

قوانين الاحصاء

- دالة كثيرة الحدود : $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$
- معادلة الخط المستقيم: ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(x_1, y_1)$ و $B(x_1, y_1)$

ميل الخط المستقيم الذي معادلته على الصورة العامة $ax + by + c = 0$

حيث أن a و b و c هي ثوابت و a و b لا يساويان الصفر هو: $m = \frac{-a}{b}$

المستقيمتان المتوازيتان :- $m_1 = m_2$

المستقيمتان المتعامدتان :- $m_1 \times m_2 = -1$

النهايات $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

تفاضل المقدار الثابت $\frac{dy}{dx} = 0$

تفاضل x^n

مشتقة حاصل قسمة دالتين $\frac{\text{المقام} \times \text{البسط مشتقة} - \text{البسط} \times \text{المقام مشتقة}}{(\text{المقام})^2}$

مشتقة القوس المرفوع لأس = تفاضل القوس \times تفاضل ما بداخله

قياس مرونة الطلب

مرونة الطلب باستخدام التفاضل :

$m = \frac{\text{المشتقة الأولى لدالة الطلب} \times \text{السعر}}{\text{المطلوبة الكمية}}$

المشتقة الأولى لدالة الطلب = معدل تغير الكمية المطلوبة بالنسبة للسعر

• الاستهلاك والادخار

١- الميل الحدي للاستهلاك = المشتقة الأولى لدالة الاستهلاك K حيث الاستهلاك دالة في الدخل .

قيمة الميل الحدي للاستهلاك تكون موجبة ولكنها أقل من الواحد الصحيح (أي كسر موجب)

٢- الميل الحدي للادخار = المشتقة الأولى لدالة الادخار S حيث الادخار دالة في الدخل

قيمة الميل الحدي للادخار تكون موجبة ولكنها أقل من الواحد الصحيح (أي كسر موجب)
كذلك .

الميل الحدي للاستهلاك + الميل الحدي للادخار = ١

• النهايات العظمى و الصغرى

خطوات إيجاد النهايات العظمى والصغرى :

١ - يتم إيجاد المشتقة الأولى للدالة .

٢ - يتم إيجاد المشتقة الثانية .

٣ - تحديد نوع النهاية (عظمى - صغرى) .

إذا كانت إشارة المشتقة الثانية سالبة .: يعني ذلك وجود نهاية عظمى للدالة والعكس صحيح .

• الربح الحدي

١- الايراد الكلي = عدد الوحدات المباعة x سعر بيع الوحدة

٢- الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكلية

٣- الايراد الحدي = المشتقة الاولى لدالة الايراد الكلي .

٤- التكلفة الحدية = المشتقة الاولى لدالة التكلفة الكلية .

٥- الربح الحدي = المشتقة الاولى لدالة الربح الكلي .

٦- = الايراد الحدي - التكلفة الحدية .

• رمز التكامل \int

• تكامل x المرفوعة للأس n : أجمع على الاس واحد وأقسم على الاس الجديد .

$$\int x^n . dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$$

• تكامل e^x :-

$$\int e^x . dx = e^x + c$$

• تكامل $\frac{1}{x}$:-

$$\int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln x + c$$

التطبيقات التجارية للتكامل

- ١- الايراد الكلي = تكامل دالة الايراد الحدي .
- ٢- التكاليف الكلية = تكامل دالة التكاليف الحدية .
- ٣- الربح الكلي = تكامل دالة الربح الحدي .
- ٤- الربح الكلي = الايراد الكلي - التكاليف الكلية .

• نظرية الاحتمالات

الاحتمال هو كسر موجب أي تتراوح قيمته بين الصفر والواحد الصحيح .
احتمال تحقيق الحدث A نشير له بالرمز $P(A)$ وحدود هذا الاحتمال هي :-

$$0 \leq A \leq 1$$

$$\text{احتمال تحقق حدث} = \frac{\text{الحدث تحقق حالات عدد } A}{\text{الكلية الحالات عدد}}$$

• نظرية :-

إذا كان احتمال تحقق حادث واحد على الأقل من حادثين A أو B هو أن يتحقق أحدهما أو أن يتحقق الاثنين معاً ويسمى الاتحاد و يرمز له بالرمز :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

• حيث أن :-

- $P(A)$ هو احتمال تحقق الحدث A .
- $P(B)$ هو احتمال تحقق الحدث B .
- $P(A \cap B)$: التقاطع و يشير إلى احتمال تحقق الحدثين معاً (الحدث الأول و الحدث الثاني) .

- $P(A \cup B)$: الاتحاد ويشير إلى احتمال تحقق أحد الحدثين على الأقل (الحدث الاول أو الثاني)

• أنواع الاحداث A و B

- أحداث متنافية (متعارضة) $P(A \cap B) = 0$
- أحداث مستقلة: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- أحداث غير مستقلة $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$
- الاحتمال الشرطي :- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ نرسم له بالرمز $P(A|B)$

في حالة الحوادث المتعارضة أو المتنافية :- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$

في حالة الحوادث المستقلة :- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A)$

في حالة الحوادث غير المستقلة :- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

- التوقع الرياضي :- $\mu = E(x) = \sum (x \times P(x))$

إذا كان X متغير عشوائي منفصل .

و كان $p(x)$ هو توزيعه الاحتمالي .

فإن وسطه الحسابي أو توقعه الرياضي يعطى بالعلاقة:

$$\mu = E(X) = \sum_{\text{قيم لجميع } x} x p(x)$$

• التباين

التباين للمتغير العشوائي x الذي له قيمة متوقعة تساوي $E(x)$ هو :-

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \sum E(x^2) - (E(x))^2$$

- الانحراف المعياري يمثل الجذر التربيعي للتباين $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
- التوزيع الاحتمالي لمتغير ذات الحدين X عند اجراء التجربة n مرة :

$$p(X = x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

- حيث أن p احتمال النجاح و $q = 1 - p$
- $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$
- إذا كان X متغير ذات الحدين n, p فإن :

التوقع الرياضي $E(X) = \mu = np$ التباين $\sigma^2 = npq$

- العينة العشوائية الطبقيّة العينة حجم \times $\frac{\text{الطبقة حجم}}{\text{المجتمع حجم}}$
- الوسط الحسابي (المتوسط) البيانات غير المبوبة :-

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

$$\frac{\text{القيم مجموع}}{\text{عددها}} = \text{الوسط الحسابي}$$

- الوسيط من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت x_1, x_2, \dots, x_n تمثل بيانات عينة من المجتمع

فإن الوسيط يحسب كالتالي:

١. نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً.

٢. نوجد موقع الوسيط $\frac{n+1}{2}$.

٣. إذا كان n عدد فردي فإن الناتج يكون عدد صحيح و بالتالي الوسيط هو $\frac{x_{\frac{n+1}{2}}}{2}$.

٤. إذا كان n عدد زوجي فإن الناتج يكون عدد غير صحيح و بالتالي الوسيط هو الوسط

الحسابي للقيمتين اللتين يقع بينهما العنصر $\frac{x_{\frac{n+1}{2}}}{2}$.

- المدى من البيانات المبوبة المدى = الحد الأعلى للفئة الاخير - الحد الادنى للفئة الاولى

- التباين يرمز له بالرمز σ^2 .

- الانحراف المعياري σ

- التباين و الانحراف المعياري من البيانات غير المبوبة

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

• التباين و الانحراف المعياري من البيانات المبوبة

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

• معامل الاختلاف المعياري $C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$

• معامل الالتواء

١. التوزيع غير متمائل وملتو من جهة اليسار معامل الالتواء = قيمة سالبة

٢. التوزيع متمائل معامل الالتواء = 0

٣. التوزيع غير متمائل وملتو من جهة اليمين معامل الالتواء = قيمة موجبة

• معامل الالتواء المعياري = $\frac{3(\text{الحسابي الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{المعياري الانحراف}}$

• معامل بيرسون العزومي للارتباط الخطي

$$r_p = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)S_X S_Y}$$

• معامل سبيرمان لارتباط الرتب $r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$

• معامل فاي للاقتران

$$r_\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

• معادلة الانحدار $\hat{y} = a + bx$

• الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = a + bx$$

• لإيجاد قيمة a و b

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

$$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}} (100) \quad \bullet \text{ معدل التضخم}$$

$$P_r = \frac{P_1}{P_0} (100) \quad \bullet \text{ منسوب السعر لسلعة}$$