تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثالث اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math3

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade15

* لتحميل جميع ملفات المدرس محمد عمر الخطيب اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

اولاً : حركة المقذوف في بعد واحد

(1) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك راسياً للأعلى عند اي زمن في المعادلة التفاضلية

$$h''(t) = y''(t) = -9.8\ m/s^2 \quad , y(0) = y_0 \quad , \quad y'(0) = v_0$$

او

$$h''(t) = y''(t) = -32\ ft/s^2 \quad , y(0) = y_0 \quad , \quad y'(0) = v_0$$

(2) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك افقياً عند اي زمن في المعادلة التفاضلية

$$x''(t) = 0 \quad , x(0) = x_0 \quad , \quad x'(0) = v_0$$

ملاحظة :

(1) يصل الجسم اقصى ارتفاع عندما تنعدم السرعة ($h'(t) = 0$)

(2) زمن التحليق او زمن الرحلة يحدث عندما يكون الارتفاع يساوي صفر ($h(t) = 0$)

حل المعادلة التفاضلية للارتفاع بالشروط التالية

$$h''(t) = y''(t) = -9.8\ m/s^2 \quad , y(0) = y_0 \quad , \quad y'(0) = v_0$$

$y''(t) = -9.8$

$y'(t) = \int -9.8\ dt$

$= -9.8\ t + c_1$

بشرط $y'(0) = v_0$

$\boxed{c_1 = v_0}$

$y'(t) = -9.8\ t + v_0$

$y(t) = \int -9.8\ t + v_0\ dt$

$= -4.9\ t^2 + v_0\ t + c_2$

$y(0) = y_0 \Rightarrow c_2 = y_0$

$\therefore y(t) = -4.9\ t^2 + v_0\ t + y_0$

* يمكن حفظ هذه القاعدة لاستخدامها كاختيار من متعدد

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner

قذفت كرة من الارض راسياً للاعلى بشكل مستقيم وبسرعة متجهة ابتدائية $19.6\ m/s$ ، بتجاهل مقاومة الهواء

(1) اكتب المعادلة التفاضلية التي تنمذج معادلة الارتفاع مع الشروط عند اي زمن t

$h''(t) = -9.8\ m/s^2$ ، $h'(0) = 19.6$ ، $h(0) = 0$

السرعة الابتدائية — الارتفاع الابتدائي

(2) اوجد معادلة الارتفاع عند اي زمن t

$h''(t) = -9.8$

$h'(t) = \int -9.8\, dt$

$= -9.8t + c_1$

$h'(0) = 19.6 \Rightarrow c_1 = 19.6$

$h'(t) = -9.8t + 19.6$

$h(t) = \int -9.8t + 19.6\, dt$

$= -4.9t^2 + 19.6t + c_2$

$h(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$

$h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$

(3) اوجد ارتفاع الكرة بعد 3 ثواني

$h(3) = -4.9(3)^2 + 19.6(3)$

$= 14.7$

(4) اوجد اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة (يصل الجسم اقصى ارتفاع عندما تكون سرعته صفر)

$h'(t) = -9.8t + 19.6t = 0$

$t = \frac{19.6}{9.8} = 2$

اقصى ارتفاع

$h(2) =$

(5) اوجد زمن التحليق للكرة (مقدار الزمن التي تبقى فيه الكرة بالهواء)

$h(t) = -4.9t^2 + 19.6t = 0$

$t(-4.9t + 19.6) = 0$

$t = 0$ ، $t = 4$

بداية الحركة — نهاية التحليق

∴ زمن التحليق 4 ثواني

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner

(1) يسقط غطاس من منصة الغطس على ارتفاع $36\ m$ من سطح الماء، بتجاهل الهواء

اوجد سرعة الغطاس عند اصدامه بسطح الماء

$h''(t) = -9.8\ m/s^2$, $h(0) = 36$

$h'(0) = 0$ ← سرعته عند السقوط

$h(t) = -4.9t^2 + v_0 t + h_0$

$= -4.9t^2 + 36$

عند سطح الماء $h(t) = 0$

$-4.9t^2 + 36 \rightarrow t = 2.7\ s$

سرعة الغطاس

$h'(2.7) = -9.8(2.7)$

$= -26.56\ m/s$

(2) تسقط قطرات المطر من غيمة على ارتفاع $1000\ m$ عن سطح الارض اوجد السرعة المتجهة لقطرة الماء عند اصتدامها بالارض (تجاهل مقاومة الهواء)

$h''(t) = -9.8\ m/s$,

$h'(0) = 0$, $h(0) = 1000\ m$

$h'(t) = -9.8t + 0$

$h(t) = -4.9t^2 + 1000$

$h(t) = 0$

$\rightarrow t = 14.28\ s$

$h'(t) = -9.8t$

$h'(14.28) = -140\ m/s$

(3) اذا كان اقصى ارتفاع تصل الية قدمي لاعب كرة سلة لتسديد الكرة هي $1.35\ m$ اوجد السرعة المتجهة الابتدائية التي قفز بها اللاعب ليصل الى هذا الارتفاع (تجاهل مقاومة الهواء)

$h''(t) = -9.8$

$h'(0) = v_0 = ??$

$h(0) = 0$

$h'(t) = -9.8t + v_0$

$h(t) = -4.9t^2 + v_0 t$

اقصى ارتفاع هو 1.35

عند زمن اقصى ارتفاع بدلالة v_0

$h'(t) = 0$

$-9.8t + v_0 = 0$

$t = \frac{v_0}{9.8}$ زمن اقصى ارتفاع

$h\left(\frac{v_0}{9.8}\right) = 1.35$

$-4.9\left(\frac{v_0}{9.8}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{9.8}\right) = 1.35$

$\frac{25}{98}v_0^2 = 1.35 \rightarrow v_0 = 5\ m/s$

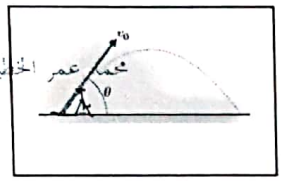
almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner

ثانياً : حركة المقذوف في بعدين

نحتاج في حركة المقذوف في بعدين الى معادلات الحركة الرأسية والافقية

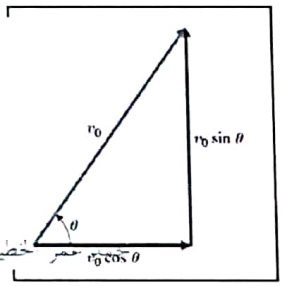
(1) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك راسياً للأعلى عند اي زمن في المعادلة التفاضلية



$$y''(t) = -9.8 m/s^2 \quad , y(0) = y_0 \quad , \quad y'(0) = v_0 \sin\theta$$

$y(t) = -4.9t^2 + v_0 \sin\theta + y_0$:الحل

(2) تعطى معادلة حركة مقذوف يتحرك افقياً عند اي زمن في المعادلة التفاضلية

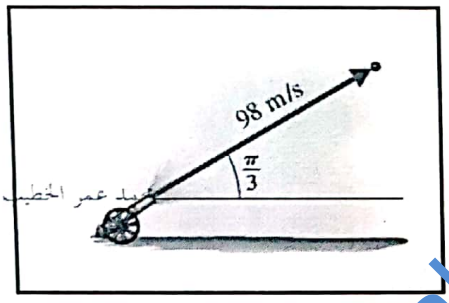


$$x''(t) = 0 \quad , x(0) = x_0 \quad , \quad x'(0) = v_0 \cos\theta$$

$x(t) = v_0 \cos\theta \, t + x_0$ الحل

حيث θ زاوية ميل المقذوف عن المستوى الافقي

تطلق قذيفة بسرعة ابتدائية متجهة قدرها $98\ m/s$ ، بزاوية ميل قدرها $\theta = \frac{\pi}{3}$



(1) اوجد معادلة الحركة الرأسية في اي زمن t

$y(t) = -4.9t^2 + v_0 \sin\theta \, t + y_0$

$y(t) = -4.9t^2 + 49\sqrt{3}\, t + 0$

(2) اوجد زمن التحليق للقذيفة

$y(t) = 0$

$-4.9t^2 + 49\sqrt{3}\, t = 0$

$t = 0$

$t = 10\sqrt{3} = 17.3\ s.$

(3) اوجد معادلة الحركة الافقية في اي زمن t

$x(t) = v_0 \cos\theta \, t + x_0$

$x(t) = 49t.$

(4) اوجد اقصى بعد تصل اليه القذيفة (المدى الافقي)

$h(t) = 0 \rightarrow t = 10\sqrt{3}\ s.$

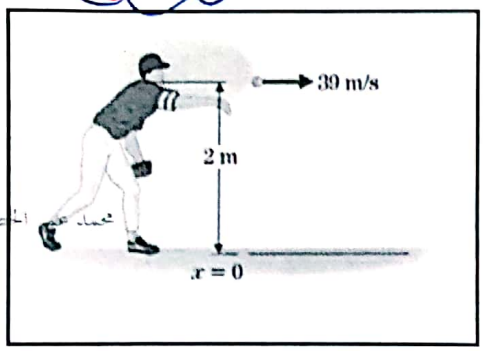
$x(10\sqrt{3}) = 49(10\sqrt{3}) = 848.7\ m$

almaniahj.com/ae

Scanned with CamScanner

يطلق ضارب كرة بيسبول الكرة بسرعة افقية من ارتفاع $2\ m$ وبسرعة متجهة قدرها $39\ m/s$

$\theta = 0$



$y''(t) = -9.8$, $y'(0) = 0$, $y(0) = 2$.

$x''(t) = 0$, $x'(0) = 39$, $x(0) = 0$

(1) اوجد معادلة الحركة الرأسية في اي زمن t

$y(t) = -4.9t^2 + 2$.

(2) اوجد معادلة الحركة الافقية في اي زمن t

$x(t) = 39t$

(3) اوجد ارتفاع الكرة عندما تصل الى البعد $19.5\ m$

$x(t) = 19.5$

$39t = 19.5$

$t = \frac{19.5}{39}$

$t = \frac{1}{2}\ s$.

$h(\frac{1}{2}) = -4.9(\frac{1}{2})^2 + 2$

$= 0.775\ m$.

(4) اوجد المدى الافقي للكرة

$h(t) = 0$

$-4.9t^2 + 2 = 0$

$\rightarrow t = \frac{2\sqrt{5}}{7}$

$= 0.64\ s$

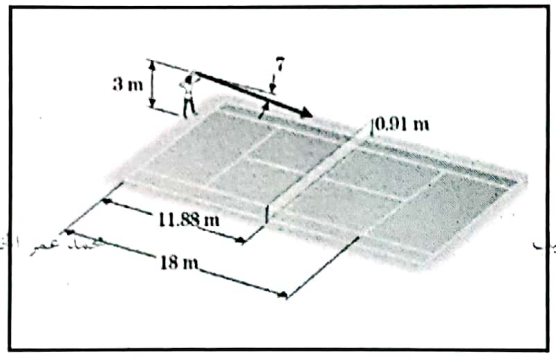
$x(0.64) = 39(0.64)$

$= 24.9\ m$.

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner

يطلق لاعب، كرة تنس بسرعة متجهة $53\ m/s$ عن ارتفاع $3\ m$ كما هو موضح بالشكل



(1) اوجد معادلة الحركة الرأسية في اي زمن t

$$y(t) = -4.9\,t^2 + 53\sin(-7)\,t + 3$$

$$=$$

(2) اوجد معادلة الحركة الافقية في اي زمن t

$$x(t) = 53\cos(-7)\,t$$

$$= 52.6\,t$$

(3) اوجد زمن وصول الكرة الى الشبكة

$$x(t) = 52.6\,t$$

$$11.88 = 52.6\,t$$

$$\Rightarrow t = 0.226\ s.$$

(4) اوجد ارتفاع الكرة عن الارض عند وصول الكرة الى الشبكة ، هل ستمر الكرة فوق الشبكة

$$h(0.226) = -4.9\,(0.226)^2 + 53\sin(-7)\,(0.226) + 3$$

$$= 1.289$$

(5) اوجد زمن التحليق للكرة

$$y(t) = 0$$

$$-4.9\,t^2 + 53\sin(-7)\,t + 3 = 0 \Rightarrow t = 0.364\ s.$$

(6) اوجد المدى الافقي للكرة

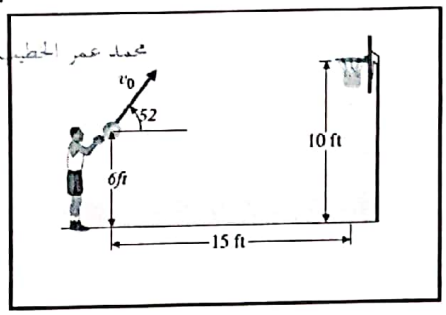
$$x(0.36) = 53\cos(-7)\,(0.36) = 18.95\ m$$

(7) هل ستكون الكرة امام ، ام خلف خط التسديد (على بعد $18\ m$ من اللاعب)

خلف خط التسديد

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner



رمى لاعب كرة سلة طولة $6\ ft$ الكرة عن بعد $15\ ft$

كما هو موضح بالشكل

اذا علمت ان السرعة الابتدائية للكرة هي $25\ ft/s$ وزاوية الانطلاق 52°

$v_0 = 25$, $y_0 = 6$, $x_0 = 0$

(1) اوجد معادلة الحركة الافقية في اي زمن t

$$x(t) = 15.39t.$$

(2) اوجد معادلة الحركة الراسية في اي زمن t

$$y(t) = -16t^2 + 19.70t + 6,$$

(3) اوجد زمن التحليق للكرة (على اعتبار انها ستصل إلى الارض)

$t = 15/15.39 = .9746$

(4) اوجد ارتفاع الكرة عن الارض عند وصول الكرة الى السلة ، هل ستدخل الكرة السلة ام لا

$$y = -16(.9746\ldots)^2 + 19.70(.9746\ldots) + 6 \approx 10$$

نعم ستدخل الكرة السلة

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner

ثالثاً: حركة المقذوف في ثلاث ابعاد (معادلة الحركة لقذيفة جنونية)

تعطى المسافة الافقية (الجانبية) لكرة تتحرك وتدور بمعدل w راديان في الثانية بالمعادلة التفاضلية

$$x''(t)=\frac{-0.45}{m}\sin(4wt+\theta_0) \quad , \quad x'(0)=0 \quad , \quad x(0)=0$$

حيث θ_0 الزاوية الابتدائية عند رمي الكرة

و m كتلة الكرة بالكيلو غرام.

اوجد معادلة الحركة الافقية (الجانبية) لكرة البيسبول التي تزن $0.098kg$ والتي تدور بمعدل $w=2$ راديان بالثانية حيث ترمى الكرة من الموقع صفر والزاوية الابتدائية صفر والسرعة الابتدائية صفر.

$\theta_0=0$

$w=2$

$m=0.098$

ثم اوجد موقع الكرة بعد نصف ثانية

$$x''(t)=\frac{-0.45}{0.098}\sin(8t) \qquad x'(0)=0 \ , \ x(0)=0$$

$$x''(t)=-4.5\sin(8t)$$

$$x'(t)=\frac{4.5}{8}\cos(8t)+c_1$$

$$x'(0)=0 \rightarrow c_1=0$$

$$x(t)=0.56\cos(8t)$$

$$x(t)=\frac{0.56}{8}\sin(8t)+c_2$$

$$x(0)=0 \rightarrow c_2=0$$

$$x(t)=0.07\sin(8t) \Rightarrow x(\tfrac{1}{2})=-0.05$$

بعد نصف ثانية

almanahj.com/ae

Scanned with CamScanner