تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا https://almanahj.com.almanahj/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا https://almanahj.com.almanahj/ae/grade15

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا https://t.me/almanahj_bot

الصف: الثاني عشر
المسار: المتقدم

المـــادة: الرياضيات
عدد صفحات الأسئلة: (9)

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2018 / 2019 م

45

الجزء الأول

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) أوجد مجال الدالة $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 2x + 1}$.

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = 1$

a) $(-\infty, 1)$

b) $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$

c) $(-\infty, \infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

2) أوجد القيمة الدقيقة للتعبير $\sin^{-1}\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ ، إن وجدت .

Rad

a) $\dfrac{\pi}{6}$

b) غير موجودة

c) $-\dfrac{\pi}{6}$

d) $-\dfrac{\pi}{3}$

3) إذا كانت $g(x) = \sqrt{x + 6}$ و $f(x) = x - 4$ ، أوجد $(g \circ f)(7)$.

$f(7) = 3$

a) $(g \circ f)(7) = 3$

b) $(g \circ f)(7) = \sqrt{13} - 4$

c) $(g \circ f)(7) = \sqrt{5}$

d) $(g \circ f)(7) = \sqrt{3} + 6$

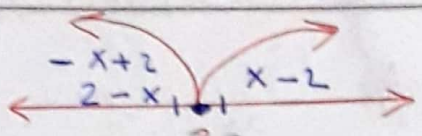
$g(f(7)) = g(3) = \sqrt{3+6} = 3$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

محمود مراد 0506565584

4) أوجد قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$ إذا وجدت .



$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x-2}{2-x} = -1$

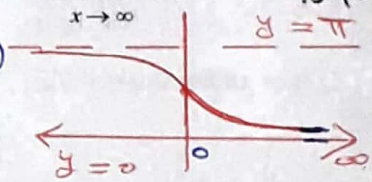
a) 0
b) -1
c) -2
d) غير موجودة

5) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$ إذا وجدت . لغرب بالمرافق

$\lim_{x\to 0} \frac{x(3+\sqrt{x+9})}{9-(x+9)} = \lim_{x\to 0} \frac{x(3+\sqrt{x+9})}{-x} = -1(6) = -6$

a) -6
b) 0
c) $\frac{1}{3}$
d) غير موجودة

6) أوجد $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x$.

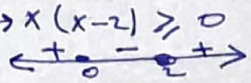


a) 1
b) 0
c) $\frac{-\pi}{2}$
d) ∞

7) حدد الفترات التي تكون عندها الدالة $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة .

① $x^2-1>0$

$x^2-2x \geq 0 \rightarrow x(x-2) \geq 0$



a) $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$
b) $(-\infty,-1]\cup[2,\infty)$
c) $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$
d) $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

8) أوجد قيمة النهاية $\lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^3-8}{h}$ إذا وجدت .

a) 8
b) 12
c) 4
d) غير موجودة

$f'(2)$ ؟؟؟

$f(x) = x^3$

$f'(x) = 3x^2$

$f'(2) = 3(2)^2 = 12$

Scanned by CamScanner

9) إذا كانت $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f''\left(\frac{1}{6}\right)$

$f' = 4x^3 + 6x$

$f'' = 12x^2 + 6$

$f''' = 24x$

$f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 24\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

a) $f''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$

b) $f''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

c) $f''\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

d) $f''\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

10) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \tanh x^2$.

$f'(x) = 2x \operatorname{sech}^2(x^2)$

a) $f'(x) = \operatorname{sech}^2 x$

b) $f'(x) = 2x \operatorname{sech}^2 x^2$

c) $f'(x) = 2x \operatorname{sech} x^2$

d) $f'(x) = -2x \operatorname{sech} x^2$

11) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cos^{-1}(2x)$.

$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-(2x)^2}} = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

a) $f'(x) = \frac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

b) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

d) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

12) على فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(x)$.

$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$

$= \frac{1}{3(g(x))^2 + 5}$

$f'(x) = 3x^2 + 5$

$f'(g(x)) = 3(g(x))^2 + 5$

a) $g'(x) = \frac{1}{[g(x)]^3 + 6}$

b) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

c) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$

d) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

13) أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقياً.

$m = f' = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 12x = 0$

$x = 4$

$x = 0$

a) $x = 0, x = 4$

b) $x = -4, x = 0, x = 4$

c) $x = -4, x = 0$

d) $x = -1, x = 0, x = 1$

14) حدد الفترة التي تحقق الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ فيها نظرية رول وأوجد قيمة c.

$f(a) = f(b)$

$f'(c) = 0$

$f(0) = (0)^2 - (0) + 1 = 1$

$f(1) = (1)^2 - (1) + 1 = 1$

$f(0) = f(1)$

$2c - 1 = 0$

$2c = 1 \rightarrow c = \frac{1}{2}$

a) $[-1,1], c = \frac{1}{2}$

b) $[0,1], c = \frac{1}{2}$

c) $[-2,2], c = 0$

d) $[0,1], c = 2$

15) استخدم التمثيل البياني للدالة f وحدد التمثيل البياني لـ f''.

$f(x)$ دالة من الدرجة الثالثة

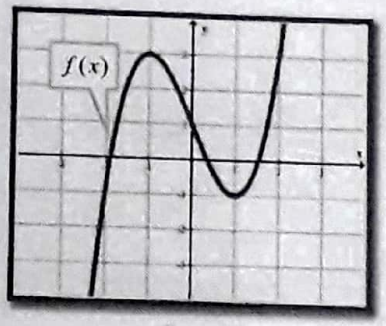
معامل الحد الرئيسي موجب

f' دالة من الدرجة الثانية

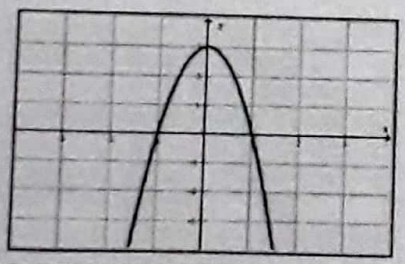
معامل الحد الرئيسي موجب

f'' دالة من الدرجة الأولى

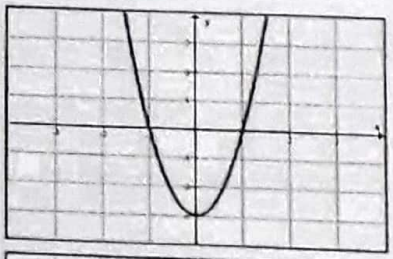
معامل الحد الرئيسي موجب



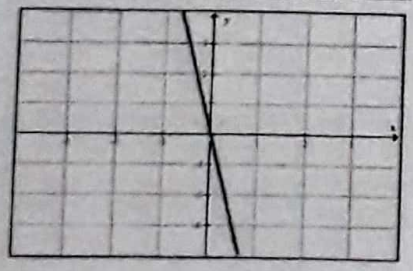
a)



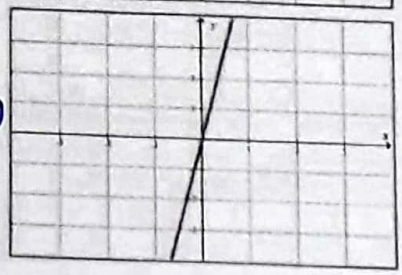
b)



c)



d)



الاستمرار

الاستمرار

Scanned by CamScanner

55

الجزء الثاني

يجب الحل بالتفصيل

يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للمفردات الاختبارية كافة.

16) أوجد الدالة الأسية $f(x) = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(1, 2)$ و $(2, 6)$ حيث $a \neq 0$ و $b > 0$.

$(1,2) \rightarrow 2 = ae^{b(1)} \rightarrow 2 = ae^{b} \rightarrow (1)$

$(2,6) \rightarrow 6 = ae^{b(2)} \rightarrow 6 = ae^{2b} \rightarrow (2)$

$\frac{6}{2} = \frac{ae^{2b}}{ae^{b}} \rightarrow 3 = e^{b}$ بالقسمة 2 على 1

$\ln(3) = \ln(e)^{b} \rightarrow b = \ln(3)$ بالتعويض في (1)

$2 = ae^{\ln(3)} \rightarrow 2 = 3a \rightarrow a = \frac{2}{3}$

$y = \frac{2}{3}e^{\ln(3)\cdot x}$

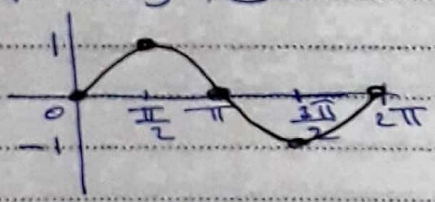
17) أوجد كافة حلول المعادلة $\sin x - \cos(2x) = 0$.

نرد بالمختلف الجوز

$\sin(x) - (1 - 2\sin^2 x) = 0 \Rightarrow \sin x - 1 + 2\sin^2 x = 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\sin x = -1$ من الرسم



$x = \frac{3\pi}{2}$

$\sin x = \frac{1}{2}$ الحل في الربع الأول والثاني

في الربع الأول $x = \frac{\pi}{6}$

$x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

كافة الحلول

$x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$

$x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

متطابقات ضعف الزاوية

$\cos(2x) = \begin{cases} \cos^2 x - \sin^2 x \\ 2\cos^2 x - 1 \checkmark \\ 1 - 2\sin^2 x \checkmark \end{cases}$

$\sin(2x) = 2\sin x$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

$x=2$ $\quad x=-\frac{1}{2}$

$(x-2)$ $\quad 2x=-1$

18) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$، إذا وجدت. $\frac{0}{0}$ عديم

$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(2x+1)}$ ← تحليل المقدار ← فرق بين مكعبين

$=\frac{4+4+4}{4+1}=\boxed{\frac{12}{5}}$

19) إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} a(\tan^{-1}x+2) & , x<0 \\ b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi & , 0\le x\le 3 \\ \ln(x-2)+x^2+1 & , x>3 \end{cases}$$

$a[\tan^{-1}x+2]$ $\quad b\cos(x+\frac{1}{3})\pi$ $\quad \ln(x-2)+x^2+1$

0 $\quad$ 3

أوجد قيم a و b التي تجعل الدالة f متصلة

أ) الدالة متصلة عند $x=0$

$\lim_{x\to 0+}\left(b\cos(x+\frac{1}{3})\pi\right)=\lim_{x\to 0-}a[\tan^{-1}(x)+2]$

$b\cos(\frac{\pi}{3})=2a \rightarrow \boxed{\frac{1}{2}b=2a}$

ب) الدالة متصلة عند $x=3$

$\lim_{x\to 3+}\left(\ln(x-2)+x^2+1\right)=\lim_{x\to 3-}\left(b\cos(x+\frac{1}{3})\pi\right)$

$0+9+1=b\cos(\frac{10\pi}{3})$ $\quad \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

$10=-\frac{1}{2}b$

$\boxed{b=-20}$

بالتعويض في (أ)

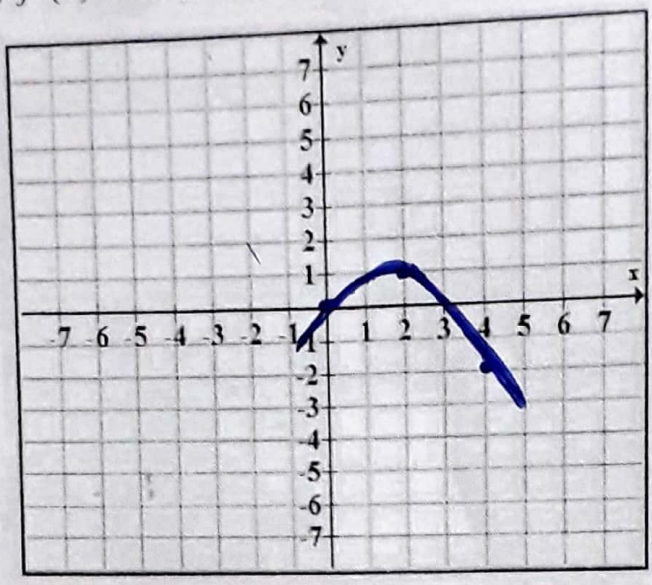
$\frac{1}{2}(-20)=2a \rightarrow -10=2a$ $\quad \boxed{a=-5}$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

20) ارسم تمثيلاً بيانيًا لدالة بالخواص التالية:

$$f'(4)=-3\ ,\ f'(2)=0\ ,\ f'(0)=1\ ,\ f(4)=-2\ ,\ f(2)=1\ ,\ f(0)=0$$



f'

$f'(4)=-3<0$ f تناقص

$f'(2)=0$

$f'(0)=1>0$ f متزايدة

f

(4, -2)

(2, 1)

(0, 0)

أو ١

21) أوجد الاشتقاق الضمني $y'(x)$ إذا كانت $xy^2+5x=(2y+1)^3$.

$(x)(2yy')+(y^2)(1)+5=3(2y+1)^2\cdot 2y'$

$2xyy'+y^2+5=6y'(2y+1)^2$

$2xyy'-6y'(2y+1)^2=-y^2-5$

$y'(2xy-6(2y+1)^2)=-y^2-5$

$$y'=\frac{-y^2-5}{2xy-6(2y+1)^2}$$

$$y'=\frac{y^2+5}{6(2y+1)^2-2xy}$$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

ثانوية العزم

22) أوجد مشتقة $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$.

$$f'(x) = \frac{(2x)\cdot\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}\cdot e^{\sqrt{x^3+1}} - e^{\sqrt{x^3+1}}\cdot 2}{(2x)^2}$$

$$= \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}\left[\frac{3x^3}{\sqrt{x^3+1}} - 2\right]}{4x^2}$$

$$= \frac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{4x^2}\cdot\left[\frac{3x^3}{\sqrt{x^3+1}} - 2\right]$$

23) استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$.

$$\ln(h(x)) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

$$\ln(h(x)) = x^2\cdot\ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\ln(h(x)) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)\cdot x^2$$

$$\frac{h'(x)}{h(x)} = \ln\left(\frac{1}{3}\right)\cdot 2x$$

$$h'(x) = 2\ln\left(\frac{1}{3}\right)\cdot x\, h(x)$$

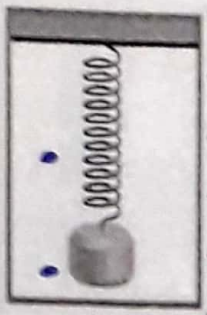
$$h'(x) = 2\ln\left(\frac{1}{3}\right)\cdot x\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner

24) يهتز زنبرك معلق من السقف إلى أعلى وإلى أسفل. وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن $0 \le t \le \pi$ باستخدام $f(t) = 4\cos(2t)$. أوجد موقع الزنبرك عندما يكون لديه سرعة متجهة قيمتها صفر

$f' = 0$



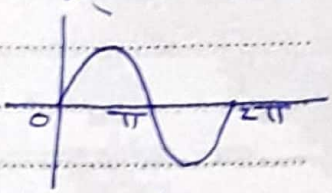
المجال $t \in [0, \pi]$

دالة الموقع $f(t) = 4\cos(2t)$

السرعة المتجهة $f'(t) = -8 \cdot \sin 2t = 0$

$-8 \neq 0$ ، $\sin(2t) = 0$

$2t = 0$	$2t = \pi$	$2t = 2\pi$
$t = 0$	$t = \frac{\pi}{2}$	$t = \pi$
$f(0) = 4$	$f(\frac{\pi}{2}) = -4$	$f(\pi) = 4$
$(0, 4)$	$(\frac{\pi}{2}, -4)$	$(\pi, 4)$



BONUS

25) a) إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم x ، أثبت أن $f(x)$ هي دالة متناقصة ؛ أي أنه إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$.

نستخدم نظرية القيمة المتوسطة

* f دالة متصلة على $[a, b]$ * f دالة قابلة للاشتقاق على (a, b)

$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ، $a < b$

$a < b \rightarrow 0 < b - a$ ، $b - a > 0$ $f(a) > f(b)$

$f(a) > f(b) \rightarrow f(b) - f(a) < 0$

$f'(c) = \frac{\text{سالبة}}{\text{موجبة}} < 0$

$f'(c) < 0$ f دالة متناقصة على $\mathbb{R}$

b) بيّن أن $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ دالة متناقصة.

لكي يكون $f'(x) < 0$

$f'(x) = -1 + (-1)e^{-x} < 0$

f' سالبة على $\mathbb{R}$ بالتالي

f متناقصة على $\mathbb{R}$

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح

محمود مراد 0506565584

Scanned by CamScanner