجد مقدار ضغط الجسم على قاعدة الصندوق ، ومقدار الشد فى الحبل الذى يحمل الصندوق، وإذا قطع الحبل فأوجد ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عندئذ.

### الحل:

∴ كتلة الجسم ل = ٩٤,٥ كجم ، كتلة الصندوق ل' = ٢,٥ كجم ،  $س = ١,٤$  م/ث<sup>٢</sup> لأعلى  
 ∴ معادلة حركة الجسم  
 $س - ل = ل(س + ج)$

$$س = ل(س + ج) = (١,٤ + ٩,٨)٩٤,٥ = ١٠٥٨,٤ \text{ نيوتن} = \frac{١٠٥٨,٤}{٩,٨} \text{ كجم} = ١٠٨ \text{ كجم}$$

∴ معادلة حركة الجسم والصندوق معا ،  
 $ش - (ل + ل')(س + ج) = ل(س + ج) - ل'(س + ج)$   
 $ش = (ل + ل')(س + ج) = (١,٤ + ٩,٨)(٩٤,٥ + ٢,٥) = ١٦٤٦,٤ \text{ نيوتن} = \frac{١٦٤٦,٤}{٩,٨} \text{ كجم} = ١٦٨ \text{ كجم}$

إذا قطع الحبل يتحرك الجسم والصندوق لأسفل بعجلة الجاذبية الأرضية  
 ∴ معادلة حركة الجسم

$س - ل = ل(س - ج)$  ∴  $س = ل(س - ج)$  ∴  $س = ٠$   
 ∴ ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عند قطع الحبل = صفر (تعرف هذه الحالة بحالة انعدام الوزن)



## حركة جسم على مستوى مائل أملس

٥-٢

إذا تحرك جسم كتلته  $m$  تحت تأثير قوة مقدارها  $U$  على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  فإن القوى المؤثرة على الجسم هي:

- (١) القوة المعروفة وتؤثر فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ومقدارها  $U$
- (٢) قوة رد الفعل العمودى ومقدارها  $mg \cos \theta$
- (٣) قوة الوزن ومقدارها  $mg$  ويتم تحليل قوة الوزن الى مركبتين:

- مركبة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأسفل ومقدارها  $mg \sin \theta$
- مركبة فى الإتجاه العمودى على المستوى ولأسفل ومقدارها  $mg \cos \theta$

ولتحديد إتجاه حركة الجسم على المستوى المائل نقارن بين  $U$  ،  $mg \sin \theta$  بنفس الوحدة ويكون لدينا الحالات الثلاثة الآتية:

**الحالة الأولى: إذا كانت  $U < mg \sin \theta$  :**

الجسم يتحرك بعجلة منتظمة ج لأعلى المستوى وتكون معادلة حركته هي

$$U - mg \sin \theta = ma$$

وإذا أوقفت القوة  $U$  بعد مرور زمن  $t$  من بداية الحركة

فإن الجسم يتحرك لأعلى (نفس إتجاه حركته) بعجلة تقصيرية

مقدارها  $a = -g \sin \theta$  إلى أن يسكن لحظياً ثم يعكس إتجاه حركته

ويتحرك لأسفل بعجلة تزايدية مقدارها  $a = g \sin \theta$

**الحالة الثانية: إذا كانت  $U > mg \sin \theta$  :**

الجسم يتحرك بعجلة منتظمة ج لأسفل المستوى:

وتكون معادلة حركته هي

$$U - mg \sin \theta = ma$$

**الحالة الثالثة: إذا كانت  $U = mg \sin \theta$  :**

الجسم يظل محتفظاً بحالة السكون على المستوى

وإذا اكتسب الجسم سرعة منتظمة  $v$  فى إتجاه المستوى لأعلى أو أسفل المستوى فإن الجسم يتحرك على

المستوى فى إتجاه  $v$  بسرعة منتظمة طبقاً للقانون الأول لنيوتن

**ملاحظة:**

إذا كانت القوة المعلومة  $U$  أفقية أو مائلة على خط أكبر ميل أو على الأفقى بزواوية  $\theta$  يتم تحليلها إلى مركبتين إحداها في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والأخرى في الاتجاه العمودى على المستوى ثم نقارن مركبة القوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى مع مركبة الوزن لتحديد اتجاه الحركة

**مثال:**

قذف جسم إلى أعلى مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزواوية جيبها  $0,1$  وفى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى وبسرعة مقدارها  $49$  سم/ث. أوجد الزمن الذى يمضى حتى يعود الجسم إلى النقطة التى قذف منها.

**الحل:**

$$\text{جاه} = 0,1, \quad \text{ع} = 49 \text{ سم/ث}$$

الجسم سوف يتحرك لأعلى تحت تأثير وزنه فقط بعجلة  $g$

$$g = -g \text{ جاه} \leftarrow \therefore g = -0,1 \times 980 = -98 \text{ سم/ث}^2$$

أى أن الجسم سيتحرك بعجلة تقصيرية مقدارها  $98$  سم/ث<sup>2</sup>

إلى أن يسكن لحظياً ثم يعود

حساب الزمن حتى يسكن لحظياً:

$$\text{ع} = 49 \text{ سم/ث}, \quad g = -98 \text{ سم/ث}^2, \quad \text{ع} = 0$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + g \cdot \text{ن} \quad \therefore 0 = 49 - 98 \cdot \text{ن} \quad \therefore \text{ن} = \frac{49}{98} = \frac{1}{2} \text{ ث}$$

ويستغرق الجسم نفس الزمن اثناء الهبوط  $\therefore$  زمن العودة إلى نقطة القذف  $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  ث

**مثال:**

وضع جسم كتلته  $1$  كجم على مستو أملس يميل على الأفقى بزواوية قياسها  $30^\circ$  ثم أثر عليه بقوة مقدارها  $10$  نيوتن تعمل في خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى. أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وعجلته.

**الحل:**

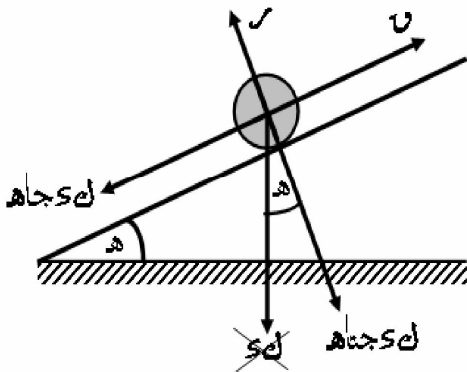
$$\text{كجم} = 1, \quad \text{ه} = 30^\circ, \quad \text{ن} = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{كجاه} = \text{كجاه} = 1 \times 9,8 \times \frac{1}{2} = 4,9$$

$$\therefore \text{ن} < \text{كجاه} \therefore \text{الجسم يتحرك لأعلى المستوى}$$

$$\therefore \text{معادلة الحركة هي: } \text{ن} - \text{كجاه} = \text{كج}$$

$$\therefore 10 - 4,9 = 1 \times \text{كج} \therefore \text{كج} = 5,1 \text{ م/ث}^2$$



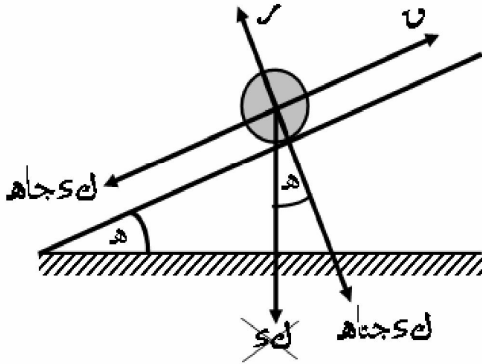
$$\therefore r = \text{كجناه} = \text{كجناه} = 3^\circ \quad \therefore r = 1 \times 9,8 \times \frac{3}{2} = 14,7 \text{ نيوتن}$$



### مثال:

جسم كتلته 32,5 كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ه حيث جنه =  $\frac{1}{3}$  ، أثرت عليه قوة مقدارها 83,5 نيوتن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى ، أوجد مقدار واتجاه عجلة الحركة ، ثم أوجد سرعة الجسم بعد 8 ثوانى من بدء الحركة.

### الحل:



$$\text{ك} = 32,5 \text{ كجم} \quad \text{و} = 83,5 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{جناه} = \frac{1}{3} \quad \therefore \text{جاه} = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \text{كجاه} = \frac{5}{13} \times 9,8 \times 32,5 = 122,5 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{كجاه} < \text{و} \quad \therefore \text{الجسم يتحرك لأسفل المستوى}$$

$$\therefore \text{معادلة الحركة هي: كجاه} - \text{و} = \text{ع}$$

$$\therefore 32,5 = 83,5 - 122,5 \quad \therefore \text{ع} = 32,5$$

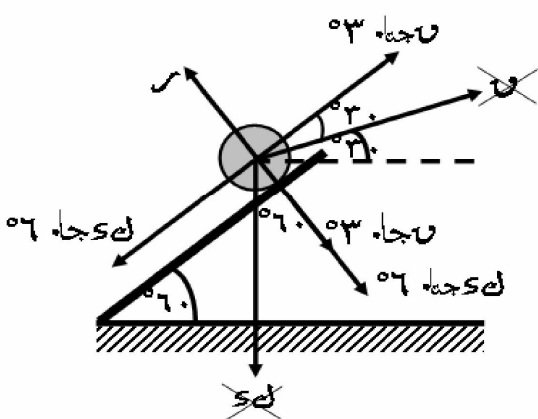
$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{و} \quad \therefore \text{ع} = 8 \times 1,2 + 0 = 9,6 \text{ م/ث}$$



### مثال:

يتحرك جسم كتلته 2 كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها 60° تحت تأثير قوة مقدارها 1 ث. كجم موجهه نحو المستوى وتصنع مع الأفقى زاوية قياسها 30° لأعلى. أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وكذلك عجلة الحركة.

### الحل:



$$\text{ك} = 1 \text{ كجم} \quad \text{و} = 1 \text{ ث. كجم} = 9,8 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{زاوية ميل المستوى على الأفقى} = 60^\circ$$

$$\therefore \text{زاوية ميل القوة على الأفقى} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{زاوية ميل القوة على المستوى} = 30^\circ$$

بتحليل القوة الى مركبتين:

$$\text{مركبة فى إتجاه المستوى} = \text{و} = 3^\circ$$

$$\text{مركبة فى الإتجاه العمودى على المستوى} = \text{جاه} = 3^\circ$$

$$\therefore \text{جنا. } 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 9,8 = \sqrt{3} \times 4,9 \quad , \quad \text{كج. } 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 9,8 \times 2$$

$\therefore$  كج.  $6^\circ < \text{جنا. } 3^\circ$   $\therefore$  الجسم يتحرك لأسفل المستوى

$\therefore$  معادلة الحركة هي: كج.  $6^\circ - \text{جنا. } 3^\circ = \text{كج.}$

$$\therefore \text{جنا. } 3^\circ - \sqrt{3} \times 4,9 = \text{كج.} \times 2 \quad \leftarrow \quad \therefore \frac{\sqrt{3} \times 4,9}{2} = \text{كج.} = \frac{\sqrt{3} \times 2,45}{2}$$

$$\therefore \text{كج. } 6^\circ + \text{جنا. } 3^\circ = \text{كج.}$$

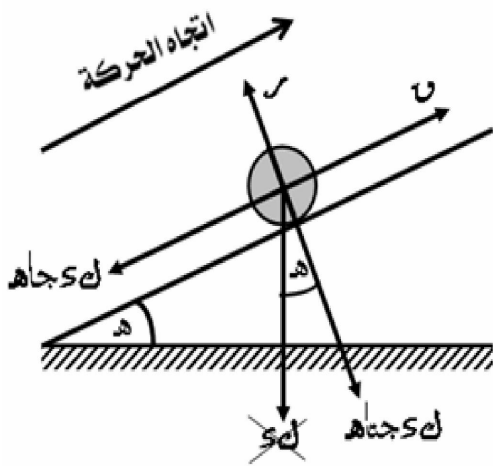
$$\therefore \text{كج. } = \frac{14,7}{9,8} = 1,5 \text{ ث.كجم} = \frac{1}{4} \times 9,8 + \frac{1}{4} \times 9,8 \times 2 = 4,9 + 4,9 = 9,8 \text{ نيوتن} = \frac{14,7}{9,8}$$



### مثال:

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ كجم أعلى مستواً ملساً يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $h$  تحت تأثير قوة مقدارها  $U$  نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى بعجلة مقدارها ٢ م/ث<sup>٢</sup> وإذا انقصت هذه القوة إلى النصف يتحرك لأسفل المستوى بعجلة مقدارها ١,٤٥ م/ث<sup>٢</sup>. أوجد مقدار  $U$ .

### الحل:



$\therefore$  الجسم يتحرك لأعلى المستوى

$$\text{كج. } 200 = \text{كج.} \quad , \quad \text{كج. } 2 = \text{كج.}$$

$\therefore$  معادلة الحركة هي:  $U - \text{كج.جنا.هـ} = \text{كج.}$

$$\therefore U - 9,8 \times 200 = 2 \times 200$$

$$\therefore U - 1960 = 400 \quad (1)$$

بعد أن انقصت القوة إلى النصف الجسم يتحرك لأسفل المستوى

$$\text{كج. } 200 = \text{كج.} \quad , \quad \text{كج. } 1,45 = \text{كج.}$$

$\therefore$  معادلة الحركة هي:  $\text{كج.جنا.هـ} - \frac{1}{2}U = \text{كج.}$

$$\therefore 9,8 \times 200 - \frac{1}{2}U = 1,45 \times 200 \quad (2) \quad \therefore 1960 - \frac{1}{2}U = 290$$

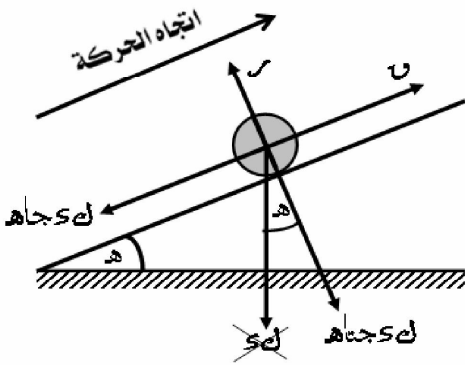
$$\text{بجمع (1)، (2)} \quad \therefore 1960 - \frac{1}{2}U = 290 \quad \therefore \frac{1}{2}U = 1670 \quad \therefore U = 3340 \text{ نيوتن}$$



مثال: 

جسم كتلته ٥٠٠ جم موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{3}{5}$  أثرت عليه قوة تعادل ٥٠٠ ث.جم إلى أعلى المستوى وفى اتجاه خط أكبر ميل . أوجد عجلة الحركة ، وإذا إنعدم تأثير القوة بعد مضى ثانييتين أوجد المسافة الى يصعدها الجسم بعد ذلك حتى يسكن لحظيا .

## الحل:



$$\therefore \text{لـ جـاـه} = \frac{3}{5} \times 980 \times 500 = 294000 \text{ دـاين}$$

$$v = 500 \text{ ث.جم} = 980 \times 500 = 490000 \text{ دـاين}$$

$$\therefore v < \text{لـ جـاـه}$$

∴ الجسم يصعد لأعلى المستوى

$$\therefore \text{معادلة الحركة هي: } v - \text{لـ جـاـه} = \text{لـ جـ}$$

$$\therefore 490000 - 294000 = 500 \times \text{لـ جـ}$$

$$\therefore 500 \times \text{لـ جـ} = 196000 \Rightarrow \text{لـ جـ} = \frac{196000}{500} = 392 \text{ سم/ث}^2$$

حساب السرعة بعد ثانييتين ( أى قبل إنعدام تأثير القوة)

$$v = 0, \text{ لـ جـ} = 392 \text{ سم/ث}^2, \text{ ن} = 2 \text{ ث}$$

$$\therefore v = 0 + \text{لـ جـ} \times \text{ن} \therefore 0 = 392 \times 2 + v \therefore v = -784 \text{ سم/ث}$$

وهذه السرعة تعتبر سرعة ابتدائية بعد إنعدام تأثير القوة فيتحرك الجسم لأعلى المستوى تحت تأثير وزنه فقط بعجلة جـ حيث

$$\text{جـ} = -\text{لـ جـاـه} = -\frac{3}{5} \times 980 = -588 \text{ سم/ث}^2$$

إيجاد المسافة حتى يسكن الجسم لحظيا:

$$v = 0, \text{ لـ جـ} = -588 \text{ سم/ث}^2, \text{ لـ جـ} = 784 \text{ سم/ث}$$

$$\therefore v^2 = 0 = 784^2 + 2 \times (-588) \times \text{ف} \Rightarrow \text{ف} = \frac{784^2}{588 \times 2}$$

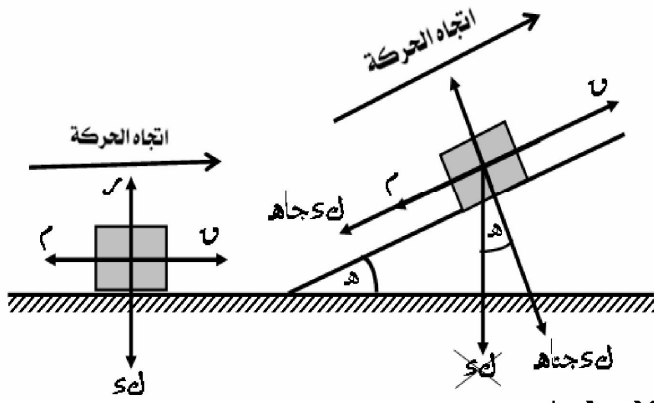
$$\therefore \text{ف} = \frac{784^2}{588 \times 2} = \frac{784 \times 784}{1176} = 522 \frac{2}{3} \text{ سم}$$

مثال: 

قطار كتلته ٢٤٠ طنا يسير فى طريق أفقى بعجلة منتظمة ٢,٤٥ سم/ث<sup>٢</sup> فإذا كانت قوة الآتة تعادل ٢٠٠٠ ث.كجم فما مقدار المقاومة لكل طن من كتلة القطار.

وإذا صعد هذا القطار أعلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية ه حيث جاه =  $\frac{1}{50}$  فما العجلة التي يتحرك بها القطار إلى أعلى المنحدر علما بأن المقاومة لم تتغير.

### الحل:



$$كجم = 240 = 240 \times 10^3 \text{ كجم}$$

$$ج = 2,45 = 2,45 \text{ سم}^2 = 10 \times 2,45 \text{ م}^2$$

$$ص = 2000 \text{ ث.كجم}$$

$$= 9,8 \times 2000 \text{ نيوتن}$$

على الطريق الأفقى:

$$\text{معادلة الحركة هي: } كج = ص - ك$$

حيث ك المقاومة الكلية لحركة القطار

$$10 \times 2,45 \times 310 \times 240 = ك - 9,8 \times 2000 \therefore$$

$$\therefore ك = 19600 - 5880 = 13720 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{المقاومة لكل طن} = \frac{ك}{ك} = \frac{13720}{240} = 57 \frac{1}{6} \text{ نيوتن} = 9,8 \div 57 \frac{1}{6} = 5 \frac{5}{6} \text{ ث.كجم}$$

على المنحدر:

$$\text{معادلة الحركة هي: } ص - ك - كج = ك \text{ حيث ك المقاومة لم تتغير}$$

$$\therefore 10 \times 240 = 13720 - \frac{1}{50} \times 9,8 \times 310 \times 240 - 9,8 \times 2000 \therefore$$

$$\therefore 1176 = 310 \times 240 \leftarrow 13720 - 4704 - 19600 \therefore$$

$$\therefore ج = \frac{1176}{310 \times 240} = 0,0049 \text{ م}^2 = 100 \times 0,0049 = 49 \text{ سم}^2$$



## حركة جسم على مستوى خشن

٦-٢

## الحركة على مستوى خشن:

عند دراسة الحركة على المستويات الخشنة تظهر قوى الاحتكاك وتكون هي احدى القوى المؤثرة على الجسم فنجد أنه إذا كان الجسم متزناً على المستوى الخشن تحت تأثير قوة تعمل على تحريكه فإن قوة الاحتكاك تكون هي قوة الاحتكاك السكوني أما إذا تحرك الجسم على المستوى الخشن فإن قوة الاحتكاك تكون هي قوة الاحتكاك الحركي.

ويجب تذكر الخواص التالية عند دراسة الحركة على مستوى خشن:

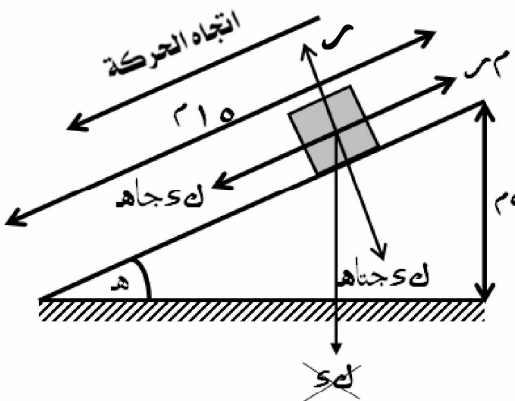
- (١) قوة الاحتكاك تكون دائماً ضد اتجاه الحركة.
- (٢) قوة الاحتكاك السكوني تزيد كلما زادت القوة المماسية التي تعمل على إحداث الحركة حتى تصل قوة الاحتكاك السكوني الى قيمة لا تتعدها وعند ذلك يكون الجسم على وشك الحركة ويكون الاحتكاك السكوني نهائى ويساوى  $\mu_s$  حيث  $\mu_s$  معامل الاحتكاك السكوني.
- (٣) إذا تحرك الجسم على سطح خشن فإن قوة الاحتكاك فى هذه الحالة تكون هي الاحتكاك الحركي وتساوى  $\mu_k$  حيث  $\mu_k$  معامل الاحتكاك الحركي.
- (٤) معامل الاحتكاك السكوني  $\mu_s <$  معامل الاحتكاك الحركي  $\mu_k$



## مثال:

تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل طوله ١٥ متر وارتفاعه ٩ أمتار أوجد سرعة الصندوق الذى بدأ حركته من السكون عند قمة المستوى وذلك عند وصوله إلى قاعدة المستوى إذا كان المستوى خشناً ومعامل الاحتكاك الحركي  $\frac{1}{4}$ .

## الحل:



∴ المستوى خشن ،  $\mu = \mu_k$  له  $W \sin \theta$  نيوتن

∴ قوة الاحتكاك الحركي  $= \mu_k W \cos \theta$

$$= \frac{1}{4} W \cos \theta \text{ نيوتن}$$

معادلة الحركة هي:  $W \sin \theta - \mu_k W \cos \theta = ma$

$$W \sin \theta - \frac{1}{4} W \cos \theta = ma$$

$$\therefore a = \frac{12}{15} \times 9.8 \times \frac{1}{4} - \frac{9}{15} \times 9.8 \therefore a = 1.96 - 5.88 = -3.92 \text{ م/ث}^2$$

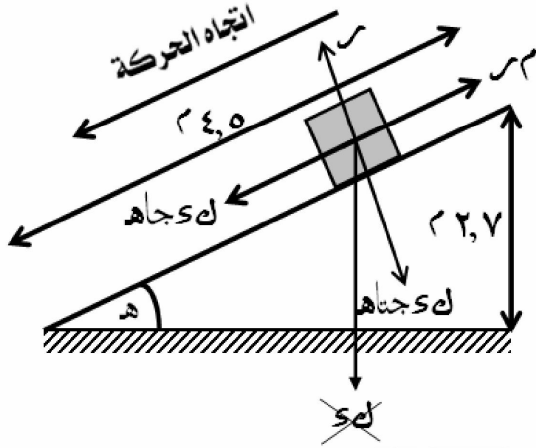
$$\therefore v^2 = 2as = 2 \times (-3.92) \times 15 = -117.6 \therefore v = \sqrt{117.6} = 10.8 \text{ م/ث}$$



مثال: 

مستوى مائل طوله ٤,٥ متر وارتفاعه ٢,٧ متر، وضع جسم عند قمة المستوى وبدأ الحركة من السكون أحسب سرعة الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى والزمن اللازم إذا كان معامل الإحتكاك الحركي ٠,٥.

## الحل:



$W = mg$  = كتلة الجسم  $\times$  تسارع الجاذبية =  $9.8 \times 4.5 = 44.1$  نيوتن  
 $f = \mu R = 0.5 \times 44.1 = 22.05$  نيوتن

معادلة الحركة هي:

$$W \sin \theta - f = ma$$

$44.1 \times \frac{2.7}{4.5} - 22.05 = 4.5a$  بالقسمة على  $4.5$

$$a = \frac{3.6}{4.5} \times 9.8 \times 0.5 - \frac{2.7}{4.5} \times 9.8$$

$$\therefore a = 3.92 - 5.88 = -1.96 \text{ م/ث}^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 0 + 2 \times (-1.96) \times 4.5 \Rightarrow v = -4.2 \text{ م/ث}$$

$$v = -4.2 \text{ م/ث} \Rightarrow \frac{v}{u} = \frac{10}{v} = \frac{4.2}{1.96} \Rightarrow v = 10 \times \frac{1.96}{4.2} = 4.67 \text{ م/ث}$$

مثال: 

جسم كتلته ١٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى

يساوى  $\frac{3}{4}$  بينما معامل الإحتكاك الحركى يساوى  $\frac{3}{8}$  احسب القوة الأفقية التى تجعل الجسم على

وشك الحركة، ثم أوجد القوة الأفقية التى يجعله يتحرك بعجلة قدرها  $\frac{3}{4} \frac{9.8}{10}$  م/ث<sup>٢</sup>.

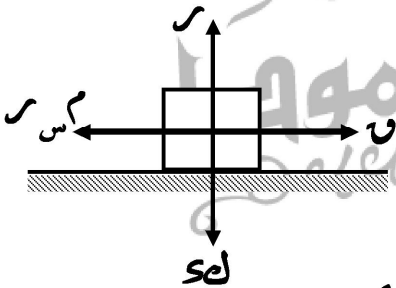
## الحل:

أولا: القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة

$$F = \mu_s mg = \frac{3}{4} \times 12 \times 9.8 = 88.2 \text{ نيوتن}$$

$$F = \mu_k mg = \frac{3}{8} \times 12 \times 9.8 = 35.7 \text{ نيوتن}$$

$$F = \mu_k mg = \frac{3}{8} \times 12 \times 9.8 = 35.7 \text{ نيوتن}$$





ثانيا: القوة التي تجعل الجسم يتحرك بعجلة

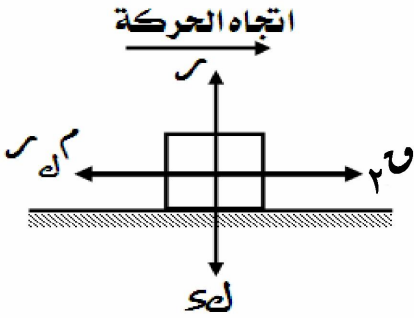
$$\therefore r = s, \quad m = \frac{3}{4}, \quad a = \frac{3\sqrt{49}}{20}$$

∴ معادلة الحركة هي

$$r - m = s - k = j$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{49}}{20} \times 12 = 9,8 \times 12 \times \frac{3}{4} - r$$

$$\therefore r = 3\sqrt{58,8} + 3\sqrt{29,4} = 3\sqrt{88,2} = \frac{3\sqrt{88,2}}{9,8} = 3\sqrt{9} \text{ ث كجم}$$



### مثال

جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن ، موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ٢٥° وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوى ٣٥ ، ومعامل الاحتكاك الحركى يساوى ٢٥ ، أوجد القوة 'r' الأفقية فى كل الحالات الآتية:

Ⓐ تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

Ⓑ أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى.

Ⓒ تمنع الجسم من الإنزلاق.

### الحل:

Ⓐ تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

$$\therefore r = s + k + m = 300, \quad m = 35$$

$$\therefore r = s + k + m = 800 + 200 + 350 = 1350$$

$$= 720,05 + 629,95 = 1350$$

$$\therefore s + k + m = 720,05 + 629,95 = 1350$$

$$\therefore s + k + m = 800 + (720,05 + 629,95) = 1350$$

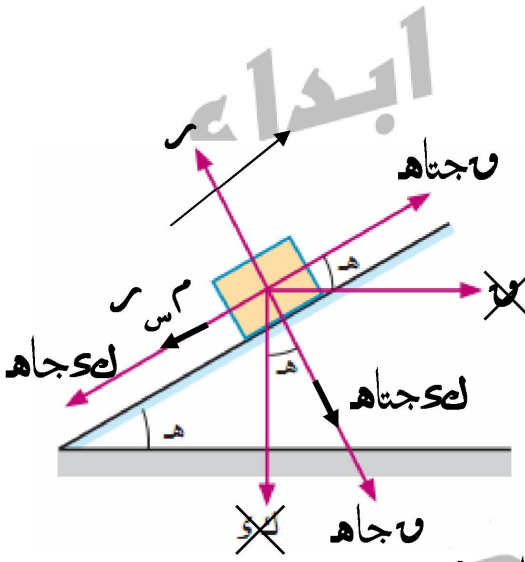
$$\therefore 338,095 + 253,768 + 758,137 = 1350$$

$$\therefore 591,863 = 758,137 = 1350$$

Ⓑ أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى.

$$\therefore r = s + k + m = 200, \quad m = 35$$

$$\therefore r = s + k + m = 800 + 200 + 350 = 1350$$

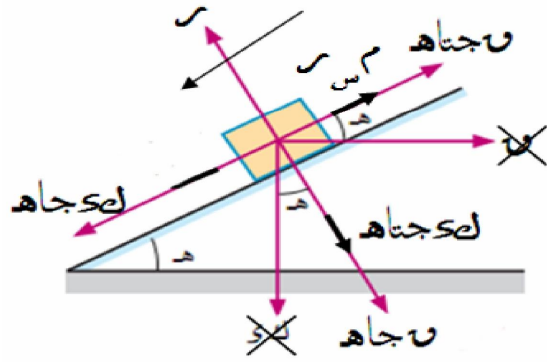


$$\therefore \text{U جناه} = \text{U}^2 + \text{K جاه}$$

$$\therefore \text{U جناه} = 2 = (720,00 + \text{U}, 42), 20 = 800 \text{ جاه} + 2$$

$$\therefore 338,090 + 181,263 + \text{U}, 100 = \text{U}, 91$$

$$\therefore 519,358 = \text{U}, 800 = \frac{519,358}{8,00} = \text{U} \therefore \approx 64,2 \text{ نيوتن}$$



⊙ U تمنع الجسم من الإنزلاق.

$$\therefore \text{U جناه} + \text{U جاه} = \text{U}^2 + \text{K جاه} = 30$$

$$\therefore \text{U جناه} = 2 = 800 \text{ جاه} + 2$$

$$720,00 + \text{U}, 42 =$$

$$\therefore \text{U جناه} + \text{U}^2 = \text{K جاه}$$

$$\therefore \text{U جناه} = 2 = (720,00 + \text{U}, 42), 30 + 800 \text{ جاه} + 2$$

$$\therefore 338,090 = 203,768 + \text{U}, 147 + \text{U}, 91$$

$$\therefore 84,327 = \text{U}, 057 = \frac{84,327}{1,057} = \text{U} \therefore \approx 79,8 \text{ نيوتن}$$

### مثال:

ينزلق جسم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية  $45^\circ$  فإذا كان معامل الإحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{3}{4}$  فاثبت أن الزمن الذى يقطع فيه أية مسافة يساوى ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة إذا كان المستوى أملس وبفرض أن الجسم بدء الإنزلاق من السكون فى الحالتين.

### الحل:

إذا كان المستوى أملس

يتحرك الجسم تحت تأثير وزنه فقط بعجلة ج

$$\therefore \text{J} = \text{K جاه} \text{ (فى حالة الحركة تحت تأثير الوزن فقط لاسفل)}$$

$$\therefore \text{J} = 9,8 \times \text{Jاه} = 9,8 \times \frac{2}{\text{م}} = 19,6 \text{ م/ث}^2$$

نفرض أن المسافة المقطوعة = ف متر والزمن اللازم لقطعها = ن

$$\text{ع} = 0, \text{ ج} = 19,6 \text{ م/ث}^2$$

$$\therefore \text{ف} = \text{ع} \cdot \frac{1}{\text{ج}} + \text{ن} \therefore \text{ف} = 19,6 \times \frac{1}{19,6} + \text{ن} = 1 + \text{ن} \quad (1)$$

إذا كان المستوى خشن:

$$\therefore r = \text{كسجناه } 4^\circ \text{ نيوتن} , \text{ ك} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{ك} = r = \frac{3}{4} \times \text{كسجناه } 4^\circ \text{ نيوتن}$$

معادلة الحركة هي:

$$\text{كسجناه } 4^\circ - \text{ك} = r = \text{كسجناه } 4^\circ$$

$$\text{كسجناه } 4^\circ - \text{ك} = \frac{3}{4} \times \text{كسجناه } 4^\circ \text{ بالقسمة على ك}$$

$$\therefore \text{كسجناه } 4^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 9,8 \times \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times 9,8$$

$$\therefore \text{كسجناه } 4^\circ = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{كسجناه } 4^\circ = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 9,8 = 1,225 \text{ م/ث}$$

نفرض أن المسافة المقطوعة هي نفس المسافة السابقة أي ف متر والزمن اللازم لقطعها = ن

$$ع = 0 , \text{ كسجناه } 4^\circ = 1,225 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{ف} = ع + \frac{1}{2} \text{كسجناه } 4^\circ \text{ ن}^2 \quad \therefore \text{ف} = 0 + \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 \quad (2)$$

من (1)، (2)

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times \text{ن}^2$$

∴ الزمن الذي يقطع فيه المسافة ف على المستوى الخشن يساوي ضعف الزمن الذي يقطع فيه نفس المسافة إذا كان المستوى أملس.

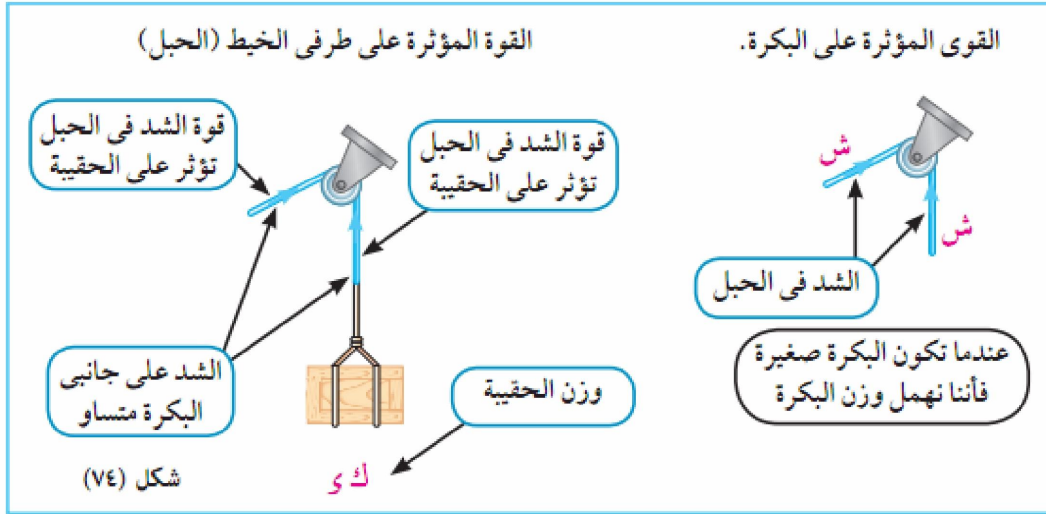


محمود

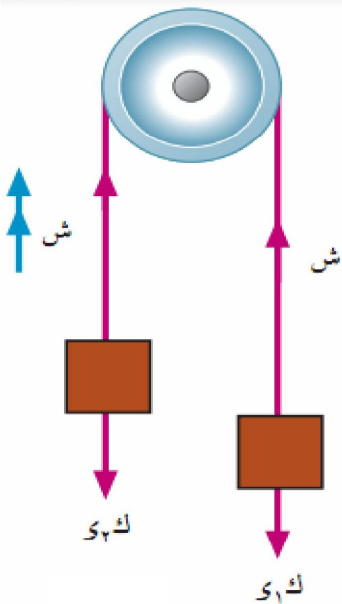
## البكرات البسيطة

٧ - ٢

تستخدم البكرات في أراض عديدة مثل تقليل القوة اللازمة لرفع الأجسام وتسهيل الحركة وتغيير اتجاه القوة ومن البكرات ما هو ثابت ومنها ما هو متحرك وعندما تكون البكرة صغيرة وملساء يكون الشد على جانبي البكرة متساو والشكل الآتي يوضح القوى المؤثرة عند رفع حقيبة (جسم) باستخدام البكرة



### حركة مجموعة مكونة من كتلتين تتدليان رأسياً من طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء:



إذا كانت الكتلتان هما  $ك_١$  ،  $ك_٢$  حيث  $ك_١ < ك_٢$  متصلتان معا بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء كما هو موضح بالشكل فإن الكتلة الأكبر سوف تتحرك رأسياً لأسفل بعجلة  $ج$  وبالتالي تتحرك الكتلة الأصغر رأسياً لأعلى بنفس العجلة  $ج$  وبما أن البكرة ملساء فإن الشد في طرفي الخيط لن يتغير وبالتالي تكون معادلتى الحركة هما:

$$ش - ك_١ = ك_٢ ج$$

$$ك_١ = ش - ك_٢ ج$$

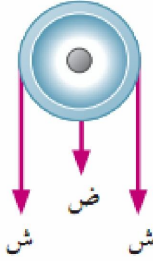
وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى  $ج$  ،  $ش$

#### عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين بعد زمن  $ن$  ، فإن كلا من الجسمين يتحرك في نفس اتجاهه السابق قبل قطع الخيط كما يلي:

• الكتلة  $ك_١$  تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية  $ع$  (وهى السرعة لحظة قطع الخيط) وتحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية.

• الكتلة  $ك_٢$  تتحرك لأعلى بسرعة ابتدائية  $ع$  (وهى السرعة لحظة قطع الخيط) وعكس عجلة الجاذبية الأرضية إلى أن تسكن لحظياً ثم تسقط سقوطاً حراً.

**الضغط على البكرة:**

يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد شـ كل منهما رأسياً لأسفل وبالتالي فإن محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة

$$\text{ش} = 2\text{ش}$$

**ملاحظة:**

إذا بدأت المجموعة الحركة والكتلتان فى مستوى واحد ، وكانت المسافة المقطوعة خلال زمن ن تساوى ف فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين تساوى ٢ف وحدة طول

**حالات مشابهة:****الحالة الأولى:**

إذا تم إضافة كتلة لـ<sub>٣</sub> الى الكتلة لـ<sub>١</sub> وكانت لـ<sub>٣</sub> + لـ<sub>١</sub> < لـ<sub>٢</sub> ، لـ<sub>١</sub> > لـ<sub>٢</sub> وبدأت المجموعة الحركة فغن معادلات الحركة تكون:

$$s(ل١ + ل٣) - ش = ج(ل١ + ل٣)$$

$$ش - ل٣ = س٢ ل٢ = ج٢ ل٢$$

وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى ج ، ش

وإذا انفصلت الكتلة الإضافية لـ<sub>٣</sub> بعد زمن ن ثانية فإن المجموعة تتحرك فى

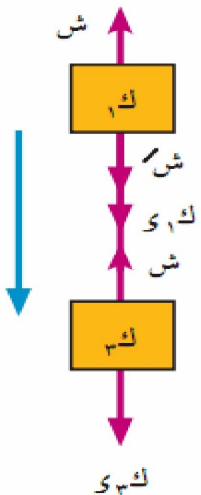
نفس إتجاهها السابق بسرعة ابتدائية تساوى سرعة المجموعة لحظة الانفصال

ولكن بعجلة تقصيرية إلى ان تسكن لحظياً ويتم تحديد العجلة التقصيرية بتكوين معادلات حركة مرة ثانية للنظام بعد انفصال لـ<sub>٣</sub>

$$ل١ - س١ ش - ج١ = ش - ل٣ = س٢ ل٢ = ج٢ ل٢$$

وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى ج ، ش

وبعد السكون اللحظى يتغير إتجاه الحركة ليصبح فى إتجاه لـ<sub>٢</sub> وبعجلة تزايدية يتم تحديدها بتكوين معادلات حركة مرة ثالثة

**ملاحظة:**

إذا كانت الكتلتان لـ<sub>٣</sub> ، لـ<sub>١</sub> مربوطتان بخيط اخر فإن الشدود تكون كما هو موضح بالشكل وتكون معادلات الحركة للكتلتين هي:

$$ل١ + س١ ش - ش = ج١ ل١$$

$$ل٣ - س٢ ش = ج٢ ل٣$$

**الحالة الثانية:**

إذا كانت الكتلتان متساويتان وكل منهما تساوى  $ل$  فإن المجموعة لن تتحرك أما إذا أضيفت كتلة  $ل$  إلى إحدى الكتلتين فإن المجموعة تتحرك في اتجاه الكتلتين  $ل + ل$  وتكون معادلات الحركة هي:

$$(ل + ل)س - ل = لج$$

$$ش - ل = ل = ل$$

إذا انفصلت الكتلة الإضافية بعد زمن  $ن$  ثانية

فإن المجموعة تتحرك في نفس اتجاه حركتها بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة انفصال الكتلة الإضافية

**الحالة الثالثة:**

إذا علقت الكتلتان  $ل$  ،  $ل$  في طرفي خيط ولانعلم أي الكتلتين أكبر فإذا اكسبنا الكتلة  $ل$  سرعة  $ع$  لأسفل وتحركت المجموعة يكون لدينا ثلاثة حالات:

(١) إذا عادت المجموعة إلى وضعها الأصلي بعد زمن قدره  $ن$  ثانية

فذلك يدل على أن  $ل > ل$  وان المجموعة تحركت بعجلة تقصيرية إلى أن سكنت لحظيا ثم غيرت اتجاه حركتها ويمكن حساب قيمة العجلة التقصيرية من المعلومات التالية:

السرعة الابتدائية =  $ع$  ، السرعة النهائية = صفر ، الزمن =  $\frac{ل}{ل}$

(٢) إذا تحركت المجموعة حركة منتظمة بسرعة منتظمة تساوى السرعة التي اكسبناها للكتلة  $ل$  ، فذلك يدل على أن الكتلتان متساويتان أي أن  $ل = ل$  والحركة تتبع القانون الأول لنيوتن.

(٣) إذا تحركت المجموعة بعجلة تزايدية فذلك يدل على أن  $ل < ل$  وتكون معادلات الحركة

$$ش - ل = ل = ل$$

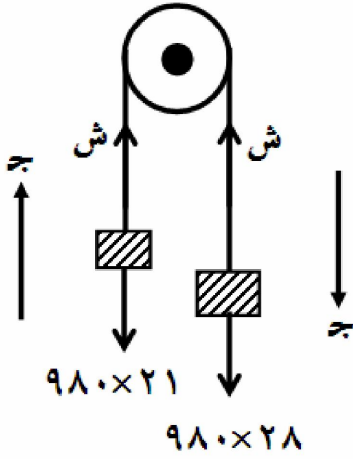
$$ش - ل = ل = ل$$

**مثال:**

علق جسمان كتلتاهما ٢٨ ، ٢١ جم من طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء، فإذا تحركت المجموعة من السكون، فأوجد عجلة المجموعة ومقدار الشد في الخيط وسرعة المجموعة بعد ثابيتين من بدء الحركة.

**الحل:**

$$ل = ٢٨ جم \therefore ل = ٢٨ \times ٩.٨٠ \text{ دابن} ، ل = ٢١ جم \therefore ل = ٢١ \times ٩.٨٠ \text{ دابن}$$



معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 28 - 980 \times 28 = ش$$

$$(2) \quad ش - 980 \times 21 = 28$$

بجمع المعادلتين (1) و (2)

$$\therefore (28 + 21) = 980 \times (21 - 28)$$

$$\therefore ج = \frac{980 \times 7}{49} = 140 \text{ سم/ث}^2 \quad \#$$

بالتعويض فى (2)

$$\therefore ش - 980 \times 21 = 140 \times 21$$

$$\therefore ش = (980 + 140) \times 21 = 23520 \text{ دالين} \quad \#$$

$$\therefore ع = 0, \quad ج = 140 \text{ سم/ث}^2, \quad ن = 2 \text{ ث}$$

$$\therefore ع = ع + ج = 0 + 140 = 140 \text{ سم/ث}^2 \quad \#$$

### مثال:

خييط خفيف يمر على بكرة مثبتة ملساء ، ويتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٩٠ جم ، ومن الطرف الآخر جسم كتلته ٧٠ جم ، وبدأت المجموعة حركتها من السكون عندما كانت الكتلة ٩٠ جم على ارتفاع ٢٤٥ سم من سطح الأرض:

(أ) أوجد الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض.

(ب) أوجد الزمن الذى يمضى بعد ذلك حتى يصبح الخييط مشدودا مرة أخرى.

### الحل:

معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 90 - 980 \times 90 = ش$$

$$(2) \quad ش - 980 \times 70 = 70$$

$$\therefore (70 + 90) = 980 \times (70 - 90)$$

$$\therefore ج = \frac{980 \times 20}{160} = 122,5 \text{ سم/ث}^2$$

(أ) الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض.

$$\therefore ع = 0, \quad ج = 122,5 \text{ سم/ث}^2, \quad ف = 245 \text{ سم}$$

$$\therefore ف = ع + ج = 0 + 122,5 = 122,5 \text{ سم}$$

$$\therefore ن = \frac{245}{122,5} = 2 \text{ ث} \quad \#$$

$$240 = 2 + 2 \text{ جف} \leftarrow \therefore 240 = 2 + 0 = 240 \times 122, 5 \times 2 + 0 = 240$$

$\therefore 240 = 2 \text{ سم/ث}$  وهذه هي السرعة لحظة وصول الكتلة ٩٠ إلى سطح الأرض

(ب) الزمن الذي يمضي بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدودا مرة أخرى.  
بعد وصول الكتلة ٩٠ إلى سطح الأرض ينعدم الشد وتتحرك الكتلة ٧٠ في نفس اتجاه حركتها لأعلى بسرعة ابتدائية ٢٤٥ سم/ث وبعجلة تقصيرية ٩٨٠ سم/ث<sup>٢</sup> إلى أن تسكن لحظيا بعد زمن ن ثم تغير اتجاه حركتها لأسفل

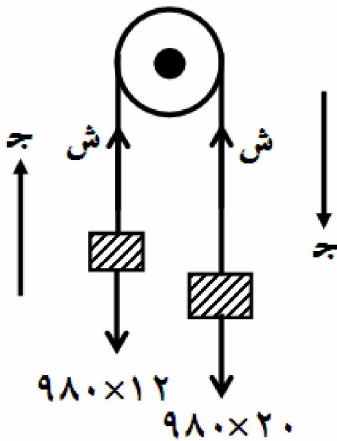
$$240 = 2 + 2 \text{ جف} \quad \therefore 240 = 2 + 0 = 240 \quad \therefore 240 = 2 + 0 = 240$$

$$\therefore \text{الزمن الذي يمضي حتى يصبح الخيط مشدودا مرة أخرى} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ ث} \quad \#$$

### مثال

يمر خيط خفيف ثابت الطول على بكرة صغيرة ملساء مثبتة، ويحمل من طرفيه كتلتين ٢٠، ١٢ جم تتدليان رأسيًا، أوجد عجلة حركة المجموعة والشد في الخيط، وإذا كانت المجموعة قد بدأت حركتها من السكون، وقطع الخيط بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة، عين أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلي عند بدء الحركة.

### الحل:



معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 20 - 980 \times 20 = 20 \text{ ج}$$

$$(2) \quad 12 - 980 \times 12 = 12 \text{ ج}$$

بجمع المعادلتين ١، ٢

$$\therefore (12 - 20) = 980 \times (12 - 20) \text{ ج}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{980 \times 8}{32} = 245 \text{ سم/ث}^2 \quad \#$$

بالتعويض في (٢)

$$\therefore 12 - 980 \times 12 = 12 \text{ ج}$$

$$\therefore 12 = (245 + 980) \times 12 = 1470 \text{ دايين}$$

حساب السرعة والمسافة المقطوعة لحظة قطع الخيط

$$\therefore 0 = 245 \text{ سم/ث}^2 \quad \therefore 2 = 0$$

$$\therefore 2 \times 245 + 0 = 490 \text{ سم/ث}$$

$$\therefore 2 \text{ ج} + 0 = 2 \text{ ج} \quad \therefore 2 \times 245 \times \frac{1}{2} + 0 = 245 \text{ سم}$$



بعد قطع الخيط تتحرك الكتلة ١٢ فى نفس اتجاه حركتها لأعلى بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وعكس عجلة الجاذبية الأرضية إلى ان تسكن لحظيا

$$\therefore \text{ع} = ٤٩٠ \text{ سم/ث}^2 , \text{ ج} = -٩٨٠ \text{ سم/ث}^2 , \text{ ع} = ٠$$

$$\therefore ٢\text{ع} = ٢\text{ع} + ٢\text{جف} \leftarrow \therefore ٠ = ٢٤٩٠ - ٢ \times ٩٨٠ \times \text{ف}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{٢٤٩٠}{٩٨٠ \times ٢} = ١٢٢,٥ \text{ سم}$$

$\therefore$  أقصى ارتفاع تصل اليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلي  $= ١٢٢,٥ + ٤٩٠ = ٦١٢,٥$  سم

### مثال:

خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء ، ويحمل فى أحد طرفيه ثقلين ٢٣٥ ، ٢٠ جم متصلين بخيط بحيث كان الثقل ٢٠ جم أسفل الثقل ٢٣٥ جم ، وفى الطرف الآخر ثقل قدره ٢٣٥ جم ، احسب العجلة المشتركة ، وإذا تحركت المجموعة من السكون ، وقطع الخيط الذى يحمل الثقل ٢٠ بعد ان قطعت المجموعة مسافة ٤٥ سم وكان الثقل ٢٣٥ جم الهابط على مسافة ٩٠ سم من سطح الأرض عندئذ ، فاحسب الزمن الذى يأخذه هذا الثقل حتى يصل إلى سطح الأرض.

### الحل:

معادلات الحركة هي:

$$(١) ٢٠ = \text{ش} - ٩٨٠ \times ٢٠$$

$$(٢) ٢٣٥ = \text{ش} + ٩٨٠ \times ٢٣٥$$

$$(٣) ٢٣٥ = ٩٨٠ \times ٢٣٥ - \text{ش}$$

بجمع المعادلات ١، ٢، ٣

$$\therefore ٠ = ٩٨٠ \times (٢٠ + ٢٣٥ + ٢٣٥)$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{٩٨٠ \times ٢٠}{٤٩٠} = ٤٠ \text{ سم/ث}^2$$

حساب السرعة لحظة قطع الخيط

$$\therefore \text{ع} = ٠ , \text{ ج} = ٤٠ \text{ سم/ث}^2 , \text{ ف} = ٤٥ \text{ سم}$$

$$\therefore ٢\text{ع} = ٢\text{ع} + ٢\text{جف} \therefore ٣٦٠٠ = ٤٥ \times ٤٠ \times ٢ + ٠ = ٢\text{ع} \therefore \text{ع} = ٦٠ \text{ سم/ث}$$

بعد قطع الخيط تتحرك المجموعة فى نفس اتجاه حركتها بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة قطع الخيط ويقطع الثقل ٢٣٥ جم الهابط مسافة ٩٠ سم بهذه السرعة فى زمن ن ثانية

$$\therefore \text{ف} = \text{ن} \therefore \text{ن} = \frac{٩}{٦} = ١,٥ \text{ ث}$$

## مثال:

جسمان  $P$  ،  $B$  كتلة كل منهما  $٢٥$  جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء ويتدليان رأسياً ، أضيفت كتلة مقدارها  $٣٥$  جم الى الجسم  $P$  ، فإذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فاثبت أن عجلة المجموعة هى  $\frac{٥٣٥}{٣٥+٢}$  حيث  $٥٣٥$  عجلة الجاذبية.

وإذا اصطدم الجسم  $P$  بالأرض بعد أن قطع مسافة  $٥٠$  سم واستمر الجسم  $B$  فى الحركة حتى صار على بعد  $٦٠$  سم من النقطة التى بدأ التحرك منها حيث سكن لحظياً. أوجد قيمة  $٤$ .

## الحل:

معادلتى الحركة هما:

$$(١) \quad ٢(٣٥+٤) = ش - ٥ \times (٣٥+٤)$$

$$(٢) \quad ش - ٤ = ٥ - ٤$$

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

$$\therefore ٢(٤+٣٥) = ٥ \times (٤-٣٥+٤)$$

$$\therefore ٢ = \frac{٥٣٥}{٣٥+٤} \text{ سم/ث}^٢ \quad \#$$

قبل اصطدام الجسم  $P$  بالأرض:

$$٤ = ٠ ، \quad ٢ = \frac{٥٣٥}{٣٥+٤} \text{ سم/ث}^٢ ، \quad ٥٠ = ٥$$

$$\therefore ٢٤ = ٢٤ + ٢٤$$

$$\therefore ٢٤ = ٥٠ \times \frac{٥٣٥}{٣٥+٤} \times ٢ + ٠ = ٢٤ \therefore \frac{٥٣٥ \cdot ٠}{٣٥+٤} = ٤$$

بعد اصطدام الجسم  $P$  بالأرض:

∴ الجسم  $B$  سيقطع مسافة  $٦٠ = ٥٠ - ١٠$  سم بسرعة ابتدائية مقدارها  $\frac{٥٣٥ \cdot ٠}{٣٥+٤}$  وبعجلة

تقصيرية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية حتى يسكن لحظياً

$$١٠ \times ٩٨٠ \times ٢ - ٢ \left( \frac{٥٣٥ \cdot ٠}{٣٥+٤} \right) = ٠ \therefore \quad ٢٤ = ٢٤ + ٢٤$$

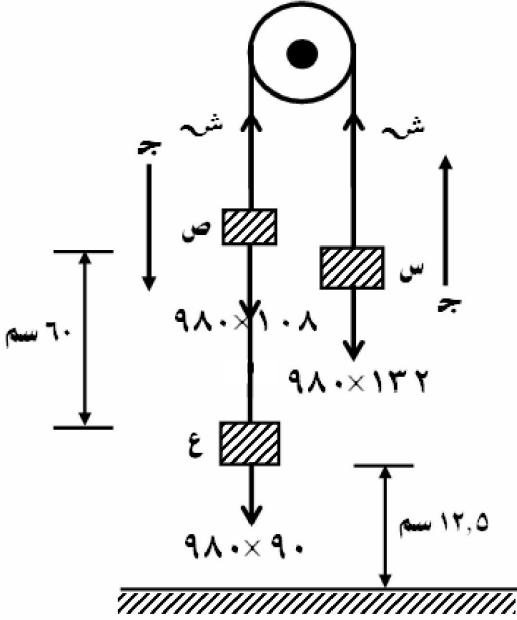
$$١٧٥ = \frac{٩٨٠ \times ٣٥ \cdot ٠}{١٩٦٠} = ٣٥ + ٤ \therefore \quad ١٩٦٠ = \frac{٩٨٠ \times ٣٥ \cdot ٠}{٣٥+٤} \therefore$$

$$\therefore ١٤٠ = ٣٥ - ١٧٥ = ٤ \therefore \quad ١٤٠ = \frac{١٤٠}{٢} = ٧٠ \text{ جم}$$

## مثال:

جسمان س ، ص كتلتاهما ١٢٢ ، ١٠٨ من الجرامات على الترتيب مربوطان في طرفي خيط يمر على بكرة ملساء ثم ربط الجسم ص بخيط آخر طوله ٦٠ سم ويحمل في طرفه جسما (ع) كتلته ٩٠ جم يتدلى رأسيًا، بدأت المجموعة حركتها عندما كانت الكتلة (ع) على ارتفاع ١٢,٥ سم من سطح الأرض. أثبت أن الكتلة ص تسكن لحظيا عندما تكون على ارتفاع ٣٥ سم من سطح الأرض.

## الحل:



معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 98 = \text{ش} - 98.0 \times (9.0 + 10.8)$$

$$(2) \quad 132 = 98.0 \times 132 - \text{ش}$$

بجمع المعادلتين (1)، (2):

$$\therefore (132 + 198) = 98.0 \times (132 - 198) \text{ جم}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{98.0 \times 66}{33} = 196 \text{ سم/ث}^2$$

قبل اصطدام الجسم (ع) بالأرض

$$0 = \text{ع} + \text{ج} = 196 \text{ سم/ث}^2 + \text{ف} = 12.5 \text{ سم}$$

$$\therefore 2\text{ع} + 2\text{ج} = 2\text{ع} + 2\text{ج}$$

$$\therefore 2\text{ع} = 2\text{ع} + 196 \times 2 + 0 = 12.5 \times 196 \times 2 + 0 \Rightarrow \text{ع} = \sqrt{4900} = 70 \text{ سم/ث}$$

بعد اصطدام الجسم ع بالأرض

: الجسم ص سيكون على ارتفاع ٦٠ سم ويتحرك بعجلة ج

معادلتى الحركة هما:

$$(3) \quad 10.8 = \text{ش} - 98.0 \times 10.8$$

$$(4) \quad 132 = 98.0 \times 132 - \text{ش}$$

$$\therefore (132 + 10.8) = 98.0 \times (132 - 10.8) \text{ جم}$$

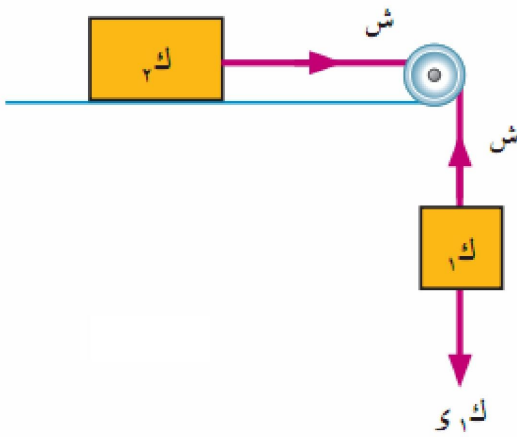
$$\therefore \text{ج} = \frac{98.0 \times 24}{24} = 98 \text{ سم/ث}^2$$

: الجسم ص يتحرك بسرعة ابتدائية ٧٠ سم/ث وبعجلة تقصيرية ٩٨ سم/ث حتى يسكن لحظيا

$$\therefore 2\text{ع} + 2\text{ج} = 2\text{ع} + 2\text{ج} \Rightarrow 0 = (70)^2 - 2 \times 98 \times \text{ف} \Rightarrow \text{ف} = \frac{4900}{98 \times 2} = 25 \text{ سم}$$

: الجسم ص سيكون على ارتفاع  $25 - 60 = 35$  سم من سطح الأرض عندما يسكن لحظيا



**حركة مجموعة مكون من كتلتين تتحرك أحدهما على نضد أفقى والآخري رأسيًا****أولا: المستوى الأفقى املس:**

إذا كان الكتلتان هما  $m_1$  ،  $m_2$  ووضعت الكتلة  $m_2$  على نضد أفقى املس وربطت بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند حافة النضد ويتدلى منه الكتلة  $m_1$  رأسيًا كما هو موضح بالشكل فإن الكتلة  $m_1$  سوف تتحرك رأسيًا لأسفل بعجلة  $a$  وبالتالي تتحرك الكتلة  $m_2$  على النضد بنفس العجلة  $a$  وبما أن البكرة ملساء فإن الشد فى طرفى الخيط لن يتغير وبالتالي تكون معادلتى الحركة هما:

$$m_1 g - T = m_1 a \quad , \quad T = m_2 a$$

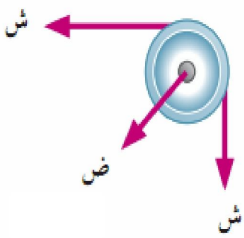
وبحل المعادلتين نحصل على  $a$  ،  $T$

**عند قطع الخيط:**

- إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط
- الكتلة  $m_1$  تتحرك رأسيًا لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية
  - الكتلة  $m_2$  تتحرك على النضد بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة قطع الخيط

**الضغط على البكرة:**

يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد  $T$  أحدهما أفقىة والآخري رأسيية أى أنهما متعامدتان وبالتالي فإن محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة



$$ض = \sqrt{T^2 + T^2} = \sqrt{2}T \quad \text{أى أن:} \quad ض = \sqrt{2}T$$

**ثانيا: المستوى الأفقى خشن:**

إذا كان  $m_2$  هو معامل الإحتكاك الحركى فإن:

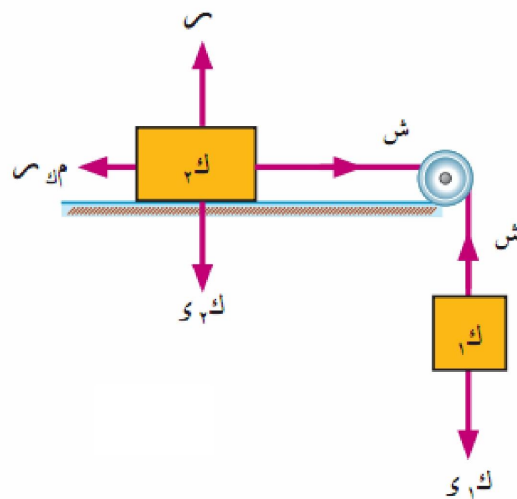
$$T = m_2 a$$

وتكون معادلات الحركة هي:

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$T - \mu_k m_2 = m_2 a$$

وبحل المعادلتين نحصل على  $a$  ،  $T$



**عند قطع الخيط:**

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط

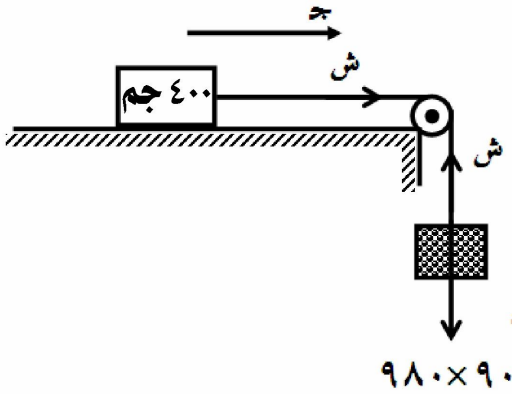
- الكتلة له<sub>١</sub> تتحرك رأسياً لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية

- الكتلة له<sub>٢</sub> تتحرك على النضد بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبتقصير منتظم

إلى أن تسكن ويتم إستنتاج العجلة التقصيرية من معادلة الحركة  $-a_2 = a_1 = g$

**مثال:**

جسم كتلته ٤٠٠ جم موضوع على نضد أفقى أملس ثم وصل بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند حافة النضد ويحمل فى طرفه جسم آخر كتلته ٩٠ جم أوجد العجلة المشتركة للجسمين والشد فى الخيط والضغط على البكرة .

**الحل:**

معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 980 \times 90 - T = 90a$$

$$(2) \quad T = 400a$$

بجمع المعادلتين (1)، (2):

$$980 \times 90 = 90a + 400a$$

$$980 \times 90 = 490a$$

$$a = \frac{980 \times 90}{490} = 180 \text{ سم/ث}^2 \text{ بالتعويض فى (2)}$$

$$T = 400 \times 180 = 72000 \text{ داین}$$

$$N = T = 72000 \text{ داین} \leftarrow$$

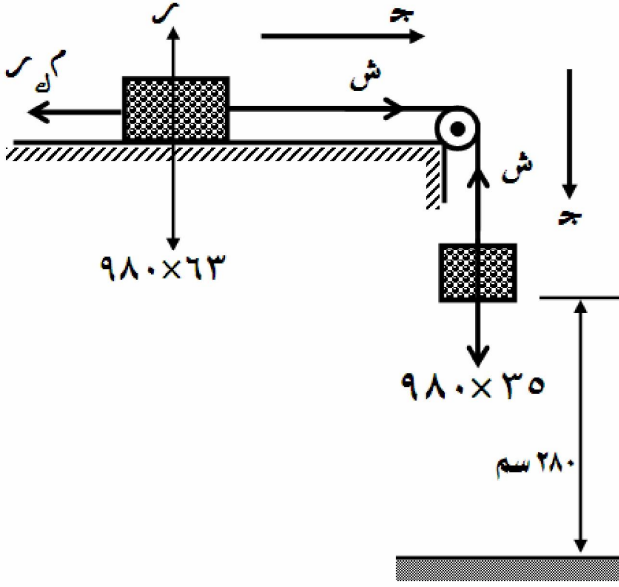
**مثال:**

وضع جسم كتلته ٦٣ جم على نضد أفقى خشن وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد وربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٢٥ جم على ارتفاع ٢٨٠ سم من سطح الأرض، فإذا كان معامل الإحتكاك الديناميكي بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{3}$  والمجموعة تحركت من سكون، فأوجد السرعة التى تصل بها الكتلة ٢٥ إلى سطح الأرض، والمسافة التى تتحركها الكتلة ٦٣ حتى تسكن.

**الحل:**

$$r = 980 \times 63 \text{ داین} , \quad a = \frac{r}{m}$$

$$a = r = 980 \times 21 = 980 \times 63 \times \frac{1}{3} \text{ داین}$$



معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 35 - 980 \times 35 = ش \quad ج$$

$$ش - 63 = 980 \times 35 \quad ج$$

$$(2) \quad 35 - 980 \times 21 = ش \quad ج$$

بجمع المعادلتين (1)، (2):

$$\therefore (35 + 35) = 980 \times (21 - 35) \quad ج$$

$$\therefore ج = \frac{980 \times 14}{98} = 140 \text{ سم/ث}^2$$

حساب سرعة الكتلة 35 جم عند سطح الأرض

$$ع = 0, \quad ج = 140 \text{ سم/ث}^2, \quad ف = 280 \text{ سم}$$

$$\therefore 2ع = 2 + 2ج \quad \therefore 2ع = 2 + 2 \times 140 = 282 \quad \therefore ع = 141 \text{ سم/ث}$$

وبعد وصول الكتلة 35 جم إلى سطح الأرض ينعدم الشد في الخيط فتتحرك الكتلة 63 جم على النضد بسرعة ابتدائية = 280 سم/ث وبعجلة تقصيرية جـ حتى تسكن وتكون معادلة حركتها هي:

$$-980 \times 21 = 63 - 980 \times 35 \quad ج \therefore$$

$$\therefore 2ع = 2 + 2ج \quad \therefore 2ع = 2 + 2 \times 140 = 282 \quad \therefore ع = 141 \text{ سم/ث}$$

$$\therefore 1960 = 280 \times 2 + 2 \times 140 \times 2 \quad \therefore ف = 140 \text{ سم}$$

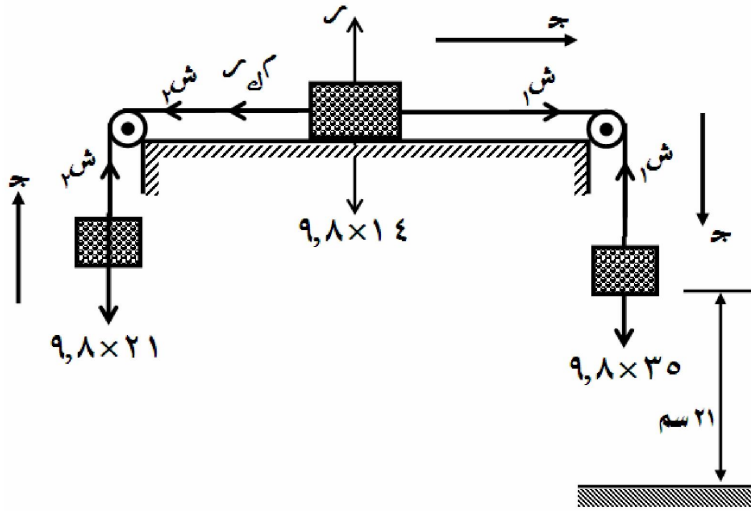
### مثال:

جسم كتلته 14 كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، معامل الاحتكاك الحركى بينهما  $\frac{1}{7}$ ، ربط الجسم من جهتيه بخيطين خفيفين يمر أحدهما على بكرة ملساء عند حافة المستوى ويتدلى منه رأسيا جسم كتلته 35 كجم، ويمر الخيط الثانى على بكرة ملساء أخرى عند حافة المستوى المقابلة ويتدلى منه رأسيا جسم كتلته 21 كجم وبجيث كانت البكرتان والجسم بينهما على استقامة واحدة فإذا تحركت المجموعة من سكون وجميع أجزاء الخيط مشدودة عندما كانت الكتلة 35 كجم على ارتفاع 21 سم من سطح الأرض فأوجد سرعتها عندما تصطدم بالأرض.

### الحل:

$$\therefore 14 \times 9.8 = 9.8 \times 14, \quad 9.8 = 9.8 \times 14 \times \frac{1}{7}$$

$$\therefore 9.8 \times 2 = 9.8 \times 14 \times \frac{1}{7} = 9.8 \times 4 = 39.2 \text{ نيوتن}$$



معادلات الحركة هي:

$$(1) \quad 35 = T_1 - 9.8 \times 35$$

$$(2) \quad T_1 - T_2 = 9.8 \times 2 - 9.8 \times 21$$

$$(3) \quad T_2 - T_3 = 9.8 \times 21 - 9.8 \times 21$$

بجمع المعادلات (1)، (2)، (3):

$$35 = 9.8 \times (21 - 2 - 35)$$

$$\therefore a = \frac{9.8 \times 12}{70} = 1.68 \text{ م/ث}^2$$

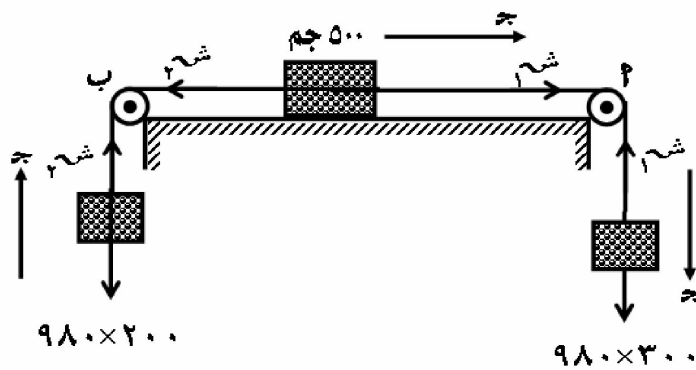
حساب سرعة الكتلة 35 كجم عند سطح الأرض

$$v = 0, \quad a = 1.68 \text{ م/ث}^2, \quad f = 21 \text{ سم} = 0.21 \text{ م}$$

$$\therefore v^2 = 2af = 2 \times 1.68 \times 0.21 = 0.7056 \therefore v = 0.84 \text{ م/ث}$$

**مثال:**

وضع جسم كتلته 500 جم على نضد أفقى أملس وربط من نقطتين متقابلتين فيه بخيطين أحدهما يمر على بكرة صغيرة ملساء 1 عند حافة النضد ويتدلى من طرفه الثانى جسم كتلته 300 جم والأخر يمر على بكرة صغيرة ملساء 2 عند الحافة المقابلة للنضد ويتدلى من طرفه الثانى جسم كتلته 200 جم وبحيث كانت الكتلة 500 جم والبكرتان واقعاه على خط مستقيم واحد عمودى على حافتي النضد تركت المجموعة لتتحرك من سكون عندما كانت الكتلة الموضوعة على النضد على بعد 245 سم من البكرة 1 وبعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة فصل ثلث الكتلة 300 جم. أثبت أن الكتلة 500 جم تصطدم بالبكرة 2 بعد مرور ثانيتين من لحظة الانفصال.

**الحل:**

معادلات الحركة هما:

$$(1) \quad 300 = T_1 - 9.8 \times 300$$

$$(2) \quad T_1 - T_2 = 9.8 \times 500 - 9.8 \times 200$$

$$(3) \quad T_2 - T_3 = 9.8 \times 200 - 9.8 \times 200$$

بجمع المعادلات (1)، (2)، (3):

$$\therefore (500 + 200 + 300) = 9.8 \times (200 - 300)$$

$$\therefore a = \frac{9.8 \times 100}{1000} = 0.98 \text{ م/ث}^2$$

بعد ١ ث من بدء الحركة من السكون  
نوجد سرعة الكتلة ٥٠٠ جم والمسافة التي قطعها وبعدها عن البكرة

$$ع = ع + ج$$

$$ع = ع = ١ \times ٩٨ + ٠ \Rightarrow ع = ٩٨ \text{ سم/ث}$$

$$ف = ف = ع + ج = ٩٨ + ٠ = ٩٨ \text{ سم/ث}$$

$$\text{بعد الكتلة } ٥٠٠ \text{ جم عن البكرة} = ٩٨ - ٢٤٥ = ١٩٦ \text{ سم}$$

وبعد فصل ثلث الكتلة ٣٠٠ جم اي بعد فصل ١٠٠ جم تصبح الكتلة الباقية ٢٠٠ جم  
وبالتالي تتحرك المجموعة بسرعة منتظمة وهي السرعة بعد ١ ث اي ٩٨ سم/ث  
∴ الكتلة ٥٠٠ جم تقطع مسافة ١٩٦ سم بسرعة منتظمة ٩٨ سم/ث

$$ع = ع = ٥ = \frac{١٩٦}{٩٨} = ٢ \text{ ث}$$

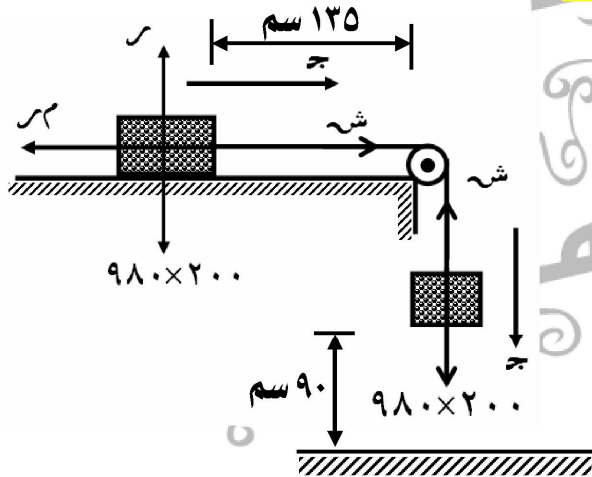
∴ الكتلة ٥٠٠ جم تصطدم بالبكرة ٢ بعد مرور ثانيتين من لحظة الانفصال



### مثال:

وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم على نضد أفقى خشن ثم ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبته عند حافة النضد ويتدلى من الطرف الخالص للخيط جسم كتلته ٢٠٠ جم ، بدأت المجموعة تتحرك من السكون عندما كان الخيط مشدودا وكانت الكتلة ٢٠٠ جم على ارتفاع ٩٠ سم من الأرض والجسم الموضوع على النضد على بعد ١٢٥ سم من البكرة ، فإذا كان معامل الاحتكاك الحركى يساوى  $\frac{1}{4}$  فبرهن على أن المجموعة تتحرك بعجلة قدرها ٢٤٥ سم/ث<sup>٢</sup> ، وأوجد سرعة المجموعة عندما تصطدم الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض ، هل الجسم الموضوع على النضد يصل إلى البكرة؟

### الحل:



$$ر = ٩٨٠ \times ٢٠٠ = \text{داين}$$

$$ر = ر = ٩٨٠ \times ٢٠٠ \times \frac{1}{4} = \text{داين}$$

معادلتى الحركة هما:

$$(١) ٢٠٠ = ش - ٩٨٠ \times ٢٠٠$$

$$(٢) ش = ٢٠٠ = ٩٨٠ \times ٢٠٠ \times \frac{1}{4}$$

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

$$\therefore (٢٠٠ + ٢٠٠) = ٩٨٠ \times (١٠٠ - ٢٠٠)$$

$$\therefore ج = \frac{٩٨٠ \times ١٠٠}{٤٠٠} = ٢٤٥ \text{ سم/ث}^٢$$



نحسب سرعة المجموعة قبل اصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض

$$\therefore 2e = 2c + 2j$$

$$\therefore 2e = 2c + 2j = 90 \times 245 \times 2 + 0 = 2c \quad \Leftarrow \therefore c = 210 \text{ سم/ث} \quad \#$$

وبعد اصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض ينعدم الشد فى الخيط

وبالتالى يتحرك الجسم على النضد بسرعة ابتدائية ٢١٠ سم/ث وبعجلة تقصيرية جـ

وتكون معادلة حركته هى :  $v^2 = u^2 - 2as$   $0 = 210^2 - 2 \times 490 \times s$

$$\therefore s = \frac{210^2}{2 \times 490} = \frac{980 \times 100}{200} = 490 \text{ سم/ث} \quad \Leftarrow \therefore 200 \text{ جم} = 980 \times 200 \times \frac{1}{2} = 98000 \text{ جـ}$$

$$\therefore 2e = 2c + 2j = 0 \quad \Leftarrow \therefore 2(210) + 2(-490) = 0 \quad \#$$

$$\therefore 210 \times 210 = 490 \times 2 = 980 \text{ سم} \quad \#$$

∴ بعد اصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض يقطع الجسم على النضد مسافة = ٤٥ سم حتى يقف

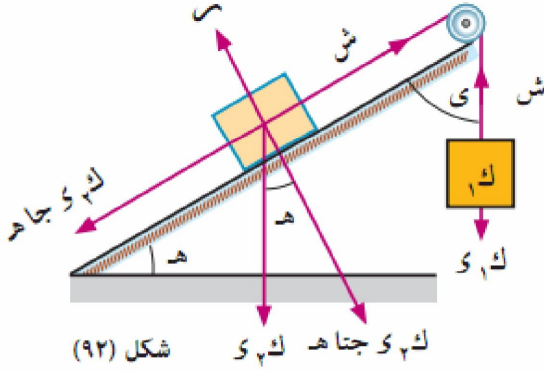
∴ المسافة التى قطعها الجسم على النضد من بداية الحركة = ٩٠ + ٤٥ = ١٣٥ سم

∴ بعد الجسم الموضوع على النضد عن البكرة = ١٣٥ سم

∴ الجسم الموضوع على النضد يصل إلى البكرة



### حركة مجموعة مكون من كتلتين أحدهما على مستوى مائل والآخرى تتدلى رأسياً



شكل (٩٢)

إذا كان الكتلتان هما  $m_1$  ،  $m_2$  ووضعت الكتلة  $m_1$  على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية  $h$  وربطت بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى ويتدلى منه الكتلة  $m_2$  رأسياً كما هو موضح بالشكل وبما أن البكرة ملساء فإن الشد فى طرفى الخيط لن يتغير وبالتحليل الوزن  $m_2 g$  الى مركبتين فى إتجاه المستوى والإتجاه العمودى عليه وإذا كان  $m_1 < m_2$  فإن الكتلة  $m_1$  تتحرك رأسياً لأسفل ، وتتحرك  $m_2$  لأعلى المستوى وبالتالى تكون معادلتى الحركة هما:

$$m_1 g - T = m_1 a$$

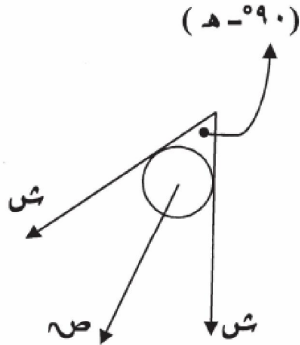
$$T - m_2 g = m_2 a$$

وبحل المعادلتين نحصل على  $a$  ،  $T$

#### عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط

- الكتلة  $m_1$  تتحرك رأسياً لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية
- الكتلة  $m_2$  تتحرك على النضد بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وتقصير منتظم يساوى  $-g$  الى أن تسكن لحظياً ثم تغير إتجاه حركتها



#### الضغط على البكرة:

يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد متساويتين ويحصران زاوية  $(180^\circ - h)$  وبالتالى فإن محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة

$$R = 2T \cos\left(\frac{180^\circ - h}{2}\right) = 2T \sin\left(\frac{h}{2}\right)$$

#### إذا كان المستوى خشبياً:

يتم إضافة قوة الإحتكاك الحركى  $f_k$  عكس إتجاه الحركة ثم نكون معادلات الحركة وبحلها نحصل على العجلة والشد فى الخيط وكذلك الضغط على البكرة.

## المسافة الرأسية بين الكتلتين:

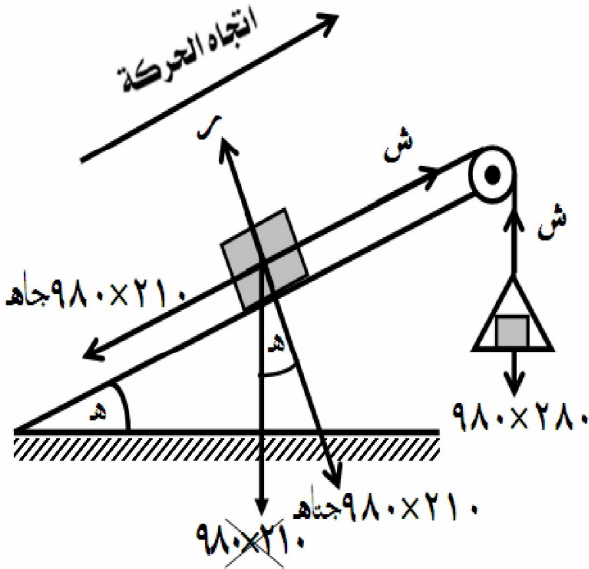
إذا بدأت المجموعة حركتها والكتلتان  $m_1$ ،  $m_2$  في مستوى أفقى واحد ، وقطعت المجموعة مسافة  $F$  فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين =  $F(1 + \text{جا} \theta)$  حيث  $\theta$  زاوية ميل المستوى على الأفقى.



## مثال:

مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{2}{3}$ ، وضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم. وربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى، ويحمل فى طرفه الآخر كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم. وعليها جسم كتلته ٢١٠ جم. إذا بدأت المجموعة حركتها من السكون، فأوجد الشد فى الخيط والضغط على البكرة مقدرين بوحدة ثقل جرام. وإذا أبعاد الجسم من الكفة بعد ٧ ثوان من بدء الحركة، فاثبت أن المجموعة تسكن لحظيا بعد مضي ٨ ثوان أخرى.

## الحل:



$$\therefore \text{جا} \theta = \frac{2}{3} \quad \therefore 210 \text{ جا} \theta = \frac{2}{3} \times 210 = 140$$

$$\therefore 280 < 210 \text{ جا} \theta \quad \therefore \text{اتجاه الحركة لأعلى المستوى}$$

معادلتى الحركة هما:

$$(1) \quad 280 - 980 \times 280 = T$$

$$(2) \quad T - 210 = 980 \times 210 \times \frac{2}{3}$$

بجمع المعادلتين (1)، (2):

$$\therefore (210 + 280) = 980 \times (140 - 280)$$

$$\therefore T = \frac{980 \times 140}{49} = 280 \text{ سم}^2$$

$$\text{بالتعويض فى (2)} \quad \therefore T - 210 = 980 \times 140 - 280 \times 210$$

$$\therefore T = 980 \times 140 + 280 \times 210 = 196000 \text{ دالين}$$

$$\therefore T = \frac{196000}{98} = 200 \text{ ث جم}$$

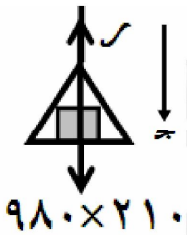
لإيجاد الضغط على الكفة نعمل وزن الكفة (كما فى حركة المصاعد)

معادلة حركة الكفة هي:

$$210 = R - 980 \times 210$$

$$\therefore R = (280 - 980) \times 210 = 147000 \text{ دالين}$$

$$\therefore \text{الضغط على الكفة} = \frac{147000}{98} = 150 \text{ ث جم}$$



حساب سرعة المجموعة قبل إبعاد الجسم

$$\therefore \text{ع} = 0, \text{ج} = 280 \text{ سم/ث}^2, \text{ن} = 7 \text{ ث}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ن} \therefore \text{ع} = 7 \times 280 + 0 = 1960 \text{ سم/ث}$$

بعد إبعاد الجسم من الكفة تتحرك المجموعة في نفس اتجاه حركتها السابق بسرعة ابتدائية 1960 سم/ث بعجلة تقصيرية جـم إلى أن تسكن لحظيا وتكون معادلات الحركة هي:

$$70 \times 980 - \text{ش} = 70 \text{ ج} \quad (3)$$

$$\text{ش} - \frac{2}{3} \times 980 \times 210 = 210 \text{ ج} \quad (4)$$

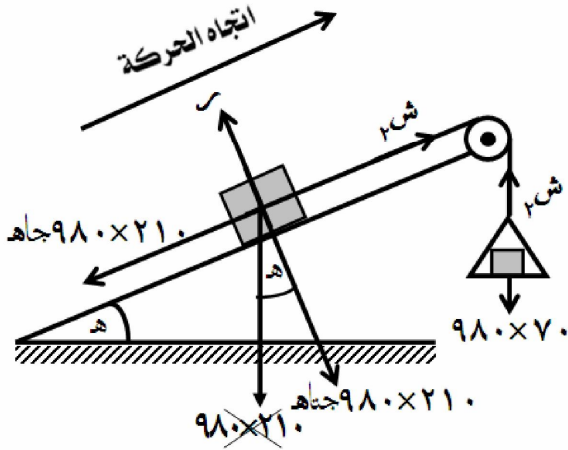
بجمع المعادلتين (3)، (4):

$$\therefore (70 + 210) \text{ ج} = 980 \times (140 - 70)$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{980 \times 70 -}{280} = 245 \text{ سم/ث}^2$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ن} \therefore 0 = 1960 - 245 \times 8$$

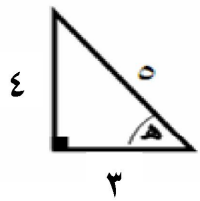
$\therefore$  المجموعة تسكن لحظيا بعد مضي 8 ثوان أخرى



### مثال:

جسم كتلته كيلوجرام واحد موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ، حيث جـه =  $\frac{4}{5}$  ومربوط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء فى قمة المستوى، حيث يتدلى من الطرف الآخر للخيط كفة ميزان كتلتها 400 جرام موضوع بها كتلة مقدارها 100 جم، فإذا كان معامل الإحتكاك بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{3}$ ، وتركت المجموعة للحركة من سكون والخيط منطبق على خط أكبر ميل للمستوى، فأوجد ضغط الكتلة على الكفة، وإذا وضعت بالكفة كتلة أخرى مقدارها 100 جم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة، فأوجد الضغط على الكفة عندئذ والمسافة التى تتحركها المجموعة فى الثوانى الثلاث التالية.

### الحل:



$$\therefore \text{جـه} = \frac{4}{5} \therefore \text{جـه} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore 980 \times 1000 = 980 \times \frac{4}{5} \times 1000 = 980 \times 800$$

$$\therefore \text{س} = 980 \times 1000$$

$$\therefore \text{س} = 980 \times \frac{3}{5} \times 1000 \times \frac{1}{3} = 980 \times 200$$

$$\therefore 980 \times 1000 < (980 \times 500 + \text{س})$$

∴ اتجاه الحركة لأسفل المستوى

معادلات الحركة هي:

$$980 \times 1000 \text{ جاه} - \text{ش} - \text{م} = 1000 \text{ ج}$$

$$\therefore 980 \times 800 - \text{ش} - 2000 = 1000 \text{ ج} \quad (1)$$

$$\text{ش} - 980 \times 500 = 1000 \text{ ج} \quad (2)$$

بجمع المعادلتين (1)، (2):

$$\therefore 980 \times (500 - 2000 - 800) = 1000 \text{ ج}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{980 \times 100}{1000} = \frac{196}{3} \text{ سم/ث}^2$$

لإيجاد الضغط على الكفة نهمّل وزن الكفة

معادلة حركة الكفة هي:

$$\text{ر} - 980 \times 100 = 100 \text{ ج}$$

$$\therefore \text{ر} = (980 - \frac{196}{3}) \times 100 = \frac{274400}{3} \text{ دالين}$$

$$\therefore \text{الضغط على الكفة} = \frac{274400}{980 \times 3} = \frac{280}{3} \text{ ث جم}$$

حساب سرعة المجموعة لحظة إضافة الكتلة 100 جم بالكفة

$$\therefore \text{ع} = 0, \text{ ج} = \frac{196}{3} \text{ سم/ث}^2, \text{ ن} = 1 \text{ ث}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ن} = \frac{196}{3} + 0 = \frac{196}{3} \text{ سم/ث}$$

بعد وضع الكتلة 100 جم بالكفة نجد أن:

$$980 \times 1000 \text{ جاه} = (980 \times 600 + \text{م})$$

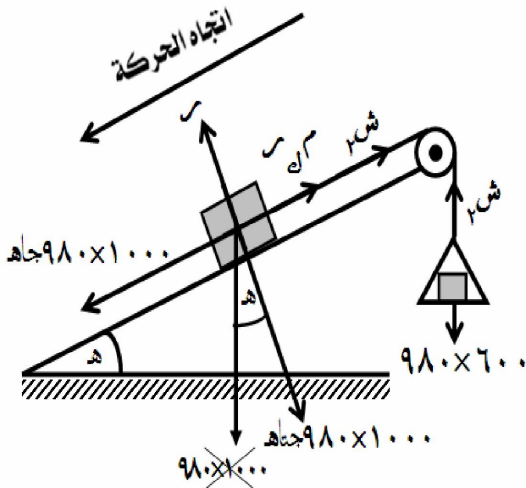
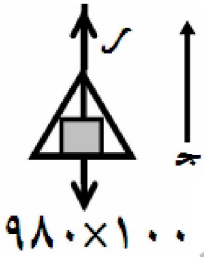
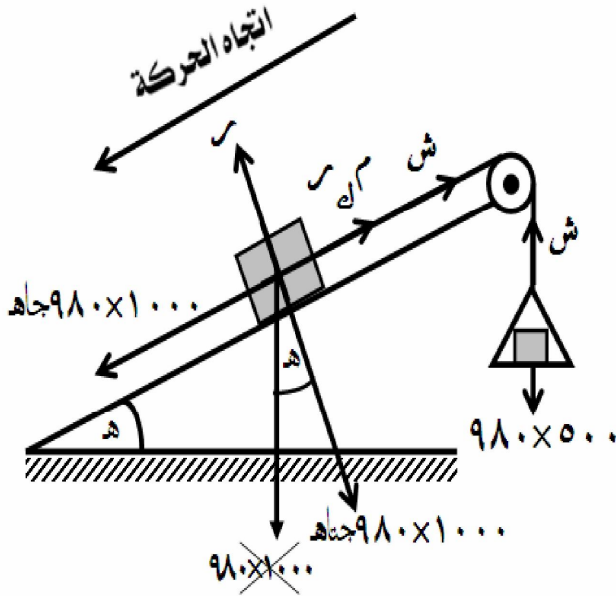
∴ المجموعة تتحرك في نفس اتجاه حركتها السابق بسرعة

منتظمة تساوي السرعة لحظة وضع الكتلة 100 جم بالكفة

$$\therefore \text{ر} = \text{ل} = \text{ل} \text{ حيث ل} = 200 \text{ جم وهي الكتل الموجودة بالكفة}$$

$$\therefore \text{الضغط على الكفة} = \frac{980 \times 200}{980} = 200 \text{ ث جم}$$

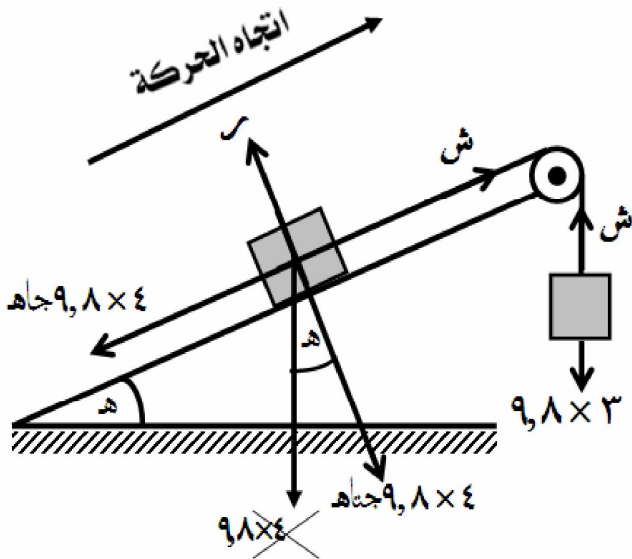
$$\therefore \text{ف} = \text{ع} \text{ ن} = \frac{196}{3} \times 3 = 196 \text{ سم}$$



## مثال:

ربط جسمان كتلتاهما ٤ ، ٣ كجم في نهايتي خيط ، وضع الجسم الأول على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومر الخيط على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى وتدلى الجسم الثانى رأسيا أسفلها ، أوجد عجلة المجموعة والضغط على البكرة وإذا تحركت المجموعة من سكون وقطع الخيط بعد مرور ٣ ثوان من بداية الحركة ، فما هى المسافة التى تقطعها الكتلة على المستوى منذ لحظة انقطاع الخيط وحتى تسكن لحظيا .

## الحل:



$$9,8 \times 4 = 3 \text{ ج.ا.} \quad 9,8 \times 4 = 3 \text{ ج.ا.} \quad 9,8 \times 2 = 3 \text{ ج.ا.}$$

$$9,8 \times 4 < 9,8 \times 3 \text{ ج.ا.}$$

∴ اتجاه الحركة لأعلى المستوى

معادلات الحركة هى:

$$(1) \quad 3 = ش - 9,8 \times 3$$

$$(2) \quad ش - 9,8 \times 4 = 3 \text{ ج.ا.}$$

بجمع المعادلتين (1) ، (2) :

$$3 = (3 - 4) \times 9,8 \text{ ج.ا.}$$

$$\therefore ج = \frac{9,8}{7} = 1,4 \text{ م/ث}^2 \text{ بالتعويض فى (2)}$$

$$\therefore ش - 9,8 \times 2 = 1,4 \times 4 = 5,6 \text{ ج.ا.} \quad \therefore ش = 19,6 + 5,6 = 25,2 \text{ نيوتن} \#$$

$$\therefore ش = 2 \text{ ج.ا.} \quad 60 = ش$$

$$\therefore ش = 2 \times 25,2 \times \left(\frac{60}{7}\right) = 25,2 \text{ نيوتن} \#$$

حساب السرعة لحظة قطع الخيط بعد ٣ ث من بدء الحركة

$$\therefore ع = ع + ج \times ت \quad \therefore ع = 3 \times 1,4 + 0 = 4,2 \text{ م/ث}$$

وبعد قطع الخيط تتحرك الكتلة على المستوى تحت تأثير وزنها فقط بعجلة تقصيرية  $ج = - 9,8 \text{ ج.ا.}$

$$\therefore ج = 9,8 \text{ ج.ا.} \quad 0 = 9,8 \times \frac{1}{4} = 2,45 \text{ م/ث}$$

$$\therefore 2 \times 4,2 = 2 \times ع + 2 \times ج \quad \therefore 2 \times 4,2 - 2 \times 9,8 = 0 \quad \therefore ع = 1,8 \text{ م}$$

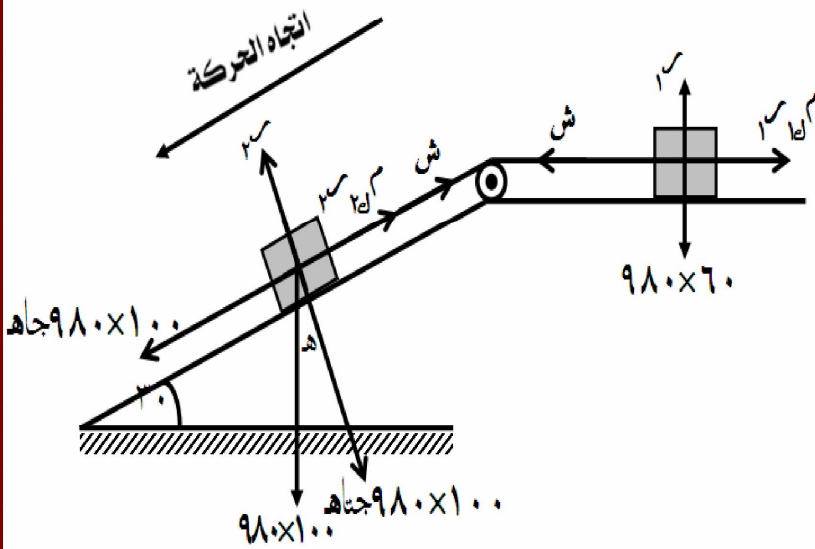
∴ الكتلة على المستوى تقطع مسافة ١٨٠ سم منذ لحظة انقطاع الخيط وحتى تسكن لحظيا



## مثال:

مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  يتصل عند قمته بمستوى أفقى خشن وضع جسم كتلته  $60$  جم على المستوى الأفقى وربط بأحد طرفيه خيط رفيع مار على بكرة ملساء عند حافة إتصال المستويين ، وربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته  $100$  جم موضوع على المستوى المائل . فإذا كان كل من فرعى الخيط عموديا على خط تقاطع المستويين . فأوجد العجلة التى تتحرك بها المجموعة والشد فى الخيط علما بأن معامل الإحتكاك الديناميكي بين الجسم الأول والمستوى الأفقى  $\frac{1}{4}$  ، بين الجسم الثانى والمستوى المائل  $\frac{1}{3}$  . وإذا قطع الخيط بعد  $4$  ثوان من بدء الحركة فأوجد المسافة الكلية التى تحركتها الكتلة  $60$  جم حتى تسكن.

## الحل:



$$\therefore s_1 = 60 \times 980 \text{ دايين}$$

$$\therefore s_1 = 60 \times 980 \times \frac{1}{4}$$

$$= 980 \times 15 \text{ دايين}$$

$$s_2 = 100 \times 980 \times \sin 30^\circ$$

$$= 980 \times 37.5 \text{ دايين}$$

$$\therefore s_2 = 980 \times 37.5 \times \frac{1}{3}$$

$$= 980 \times 25 \text{ دايين}$$

معادلتى الحركة هما:

$$100 \times 980 \times \sin 30^\circ - s_2 - \mu R = 100 \times a \quad (1)$$

$$\therefore 100 \times 980 \times 0.5 - 980 \times 25 - 980 \times 0.25 = 100 \times a \quad (1)$$

$$s - \mu R = 60 \times a \quad \Leftarrow \therefore s - 980 \times 0.25 = 60 \times a \quad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) ، (2) :

$$\therefore (60 + 100) \times a = 980 \times (15 - 25 - 50)$$

$$\therefore a = \frac{980 \times 10}{160} = 61.25 \text{ سم/ث}^2 \text{ وبالتعويض فى (2)}$$

$$\therefore s - 980 \times 0.25 = 60 \times 61.25$$

$$\therefore s = 980 \times 0.25 + 60 \times 61.25 = 18375 \text{ دايين} = \frac{18375}{980} = 18.75 \text{ م} \text{ ثم جم}$$

نحسب سرعة المجموعة والمسافة التي قطعتها قبل قطع الخيط بعد ٤ ثوان من بدء الحركة

$$\# \quad \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \leftarrow \text{ع} = 4 = 0 + 61,25 \times 4 = 245 \text{ سم/ث}$$

$$\# \quad \text{ف} = \text{ع} + \frac{1}{2} \text{ج} \leftarrow \text{ف} = 1 = 0 + \frac{1}{2} \times 61,25 \times 4 = 122,5 \text{ سم}$$

بعد قطع الخيط يندم الشد وبالتالي يتحرك الجسم على النضد بسرعة ابتدائية ٢٤٥ سم/ث وبعجلة تقصيرية ج<sub>٢</sub>

وتكون معادلة حركته هي:  $٦٠ \text{ ج} = ١٥ \times ٩٨٠ - ١٥ \times ٩٨٠$

$$\# \quad ٦٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ١٥ - \text{ج} \leftarrow \text{ج} = \frac{٩٨٠ \times ١٥ - ٦٠}{٦٠} = ٢٤٥ \text{ سم/ث}$$

$$\# \quad \text{ع} = ٢ + \text{ج} \leftarrow \text{ع} = ٠ = ٢ + (٢٤٥ -) \times ٢ + \text{ف}$$

$$\# \quad \text{ف} = \frac{٢٤٥ \times ٢٤٥}{٢٤٥ \times ٢} = ١٢٢,٥ \text{ سم}$$

∴ بعد قطع الخيط يقطع الجسم على النضد مسافة = ١٢٢,٥ سم حتى يسكن

∴ المسافة الكلية التي قطعها الجسم على النضد = ١٢٢,٥ + ٤٩٠ = ٦١٢,٥ سم



السيد محمود

محمود