DEVELOPERS CENTER

Art & Science

حل بعض مسائل مراجعة الفصل

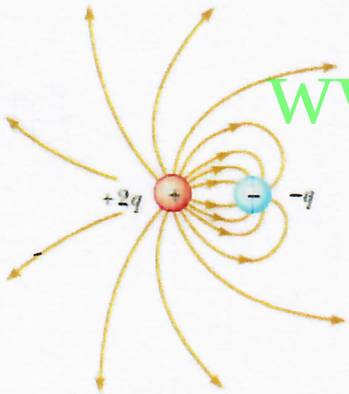
الفيزياء

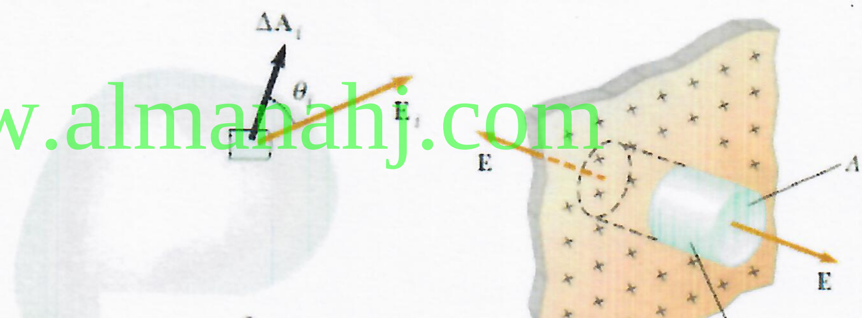
12A2

PHYSICS

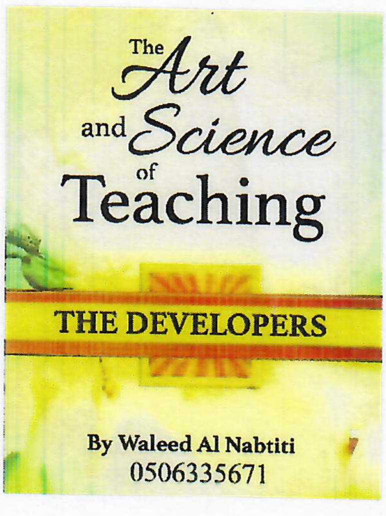
2

المجالات الكهربائية وقانون جاوس





$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$



الأستاذ / وليد النبتيتي

ثنائي القطب Dipole

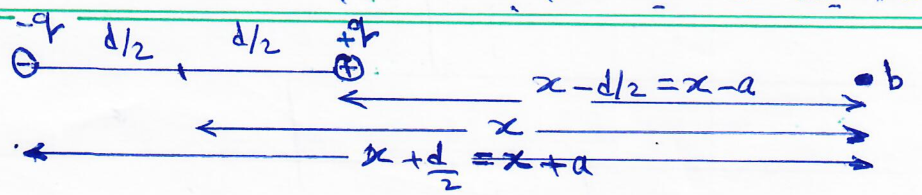
تعريفه : شحنتان متساويتان مقداراً مختلفتان نوعاً .

عزم ثنائي القطب = رمزه $\vec{P}$

مقداره $P = qd$

اتجاهه من الشحنة السالبة الى الموجبة .

المجال الكهربائي لثنائي القطب عند نقطة على امتداد محوره .



المسافة بين الشحنتين $= d$ ⟸ لنعتبر $d = 2a$ ⟸ $a = \frac{d}{2}$

المجال عند النقطة b ناتج من الشحنتين $+q$ ، $-q$ وهما مجالين متعاكسين

$$E_b = E_+ - E_-$$

$$= \frac{kq}{(x-a)^2} - \frac{kq}{(x+a)^2}$$

$$= kq\left[\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right] = kq\left[\frac{(x+a)^2 - (x-a)^2}{(x-a)^2(x+a)^2}\right]$$

$$= kq\left[\frac{x^2+2ax+a^2-(x^2-2ax+a^2)}{[(x-a)(x+a)]^2}\right]$$

$$= kq\left[\frac{4ax}{(x^2-a^2)^2}\right]$$

عندما $x >> a$

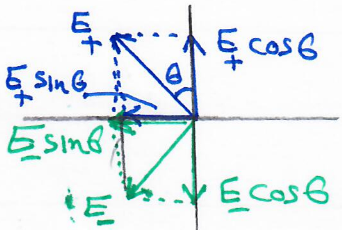
$x^2 - a^2 \approx x^2$

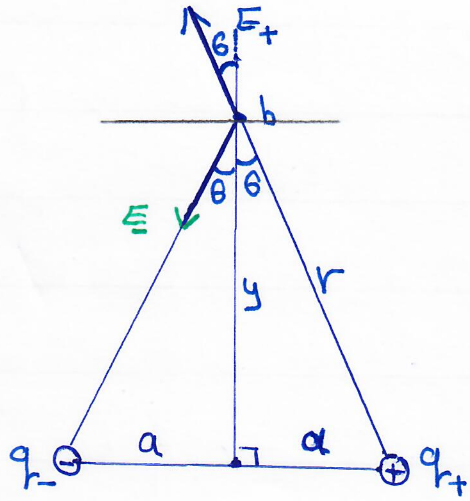
$$= kq \times \frac{4ax}{x^4} = \frac{kq \times 4a}{x^3} = \frac{kq \times 4 \times \frac{d}{2}}{x^3}$$

$$\boxed{E = 2\frac{kq}{x^3}}$$

وليد البشيتي

المجال الكهربائي لثنائي القطب عند نقطة على العمود المنصف للبعد بين الشحنتين (عمودي على محور ثنائي القطب).





المركبات الرأسية تلغي بعضها لأنها متساوية المقدار متعاكسة الاتجاه.
المركبات الأفقية تجمع معاً لأنها باتجاه واحد

$$E_b = E_+\sin\theta + E_-\sin\theta .$$

$$= 2E_+\sin\theta$$

$$= 2\frac{kq}{r^2}\times\frac{a}{r}$$

$$= \frac{2kqa}{r^3} = \frac{2kq\frac{d}{2}}{y^3}$$

$$= \frac{kqd}{y^3}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{r}$$

$$r = \sqrt{y^2+a^2}$$

عندما $y >>> a$

$$\therefore r \approx y$$

$$\boxed{E = \frac{kP}{y^3}}$$

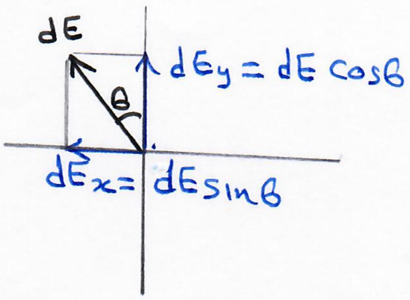
ملاحظات

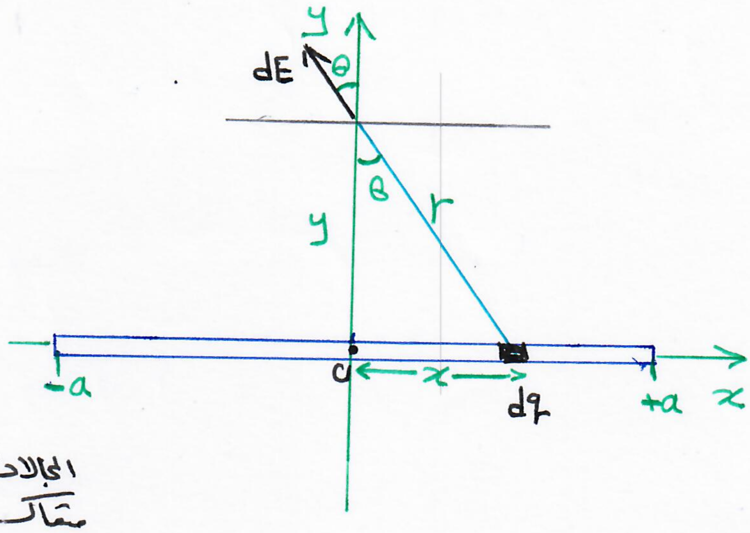
1. المجال الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب يتناسب عكسياً مع مكعب البعد عن مركزه [بعكس الشحنة المفردة - المجال عكسياً مع مربع البعد -].

2. المجال الكهربائي لثنائي القطب عند نقطة على امتداد محوره ضعف المجال عند نقطة على العمود المنصف لمحوره عند تساوي البعد

وليد الشربتي

المجال الكهربائي الناتج عن سلك مستقيم عند نقطة على العمود المنصف للسلك





$\sum d\vec{E}_x = 0.0$ المجالات الأفقية متساوية متعاكسة تلغي بعضها

$$dE_y = k\frac{dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,\lambda\,dx}{y^2+x^2}\cos\theta = \frac{k\lambda\,dx}{y^2+x^2}\times\frac{y}{r} = \frac{k\lambda y\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = (x^2+y^2)^{1/2}$

$$E_y = 2\int_0^a dE_y$$

المجال الرأسي ينتج من جزئي السلك من $0.0 \leftarrow -a$ ومن $+a \leftarrow 0$

$$E_y = 2\int_0^a \frac{k\lambda y\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= 2k\lambda y\int_0^a \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

من جدول التكاملات في آخر الكتاب

$$= \frac{1}{y^2}\times\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\Big]_0^a$$

$$= \frac{1}{y^2}\times\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} - 0.0$$

$$= 2k\lambda y\times\frac{a}{y^2\sqrt{a^2+y^2}}$$

عندما يكون السلك أكبر بكثير من بعد النقطة المراد حساب المجال عندها عن محور السلك

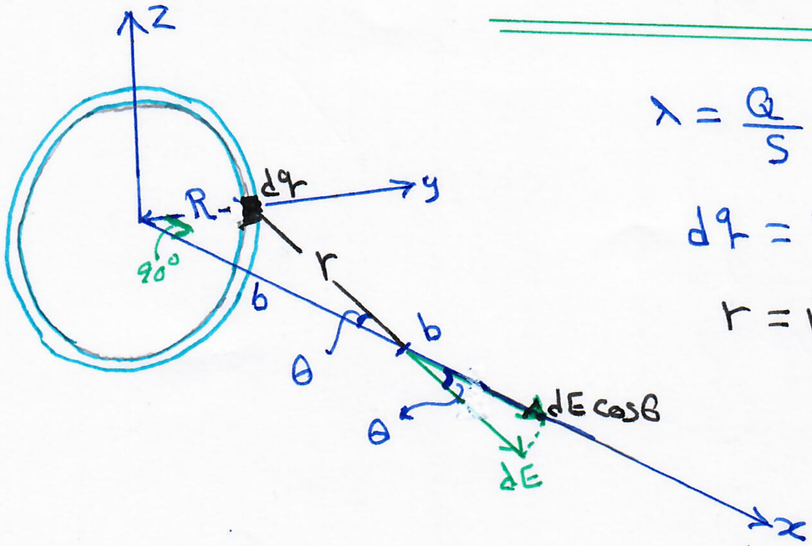
$$\sqrt{a^2+y^2}\approx\sqrt{a^2} = a.$$

$$= \frac{2k\lambda y\,a}{y^2\cdot a}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{2k\lambda}{y}}$$

4

المجال الكهربائي الناتج عن حلقة مشحونة بكثافة شحنة خطية ثابتة عند نقطة على امتداد محور الحلقة



$$\lambda = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$dq = \lambda\, ds = \frac{Q}{2\pi R}\, ds$$

$$r = \sqrt{R^2 + b^2}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{r}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = k\frac{dq}{r^2} \times \frac{b}{r} = k\frac{dq\, b}{r^3}$$

$$= \frac{kb}{r^3} \times \frac{Q}{2\pi R} ds$$

$$= \frac{kb}{\left(\sqrt{R^2+b^2}\right)^3} \frac{Q}{2\pi R} ds$$

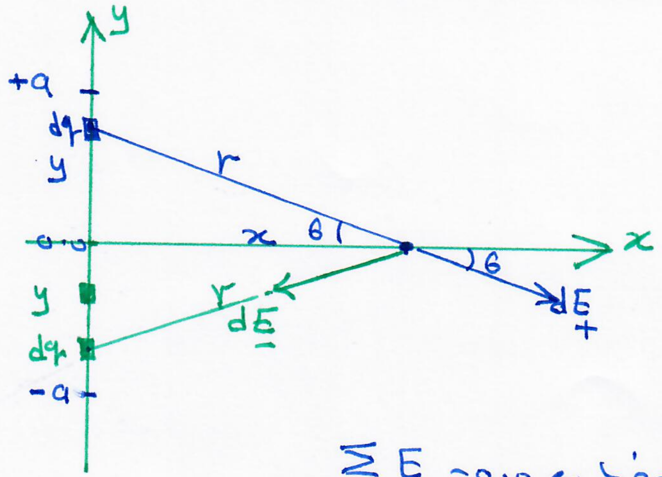
$$E_x = \int dE_x = \frac{kbQ}{2\pi R\left(\sqrt{R^2+b^2}\right)^3} \int_0^S ds \rightarrow = S = 2\pi R$$

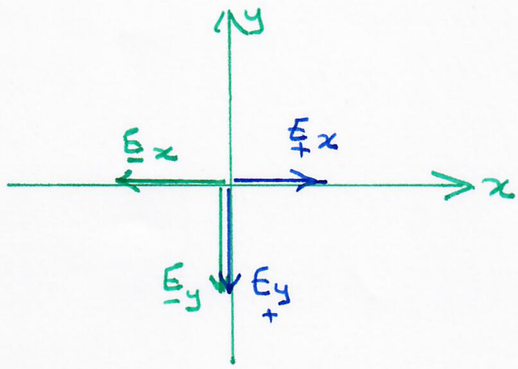
$$= \frac{kb \times \cancel{2\pi R}\, Q}{\cancel{2\pi R}\left(\sqrt{R^2+b^2}\right)^3}$$

$$\boxed{E = \frac{kbQ}{(R^2+b^2)^{3/2}}}$$

5

س 34





المركبات الافقيه E_x تلغي بعضها ⇐ $\sum E_x = 0.0$

المركبات الرأسيه باتجاه واحد ⇐

$$E_{net} = \sum E_y = E_{+y} + E_{-y} = 2E_{+y}$$

$$dE_y = dE_+ \sin\theta = k\frac{dq}{r^2} \times \frac{y}{r} = \frac{k\lambda\, dy \cdot y}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}$$

$$E_y = \int_0^{+a} dE_y = k\lambda \int_0^a \frac{y\, dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = k\lambda \left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_0^a$$

$$= k\lambda\left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+a^2}} - \frac{-1}{\sqrt{x^2}}\right].$$

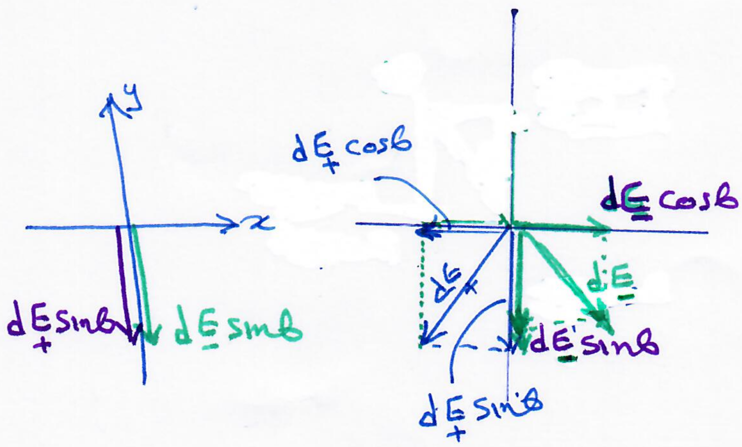
$$\therefore E_{net} = 2k\lambda\left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{1}{x}\right].$$

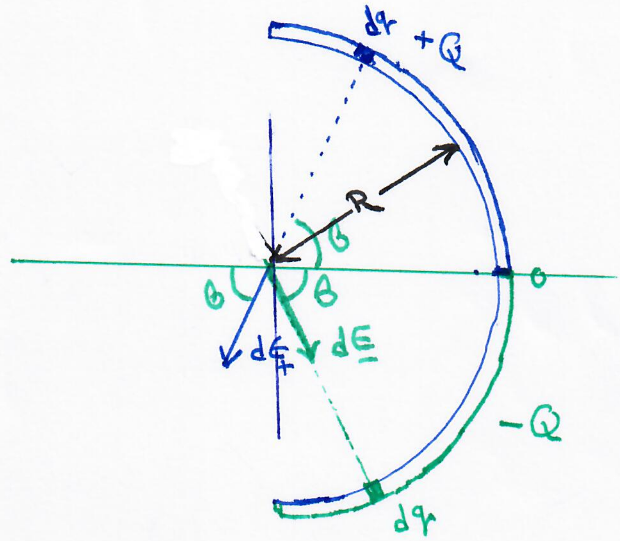
واذا راعينا اتجاه E انه باتجاه $-y$ تكون E_{net} سالبه.

$$E_{net} = -2k\lambda\left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{1}{x}\right].$$

وليد النبتيتي

س 35

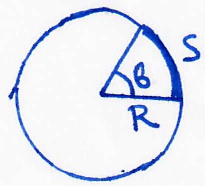




كثافة الشحنة على الجزء الموجب = $\frac{\text{الشحنة}}{\text{طول الجزء}}$ = $\frac{\text{الشحنة}}{\text{ربع محيط دائرة}}$ $\quad \lambda_+ = \dfrac{Q}{\frac{1}{4}(2\pi R)} = \dfrac{2Q}{\pi R}$

كثافة الشحنة على الجزء السالب $\lambda_- = \dfrac{-2Q}{\pi R}$

تذكر



$\theta = \dfrac{S}{R} \Rightarrow S = R\theta$

$ds = R\,d\theta$

واضح من الشكل (مخطط المجال وتحليله) ان المركبات الأفقية تلغي بعضها
والمجال الكلي ناتج من المركبات الرأسية فقط

$$dE_{tot} = dE_- \sin\theta + dE_+ \sin\theta$$

$$= 2\,dE \sin\theta = 2\,k\frac{dq}{R^2}\sin\theta = \frac{2k\lambda\,ds}{R^2}\sin\theta$$

$$= \frac{2k\lambda R\,d\theta}{R^2}\sin\theta = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta\,d\theta.$$

$$E_{net} = 2\int_0^{\pi/2} \frac{k\lambda}{R}\sin\theta\,d\theta = \frac{2k\lambda}{R}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\,d\theta$$

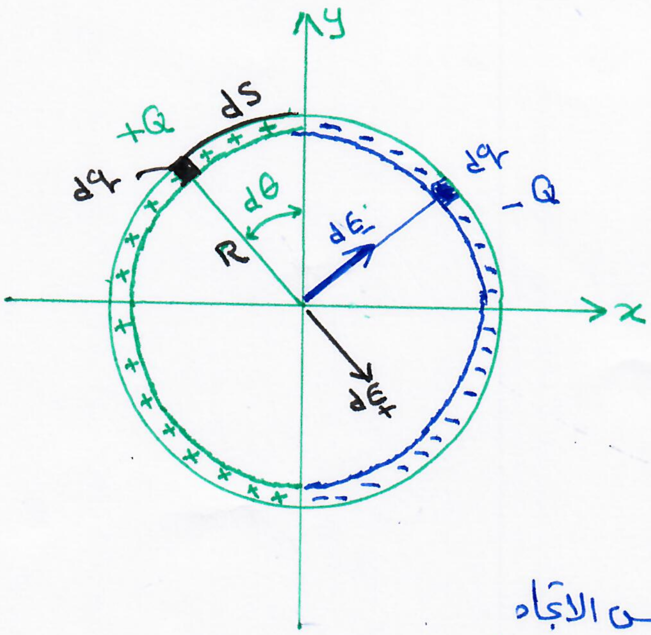
$$= \frac{2k\lambda}{R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2} = \frac{2k\lambda}{R}\left[0.0-(-1)\right] = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$\boxed{E = \frac{2k\lambda}{R}} \Rightarrow E = \frac{2k}{R}\times\frac{2Q}{\pi R} \Rightarrow \boxed{E = \frac{4kQ}{\pi R^2}} = \frac{4\times\frac{1}{4\pi\epsilon}\times Q}{\pi R^2}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon\pi^2 R^2}$$

وليد النتشه

س 36



$$dS = R\,d\theta$$

$$\lambda_+ = \frac{+Q}{\pi R}$$ نصف محيط الدائرة

$$\lambda_- = \frac{-Q}{\pi R}$$

عند تحليل مركبات المجال نجد
ان المركبات الرأسية تلغي بعضها
بينما المركبات الأفقية تجمع معاً .
ونجد عند المركز 4 مركبات أفقية لها نفس الاتجاه
كل منها ناتج عن ربع محيط الدائرة اي من زاوية مركزية $\frac{\pi}{2}$

$$dE_{net} = 4\,dE_x = 4k\frac{dq}{R^2}\sin\theta$$

$$= 4k\frac{\lambda\,ds}{R^2}\sin\theta$$

$$= 4k\lambda\frac{R\,d\theta}{R^2}\sin\theta$$

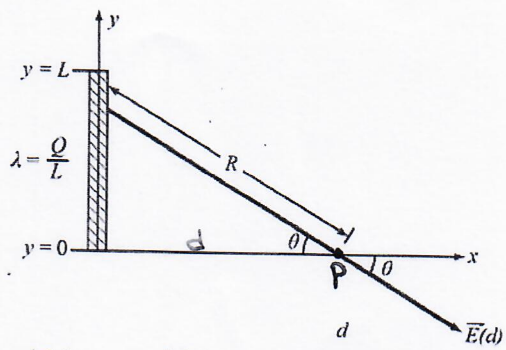
$$\therefore E_{net} = \int dE_{net} = \frac{4k\lambda}{R}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\,d\theta$$

$$E_{net} = \frac{4k\lambda}{R} \Rightarrow E = \frac{4k}{R}\,\frac{Q}{\pi R} = \frac{4kQ}{\pi R^2}$$

$$\therefore E = \frac{4\times 9\times 10^9 \times 1\times 10^{-6}}{\pi(0.1)^2} = 1.144\times 10^6\ N/C$$

وليد النبتيتي

س 37 عند النقطه P التي تقع على محور x واحداثياتها $x=+d$ يوجد مجال ناتج من شحنات الساق حيث كل dq تسبب $\vec{dE}$ وهذه تحلل الى مركبتين dE_x ، dE_y ينتج منها $E = E_x\hat{x} + E_y\hat{y}$ كما يلي :



$$dE_x = \frac{kdQ}{R^2}\cos\theta = \frac{k\lambda dy}{R^2}\cos\theta = \frac{kQdy}{LR^2}\cos\theta = \frac{kQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^2}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{d}{R} = \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}} \Rightarrow dE_x = \left(\frac{kQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^2}\right)\left(\frac{d}{\sqrt{d^2+y^2}}\right) = \frac{kdQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^{3/2}}$$

$$dE_y = \frac{kQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^2}\sin\theta;\ \sin\theta = \frac{y}{R} = \frac{y}{\sqrt{d^2+y^2}} \Rightarrow dE_y = \frac{ykQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \int_0^L \frac{dkQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^{3/2}} = \frac{dkQ}{L}\int_0^L \frac{1}{\left(d^2+y^2\right)^{3/2}}dy = \frac{kQd}{L}\left[\frac{y}{d^2\sqrt{d^2+y^2}}\right]_0^L$$

$$E_y = \int_0^L \frac{ykQdy}{L\left(d^2+y^2\right)^{3/2}} = \frac{kQ}{L}\int_0^L \frac{y}{\left(d^2+y^2\right)^{3/2}}dy = \frac{kQ}{L}\left[\frac{-1}{\sqrt{d^2+y^2}}\right]_0^L$$

$$\vec{E}(d) = E_x\hat{x} - E_y\hat{y}$$

$$E_x = \frac{kQd}{L}\left[\frac{y}{d^2\sqrt{d^2+y^2}}\right]_0^L = \frac{kQd}{L}\left(\frac{L}{d^2\sqrt{d^2+L^2}} - 0\right) = \frac{kQ}{d\sqrt{d^2+L^2}}$$

$$E_y = \frac{kQ}{L}\left[\frac{-1}{\sqrt{d^2+y^2}}\right]_0^L = \frac{kQ}{L}\left(\frac{-1}{\sqrt{d^2+L^2}} - \frac{-1}{d}\right) = \frac{kQ}{dL} - \frac{kQ}{L\sqrt{d^2+L^2}}$$

$$\vec{E}(d) = \left(\frac{kQ}{d\sqrt{d^2+L^2}}\right)\hat{x} - \left(\frac{kQ}{dL} - \frac{kQ}{L\sqrt{d^2+L^2}}\right)\hat{y}$$

وليد النشيبي