كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي إماراتي 100 %

تطبيق المناهج الإماراتية | الاجتماعيات | الرياضيات

الصفحة الرسمية على التلغرام | الاسلامية | العلوم

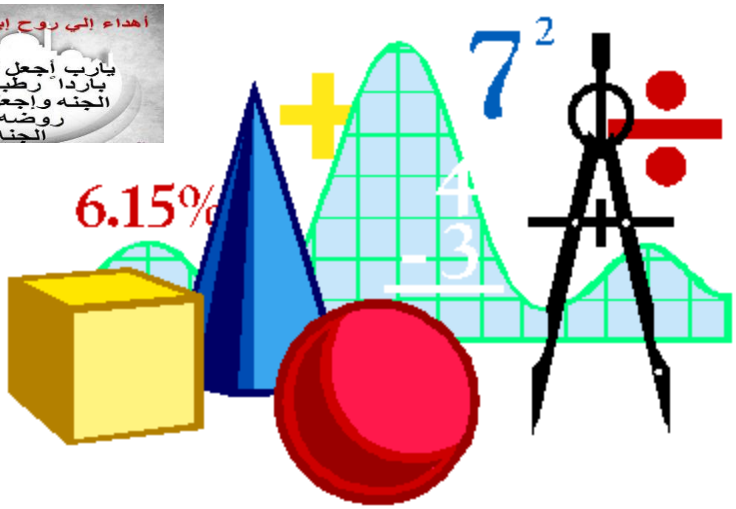
الصفحة الرسمية على الفيسبوك | الانجليزية

التربية الاخلاقية لجميع الصفوف | اللغة العربية

التربية الرياضية

مجموعات التلغرام.	مجموعات الفيسبوك	قنوات تلغرام	قنوات الفيسبوك
الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول
الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني
الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث
الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع
الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس
الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس
الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع
الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن
الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام
الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	تاسع متقدم
الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	عاشر عام
الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	عاشر متقدم
الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	حادي عشر عام
الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	حادي عشر متقدم
ثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام
ثاني عشر متقدم	الثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم

مدرسة توام النموذجية الخاصة بالعين



الصف الثاني عشر متقدم

alManahj.com/ae

2 – 6 الحجم:شرائح وأقراص وحلقات

الفصل الدراسي الثالث

اعداد أ. هلال حسين أحمد

2019/2018

تطبيقات التكامل وطرائق التكامل

Hilal Hussein Ahmed

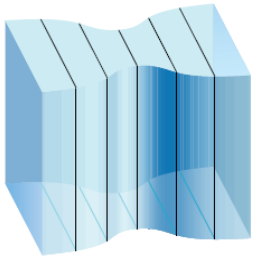
Hilal Hussein Ahmed

حساب الحجم

المقاطع العرضية

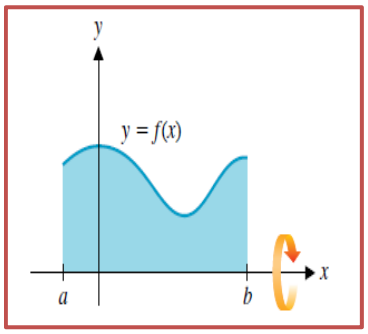
$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

حيث A مساحة المقطع

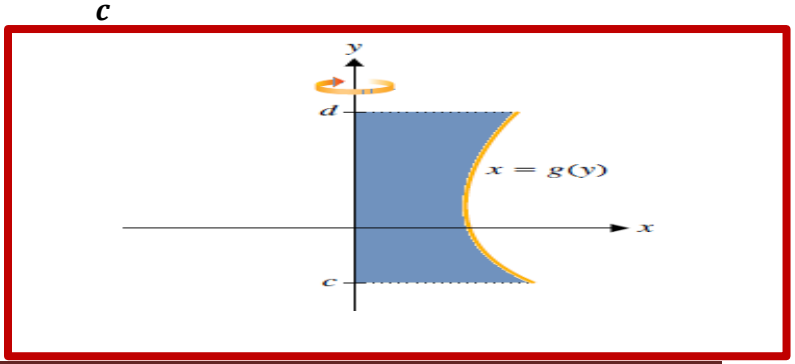


الأقراص

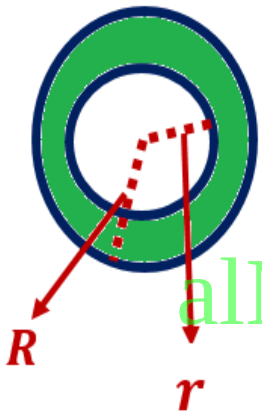
$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2\,dx$$



$$V = \int_c^d \pi(g(y))^2\,dy$$



الحلقات



$$A = \pi\left(R^2 - r^2\right)$$

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

alManahj.com/ae

Hilal Hussein Ahmed

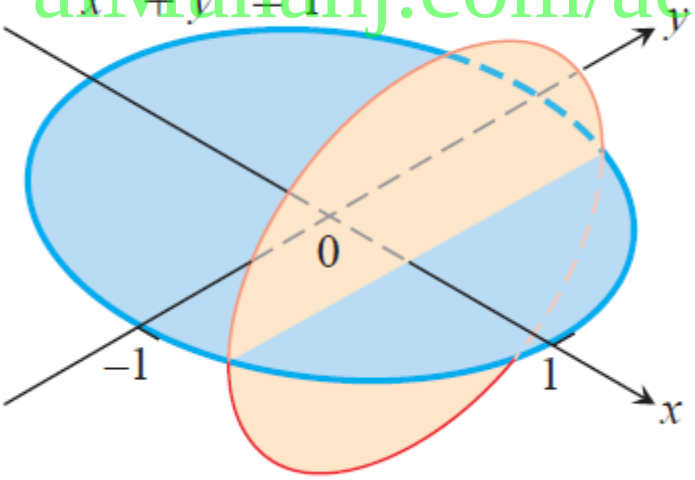
المقاطع العرضية

■ أوجد صيغة المساحة $A(x)$ لمقاطع عرضة فى مجسم . متعامدة على محور x :

(8)يقع المجسم بين مستويين متعامدين على المحور السيني عند $x = -1$, 1 و المقاطع العرضية متعامدة على المحور السيني بين هذين المستويين محصورة بين نصف الدائرة $y = -\sqrt{1 - x^2}$ إلى نصف الدائرة $y = \sqrt{1 - x^2}$.

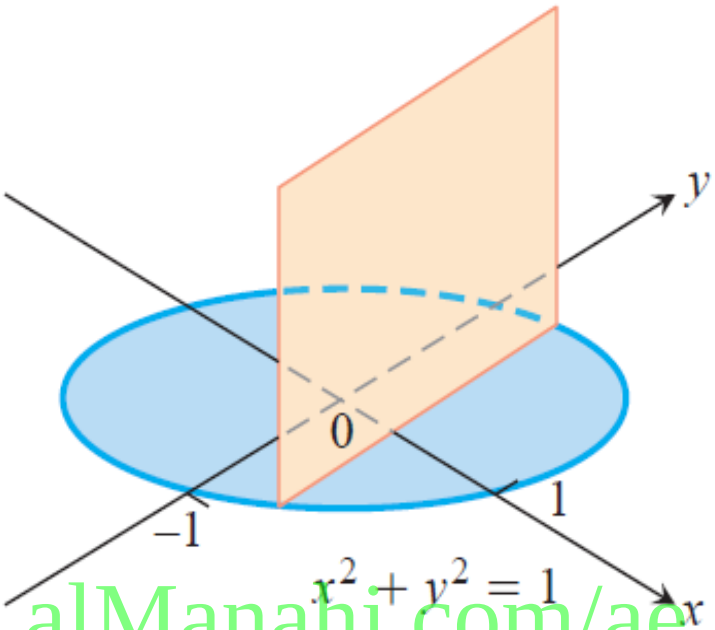
(a)المقاطع العرضية في أقراص دائرية أقطارها في المستوى xy.

alManahj.com/ae



Hilal Hussein Ahmed

(b)المقاطع العرضية هي مربعات قواعدها في المستوى xy.



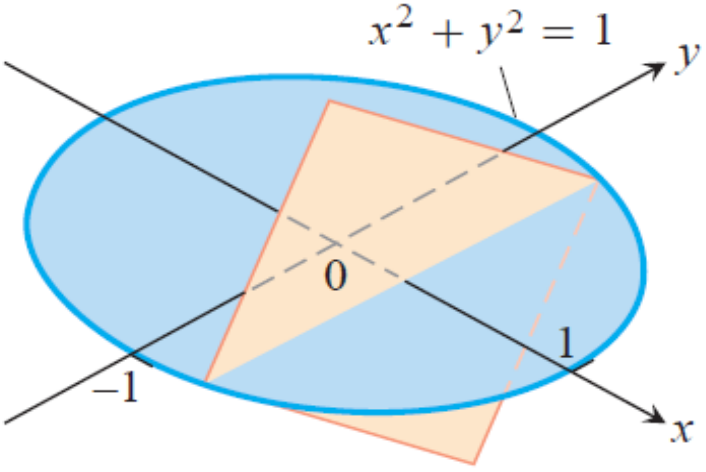
alManahj.com/ae

……

……

(c) المقاطع العرضية في مربعات أقطارها في المستوى xy

(طول قطر المربع $\sqrt{2}$ مرة قدر طول ضلعه) .



……

……

……

……

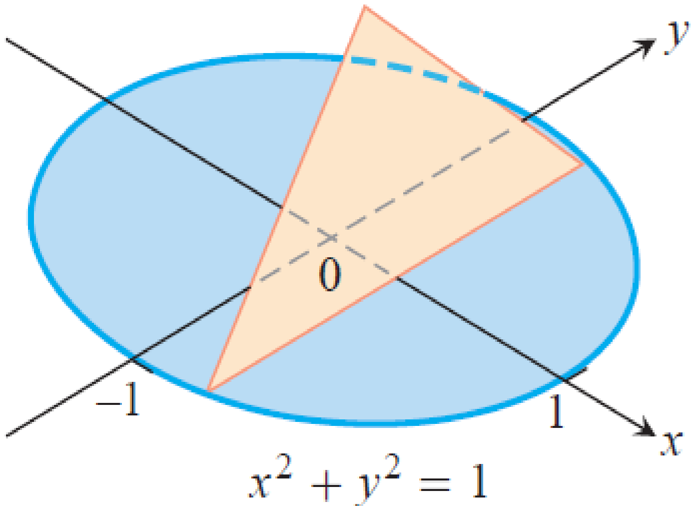
……

……

……

Hilial Hussein Ahmed

(d) المقاطع العرضية هي مثلثات متساوية الأضلاع قواعدها في المستوى xy.

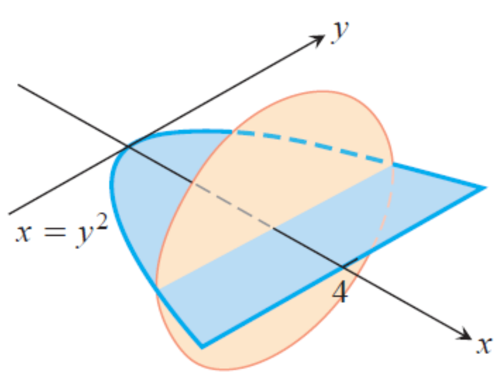


alManahj.com/ae

(9)يقع المجسم بين مستويين متعامدين على المحور السيني عند

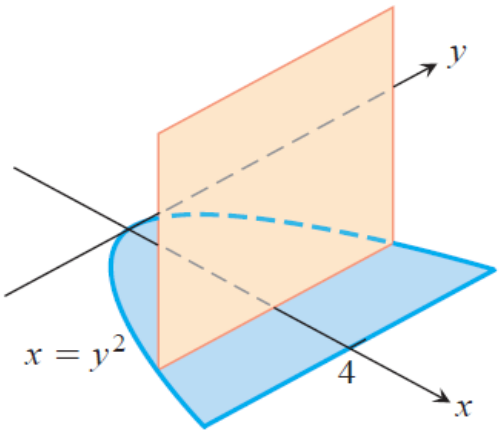
$x = 0$, $x = 4$ و المقاطع العرضية متعامدة على المحور السنس بين هذين المستويين و نتحصر بين $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{x}$.

(a)المقاطع العرضية في أقراص دائرية أقطارها في المستوى x



Hilal Hussein Ahmed

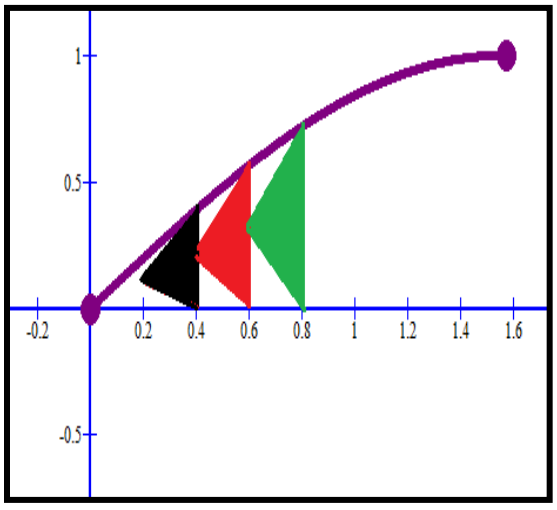
(b) المقاطع العرضية هي مربعات قواعدها في المستوى xy.



(1) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي المحور السيني عند $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ والمقاطع العرضية العمودية علي المحور السيني في الفترة $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ هي مثلثات متطابقة الأضلاع قواعدها في المستوي xy ومحصورة بين محور السينات والمنحني $f(x) = \sin x$

الجواب: $\frac{\sqrt{3}}{16}\pi$

alManahj.com/ae



Hilal Hussein Ahmed

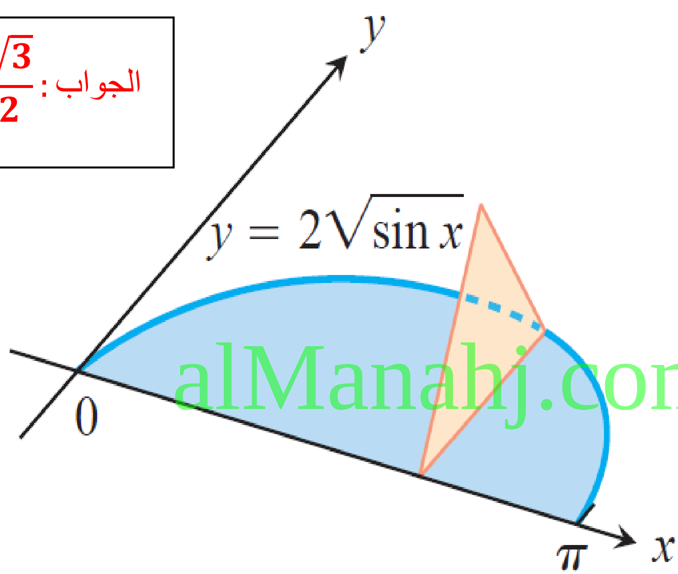
(2) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي

المحور السيني عند $x = 0$, $x = \pi$ والمقاطع العرضية

العمودية علي المحور السيني في الفترة $0 \le x \le \pi$ هي مثلثات متطابقة الأضلاع

قواعدها في المستوي xy ومحصورة محوربين السينات و المنحني $y = 2\sqrt{\sin x}$

الجواب : $\frac{\sqrt{3}}{2}$



alManahj.com/ae

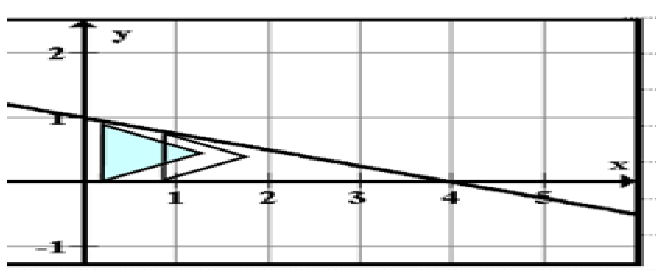
(3) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي

المحور السيني عند $x = 0$, $x = 4$ والمقاطع العرضية

العمودية علي المحور السيني في الفترة $0 \le x \le 4$ هي مثلثات متطابقة الأضلاع

قواعدها في المستوي xy ومحصورة بين محور السينات و المنحني $x + 4y = 4$

الجواب : $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Hilal Hussein Ahmed

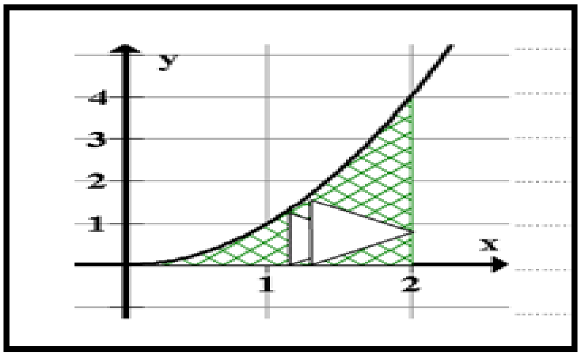
(4) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي

المحور السيني عند$x = 0$, $x = 2$ والمقاطع العرضية

العمودية علي المحور السيني الفترة في$0 \le x \le 2$هي مثلثات متطابقة الأضلاع

قواعدها في المستويxyومحصورة بين محور السينات والمنحني$y = x^2$

الجواب: $\frac{8\sqrt{3}}{5}$



... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

alManahj.com/ae

5) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي

المحور السيني عند $x = \frac{-\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$ والمقاطع العرضية

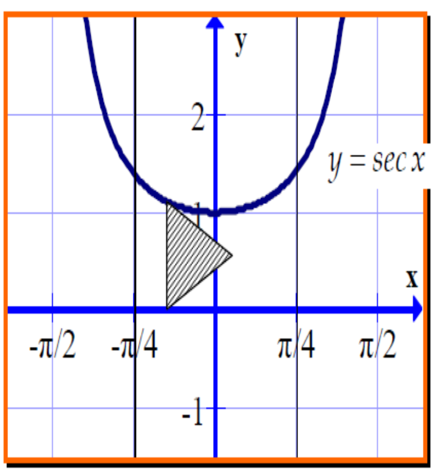
العمودية علي المحور السيني في الفترة $\frac{-\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$ هي

مثلثات قائمة ضلعي القائمة

فيها متطابقين المستوي ويقع أحد ضلعي القائمة بين

محور السينات والمنحني $y = \sec x$

الجواب: 1



... ...

... ...

... ...

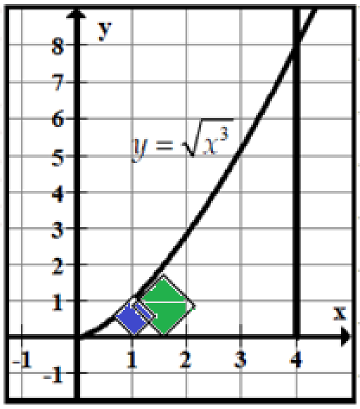
... ...

... ...

... ...

Hilal Hussein Ahmed

6) أوجد المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين علي المحور السيني عند $x = 0$, $x = 4$ والمقاطع العرضية العمودية علي المحور السيني في الفترة $0 \le x \le 4$ هي مربعات اقطارها في المستوي xy ومحصورة محوربين السينات والمنحني $y = \sqrt{x^3}$



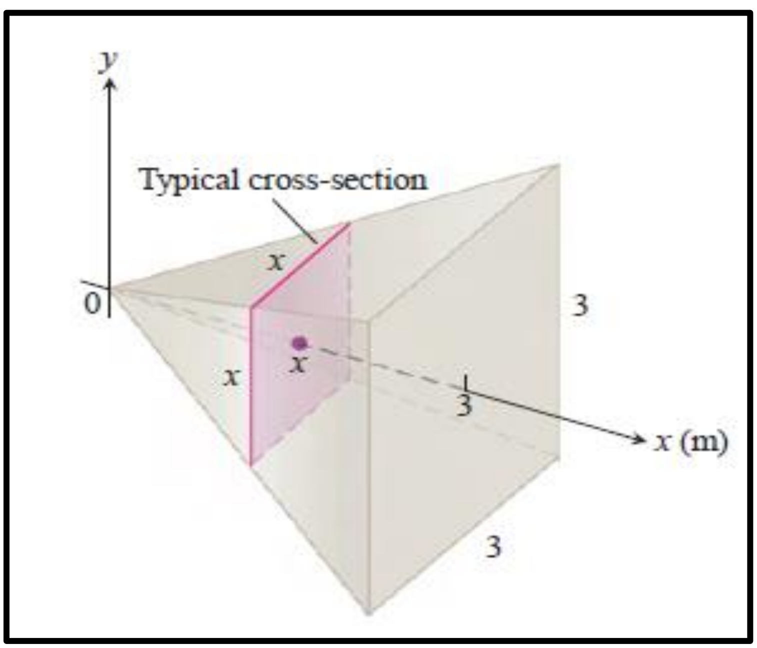
... ...

... ...

. ... . الجواب: 32 ... ...

(7) يبلغ ارتفاع الهرم 3 أمتار قاعدة مربعة طولها 3 أمتار . المقطع العرضي للهرم إعتماداًعلى الرسم المضح أوجد حجم الهرم

alManahj.com/ae



... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

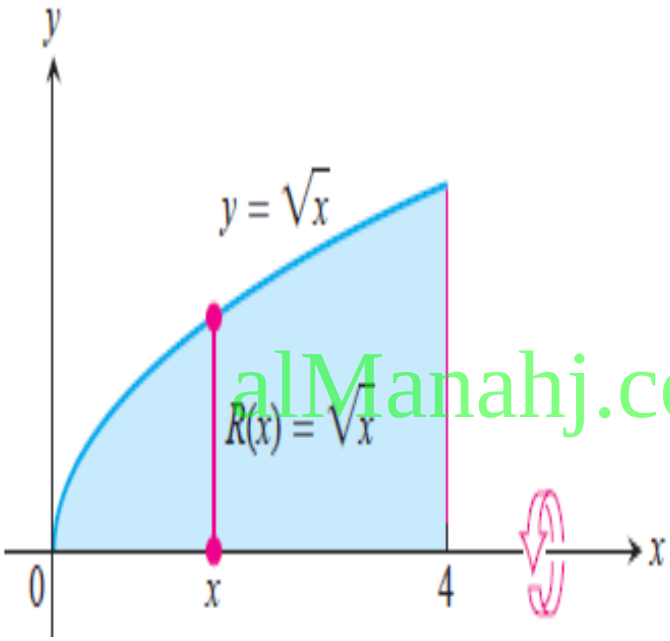
... ...

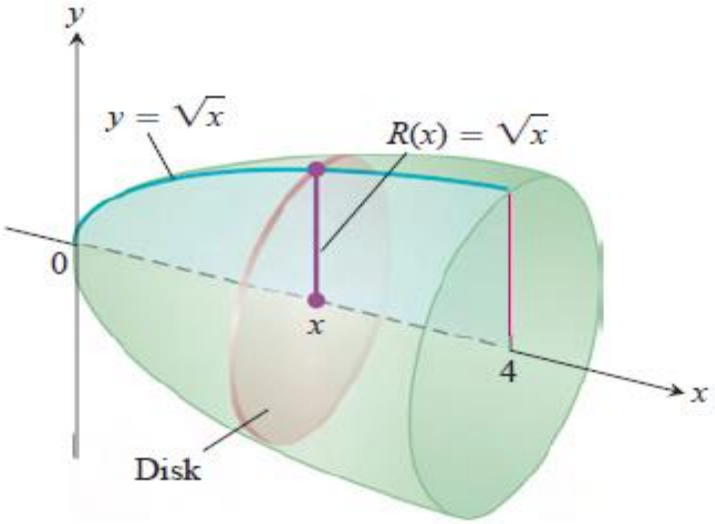
Hilal Hussein Ahmed

الأقراص

(8) أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة المحصورة بين منحني الدالة $f(x)=\sqrt{x}$: $0 \le x \le 4$ دورة كاملة حول محور x.

8π





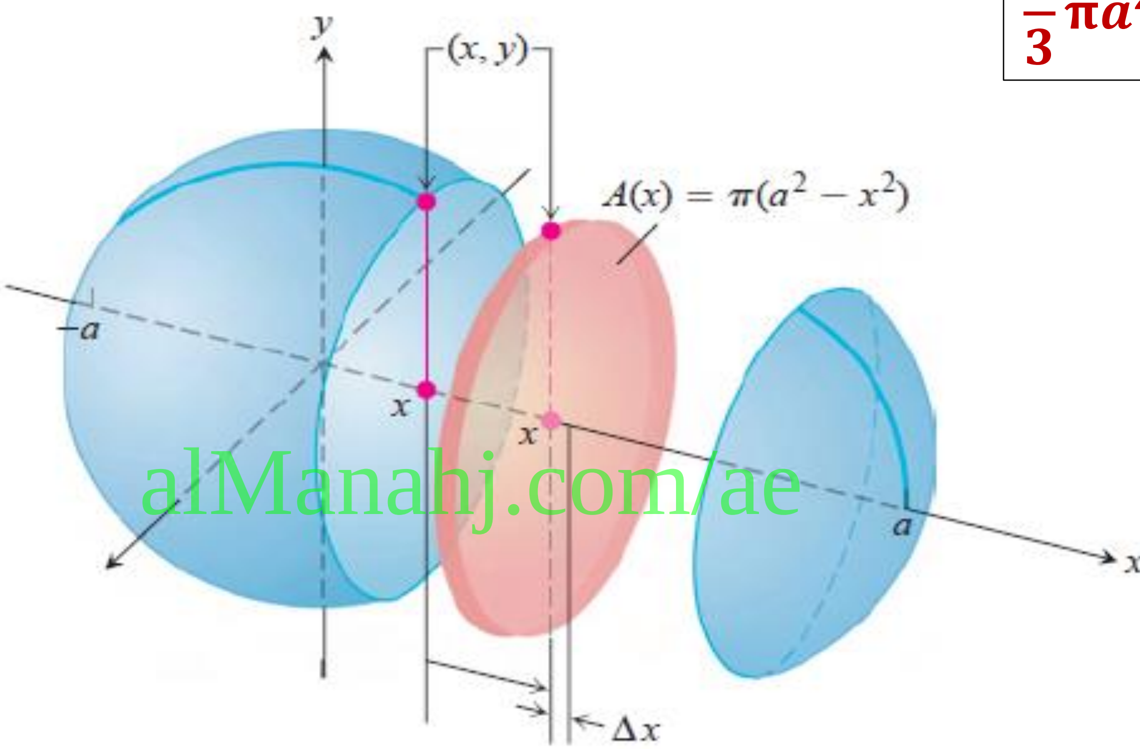
alManahj.com/ae

Hilal Hussein Ahmed

(9) أوجد حجم الكرة الناشئ من دوران منحني

$x^2 + y^2 = a^2$ دورة كاملة حول محور x

$\frac{4}{3}\pi a^2$



alManahj.com/ae

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

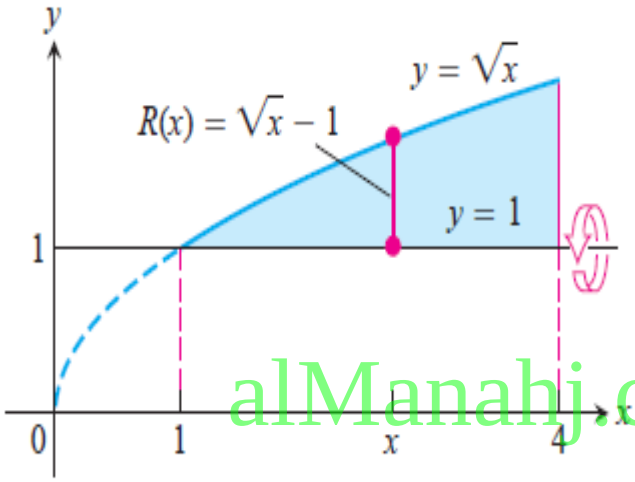
Hilal Hussein Ahmed

(10) أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة

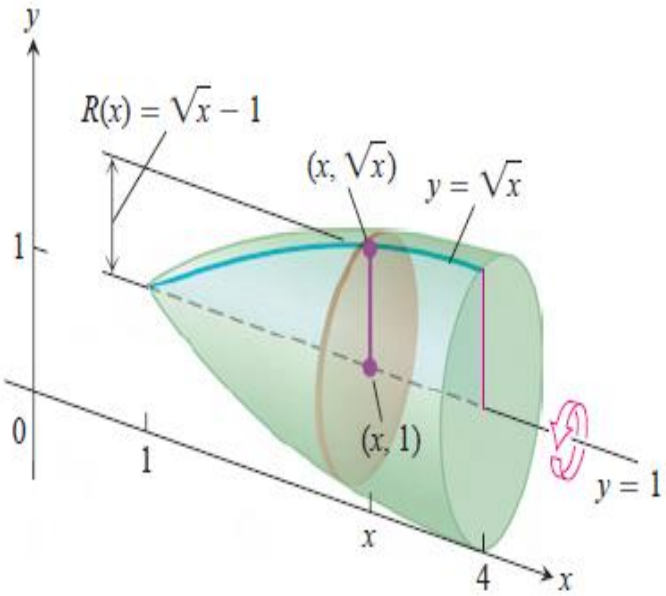
المحددة بالمنحني $y = \sqrt{x}$ والمستقيم $y = 1$

فى $1 \le x \le 4$ دورة كاملة حول المستقيم $y = 1$

$$\frac{7\pi}{6}$$



alManahj.com/ae



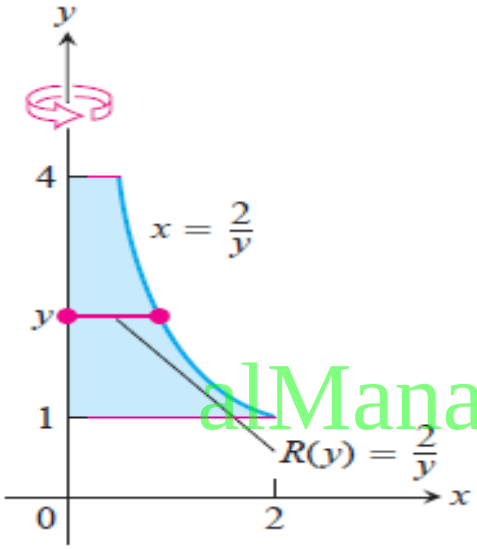
Hilal Hussein Ahmed

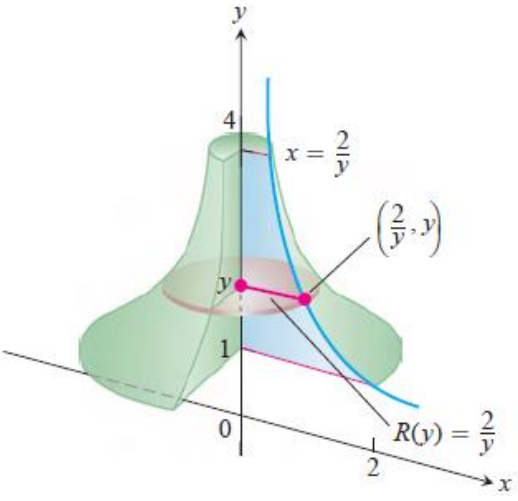
(11) أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة

المحددة بالمنحني $x = \frac{x}{y}$ والمستقيم $y = 1$

فى $1 \le y \le 4$ دورة كاملة حول محور y

3π





alManahj.com/ae

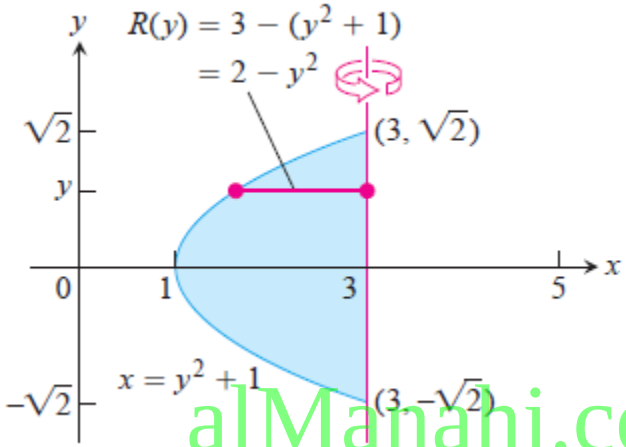
Hilal Hussein Ahmed

(12) أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة

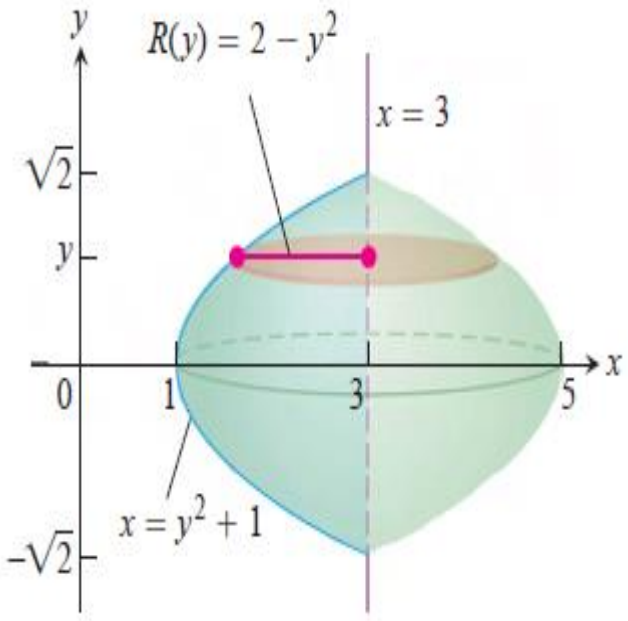
المحددة بالمنحني $x = y^2 + 1$ والمستقيم $x = 3$

في $-\sqrt{2} \le y \le \sqrt{2}$ – دورة كاملة حول المستقيم $x = 3$

$\frac{64}{15}\pi\sqrt{2}$

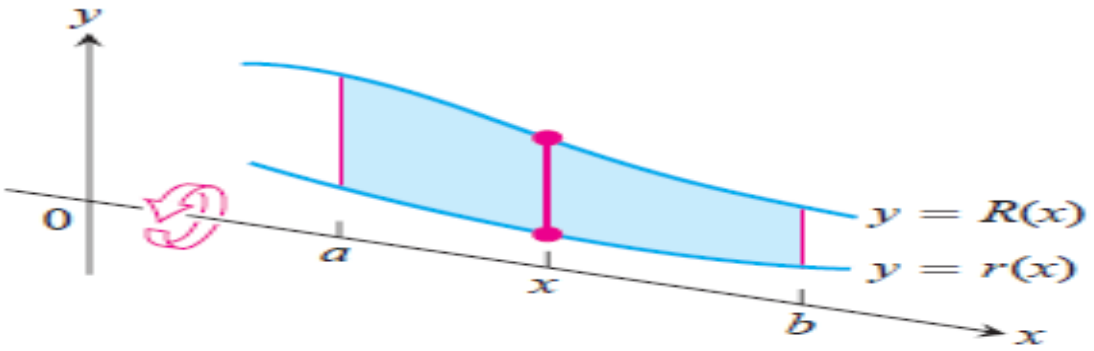


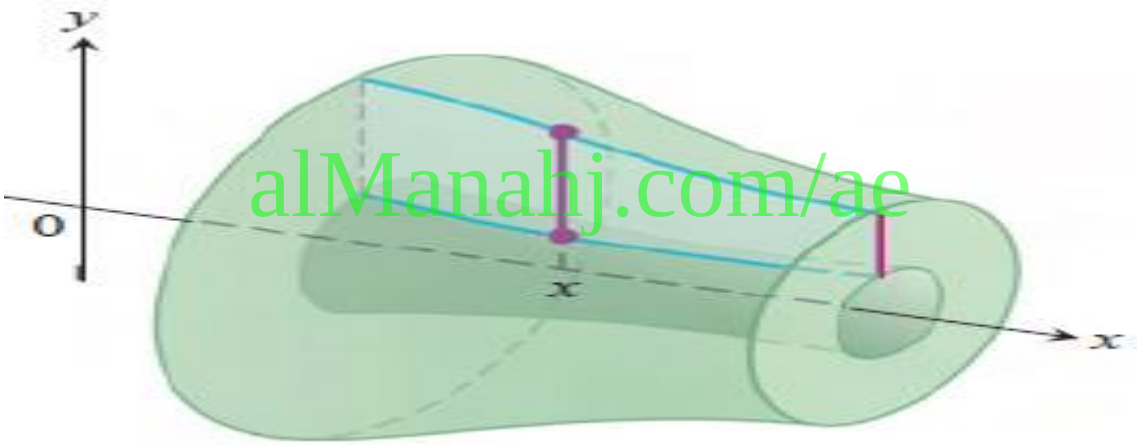
alManahj.com/ae



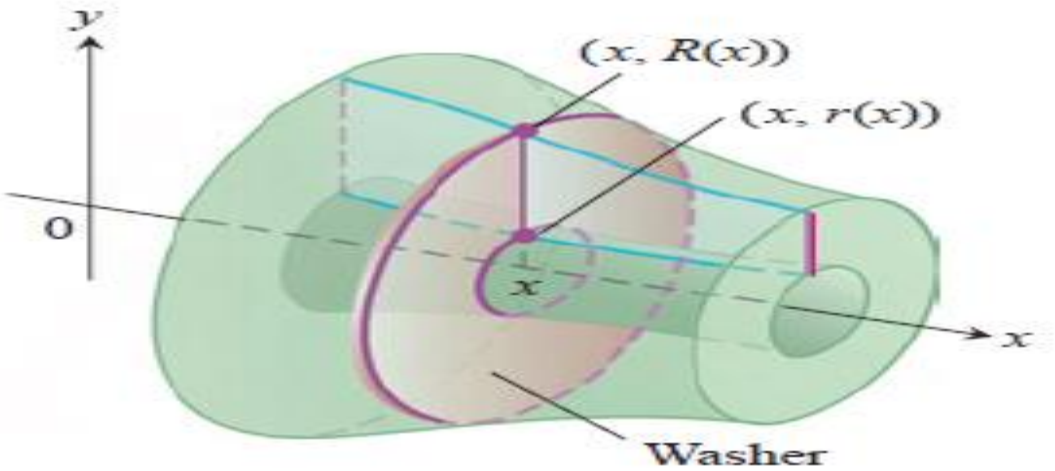
Hilal Hussein Ahmed

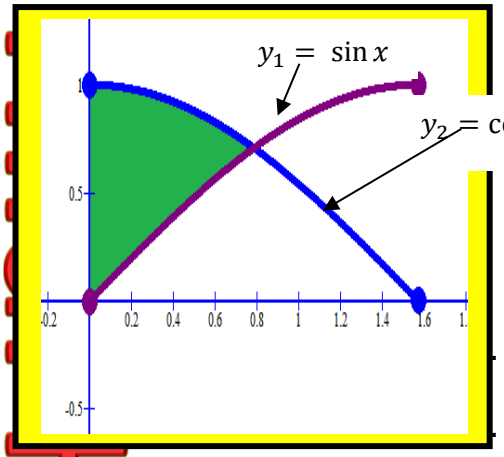
الحلقات





alManahj.com/ae

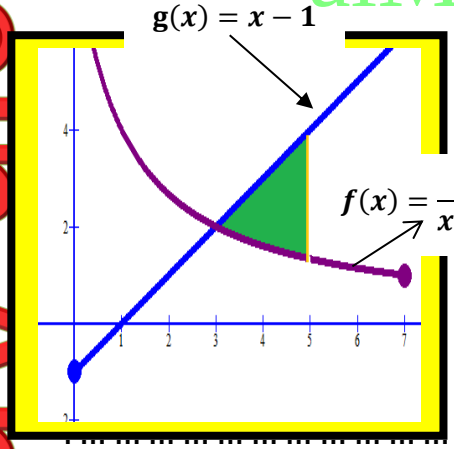




(13)أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين منحني الدالتين $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ ومحور الصادات وفي الربع دورةالأول كاملة محورحول السينات

الجواب : $\frac{\pi}{2}$

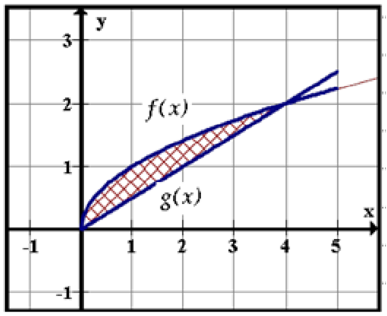
alManahj.com/ae



(14) إذا كان $f(x) = \frac{8}{x+1}$, $g(x) = x - 1$

أوجد الجسم الناشئ من دوران المحددالمنطقة المحصورة بين المنحنيين $f(x), g(x)$ والمستقيم $x = 5$ دورة كاملة محور السينات

Hilal Hussein Ahmed



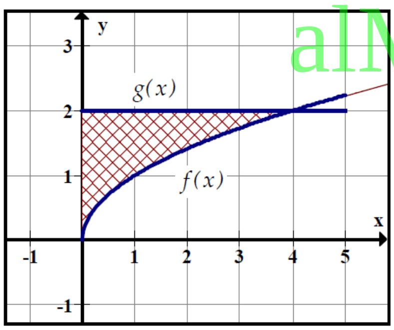
(15) إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{2}x$

أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظ

بين المنحنيين $f(x)$, $g(x)$ دورة كاملة محور السينات

الجواب: $\frac{8}{3}\pi$

alManahj.com/ae



(16) إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = 2$

أوجد الجسم الناشئ من دوران المظللةالمنطقة المحصورة

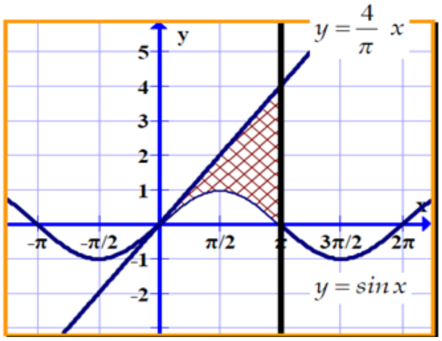
بين المنحنيين $f(x)$, $g(x)$ دورة كاملة حول محور السينات

الجواب: 8π

(17)أوجد حجم المجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة المحصورة

بين منحني الدالة $\pi \geq x \geq 0 \;, y = \frac{4}{\pi}x, y = \sin x$

دورة كاملة محورحول السينات



الجواب: 47.7

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

alManahj.com/ae

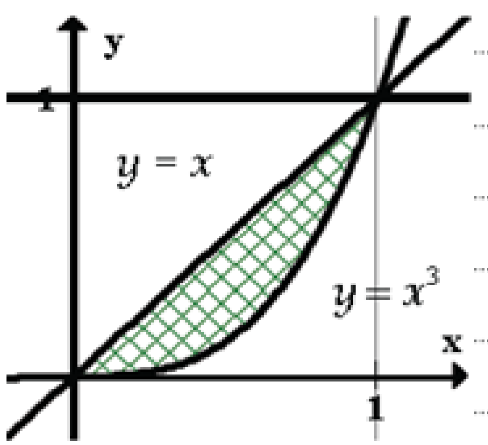
... ...

(18)أوجد الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحني ...

الجواب: $\frac{13}{42}\pi$

$y = x^3$ والمستقيم $y = x$, في$[0 \;, 1]$ دورة

كاملة حول المستقيم $y = 1$



... ...

... ...

... ...

... ...

Hilal Hussein Ahmed

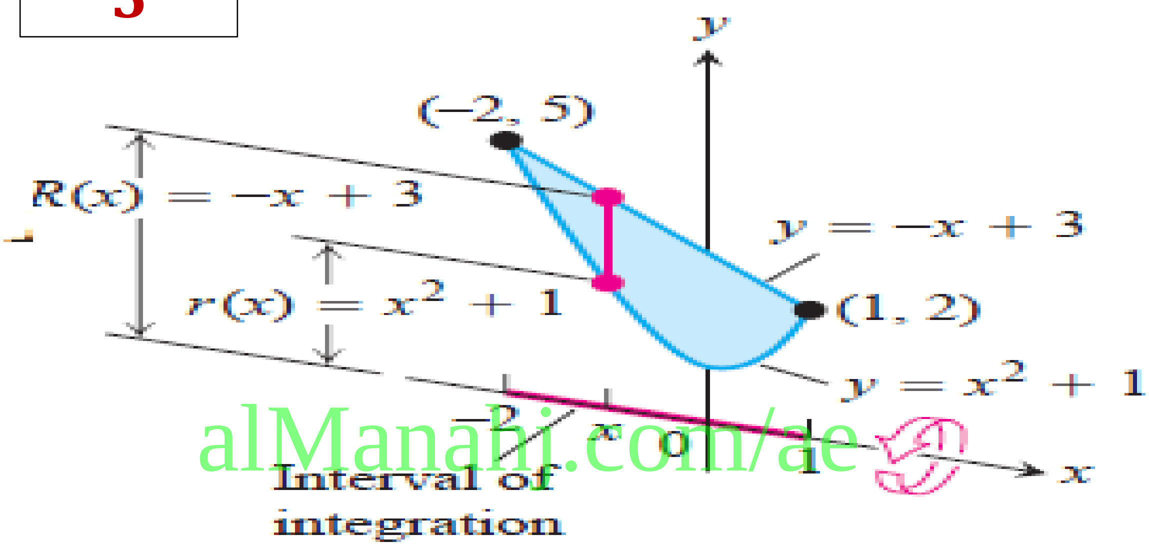
Hilal Hussein Ahmed

(19) إذا كان $y = x^2 + 1 \, , y = -x + 3$

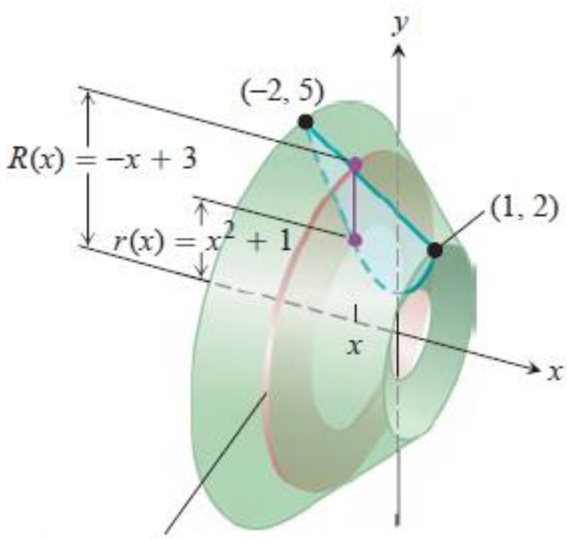
أوجد الجسم الناشئ من دوران المظللةالمنطقة المحصورة

بين المنحنيين دورة كاملة حول محور x

$$\frac{117\pi}{5}$$



alManahj.com/ae



Washer cross section
Outer radius: $R(x) = -x + 3$
Inner radius: $r(x) = x^2 + 1$

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

... ...

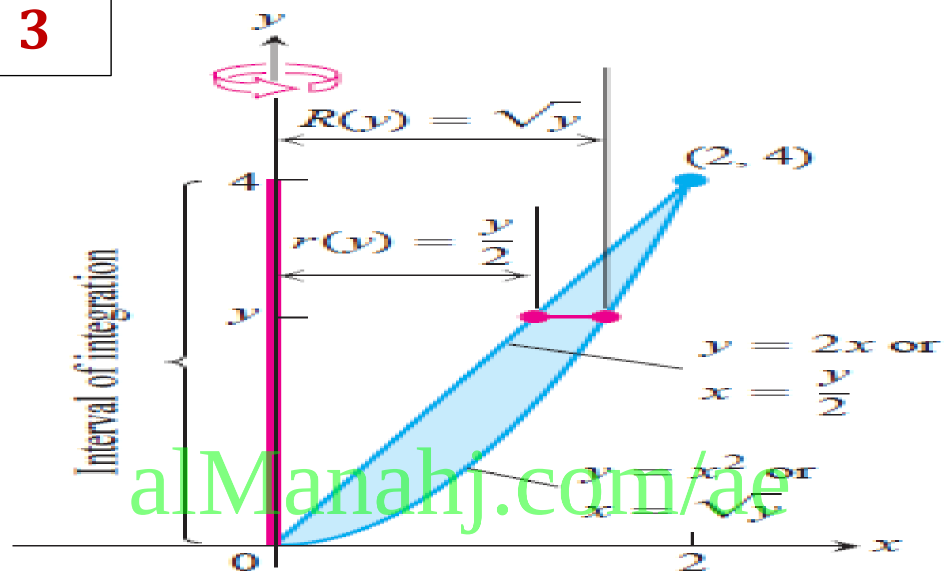
Hilal Hussein Ahmed

(20) إذا كان $y = x^2$, $y = 2x$

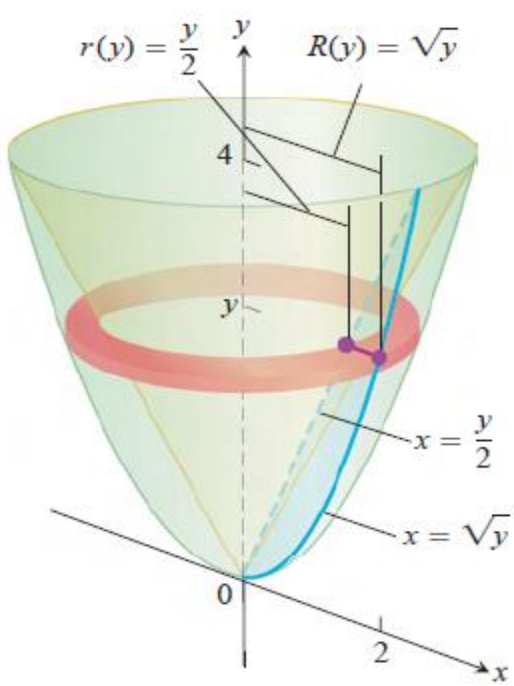
أوجد الجسم الناشئ من دوران المظللةالمنطقة المحصورة

بين المنحنيين دورة كاملة حول محور y

$$\frac{8\pi}{3}$$



alManahj.com/ae



………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………..
………………………………………………………

Hilal Hussein Ahmed

(21) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x , y = -x$

احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول $x = 1,$

المستقيم المذكور .

(a) المحور x **(b) المحور y**

$y = 1\ (c)$ **$y = -1\ (d)$**

alManahj.com/ae

Hilal Hussein Ahmed

(22) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0 , y = x^2$

احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول $x = 1,$

المستقيم المذكور .

(a) المحور y (b) المحور x

(c) $x = 1$ (d) $y = 1$

(c) $x = -1$ (d) $y = -1$

alManahj.com/ae

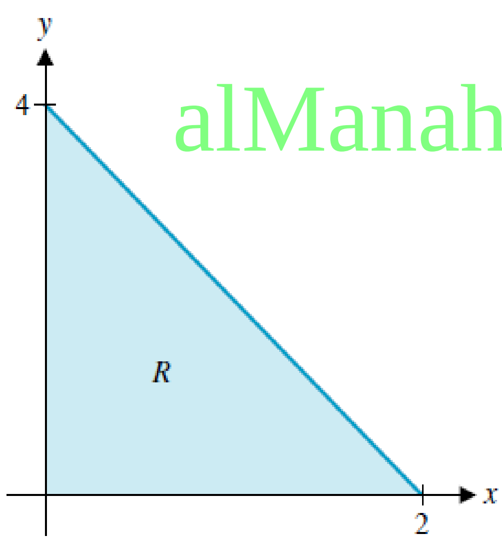
Hilal Hussein Ahmed

(23) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y . احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول المستقيم المذكور .

(a) المحور y (b) المحور x

(c) $x = 2$ (d) $y = 4$

(c) $x = -2$ (d) $y = -4$



alManahj.com/ae

. ...
. ...
. ...
. ...
. ...
. ...
. ...
. ...

. ...
. ...
. ...
. ...

Hilal Hussein Ahmed

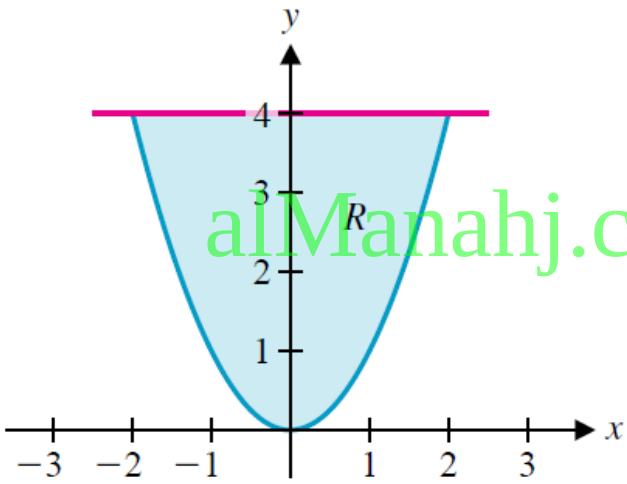
(24) لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2, y = 4$

احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران R حول.

(a) $y = 4$ (b) المحور y

(c) $y = 6$ (d) $y = -4$

(c) $y = -2$ (d) $x = -4$



alManahj.com/ae

Hilal Hussein Ahmed

(25) إذا كان $y = x^2 , y = 4 - x^2$

أوجد الجسم الناشئ من دوران المظللةالمنطقة المحصورة

بين المنحنيين دورة كاملة حول(a) المحور x , (b) $y = 4$

… ….

… ….

… …

… ….

… ….

… ….

alManahj.com/ae

… ….

… ….

… ….

… …

… ….

… …

… ….

… ….

… …

… ….

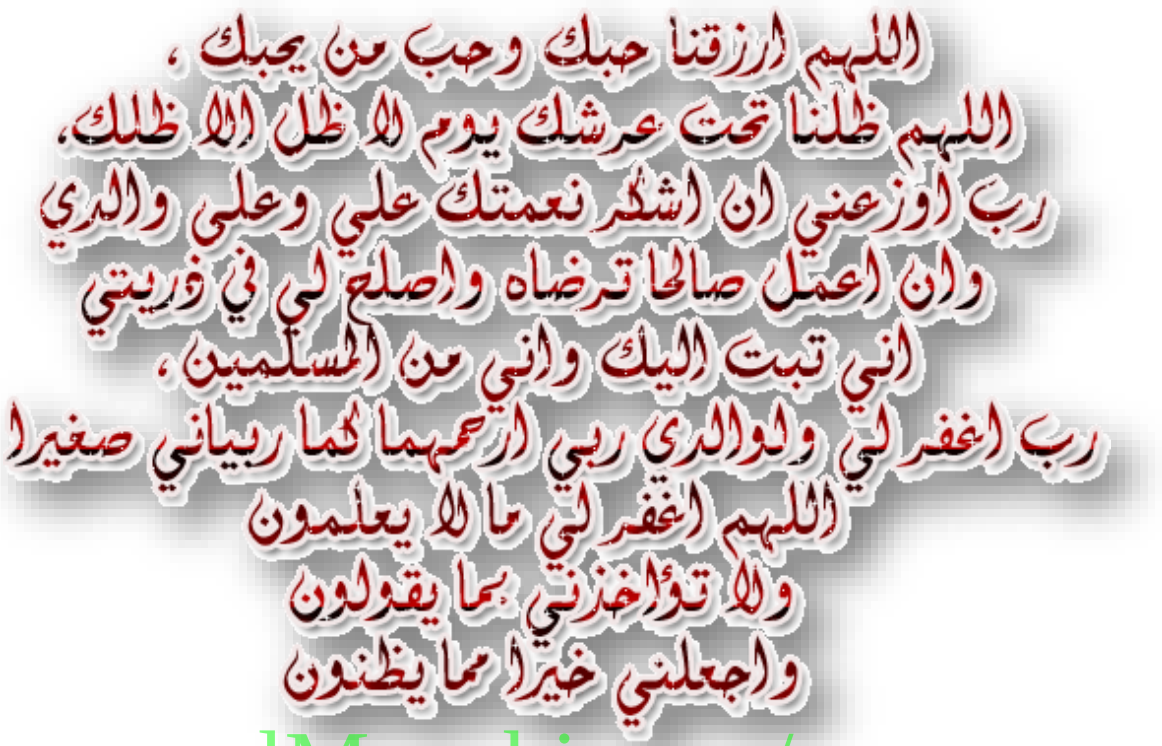
… ….

Hilal Hussein Ahmed

(26) استخدم قاعدة سمبسون لتقدير الحجم

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$A(x)$	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.4	0.3	0.2	0.2	0.1	0.0

alManahj.com/ae



alManahj.com/ae

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

أ.هلال حسين أحمد

2018/2019

Hilal Hussein Ahmed