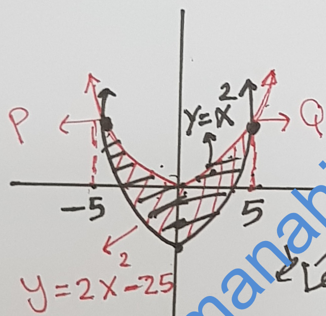
باستخدام الشكل التالي الذي يمثل المنحنيين

$y = x^2$

$y = 2x^2 - 25$

اوجد مساحة المنطقة المظللة



واضح من الرسم ان

$y = x^2 \geq y = 2x^2 - 25$

في المنطقة المظللة

نجد حدود التكامل (نقاط التقاطع)

$$\boxed{x^2 = 2x^2 - 25} \Rightarrow x^2 = 25, \ \boxed{x = \pm 5}$$

$$A = \int_{-5}^{5} x^2 - (2x^2 - 25)\, dx$$

$$= \int_{-5}^{5} (-x^2 + 25)\, dx = 2\int_{0}^{5} (-x^2 + 25)\, dx$$

$$= 2\left[-\frac{x^3}{3} + 25x\right]_0^5 = 2\left(\frac{250}{3}\right)$$

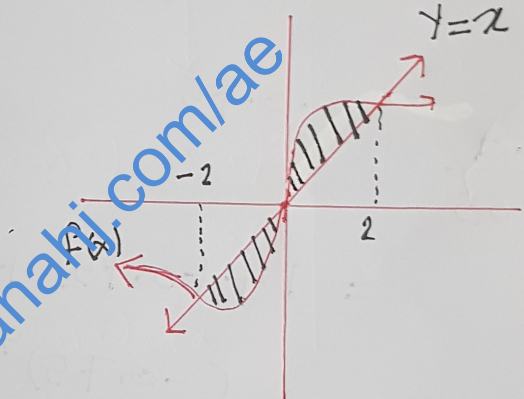
$$= \boxed{500/3}$$

11

اوجد المساحة المحصورة بين الدالتين

$y = x$

$f(x) = \dfrac{5x}{x^2+1}$



نقاط التقاطع

$$x = \frac{5x}{x^2+1}$$

$$\Rightarrow x^3 + x - 5x = 0 \Rightarrow x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2-4) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = \pm 2$$

$$A = \int_{-2}^{0}\left(x - \frac{5x}{x^2+1}\right)dx + \int_{0}^{2}\left(\frac{5x}{x^2+1} - x\right)dx$$

$\boxed{10}$

$$y = \frac{2}{x^2+1}$$

$$y = |x|$$

$$\frac{2}{x^2+1} = -x$$

$$-2 = (x^2+1)(x)$$

$$x^3 + x + 2 = 0$$

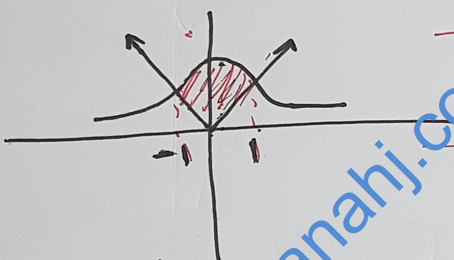
$$\boxed{x = -1}$$

$$\frac{2}{x^2+1} = x$$

$$x(x^2+1) = 2$$

$$\boxed{x^3 + x - 2 = 0}$$

$$\boxed{x = 1}$$



$$A = \int_{-1}^{0} \left(\frac{2}{x^2+1} + x\right) dx$$

$$+ \int_{0}^{1} \left(\frac{2}{x^2+1} - x\right) dx$$

$$= 2\tan^{-1} x + \frac{x^2}{2} \Big]_{-1}^{0}$$

$$+ 2\tan^{-1} x - \frac{x^2}{2} \Big]_{0}^{1}$$

Area between 2 curves

اوجد المساحة بين المنحنيين

$$y_1 = 7x, \qquad y_2 = x(x-3)(x+3)$$

✩ هنا حدود التكامل غير معروفة يجب ايجادها

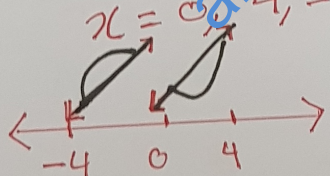
$$7x = (x^2-3x)(x+3)$$

$$7x = x^3+3x^2-3x^2-9x$$

$$x^3-9x-7x=0$$

$$\Rightarrow x^3-16x=0 \Rightarrow x(x^2-16)=0$$

$$x = 0, 4, -4$$



* لمعرفة الدالة الأعلى نختار عدد في $[-4,0]$ ونعوضه في الدالتين الذي صورته اكبر تعتبر دالة الاعلى وكذلك في $[0,4]$

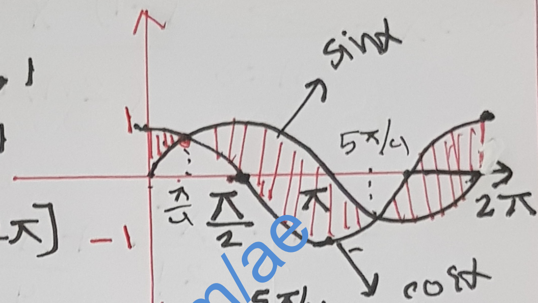
$$A = \int_{-4}^{0} \left(x(x-3)(x+3) - 7x\right)dx + \int_{0}^{4} 7x - [x(x-3)(x+3)]\,dx$$

$\boxed{12}$

اوجد المساحة بين الدالتين

$y = \sin x$

$y = \cos x \ , \ [0, 2\pi]$



$$A = \int_0^{\pi/4} (\cos x - \sin x)\,dx + \int_{\pi/4}^{5\pi/4} (\sin x - \cos x)\,dx$$

$$+ \int_{\frac{5\pi}{4}}^{2\pi} (\cos x - \sin x)\,dx$$

$$= 4\sqrt{2} \checkmark$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{\cos x}$$

$$\boxed{\tan x = 1}$$

$$x = \pi/4$$

5π

15

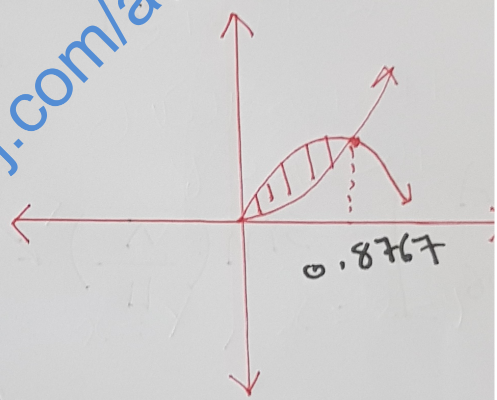
اوجد المساحة المحصورة بين التاليين

$y = \sin x$

$y = x^2$

$x^2 = \sin x$

باستخدام الحاسبة



$x = 0.8767$

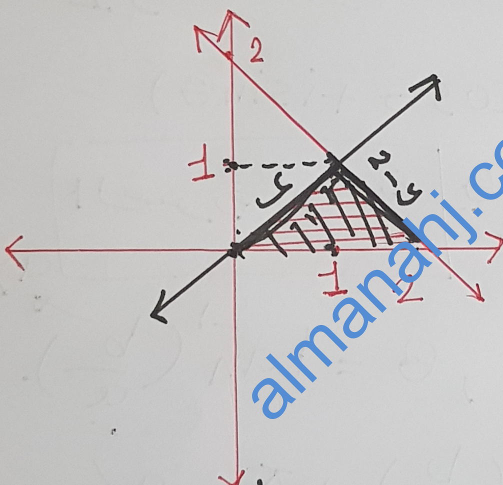
$$A = \int_0^{0.8767} (\sin x - x^2)\,dx$$

$$-\cos x - \frac{x^3}{3} \Big]_0^{0.8767} \cong 0.1356$$

19

أوجد المساحة المحددة بالمنحنيات

$y = x \ , \ y = 2 - x \ , \ y = 0$



عكسنا ا يجا
المساحة بالتكامل
بالنسبة لـ y

$x = y \ , \ x = 2 - y$

$$A = \int_0^1 [(2 - y) - y] \, dy$$

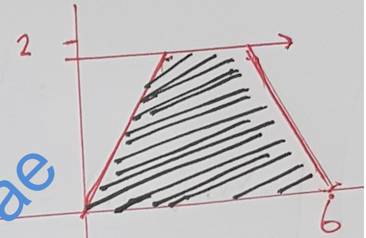
$$= \int_0^1 (2 - 2y) \, dy = 2y - y^2 \Big]_0^1$$

$$= 1$$

$\boxed{20}$ $Y = x$, $Y = 2$, $y = 6 - x$, $Y = 0$

$x = y$ $\qquad$ $x = 6 - y$

$$A = \int_0^2 [(6-y) - y]\,dy$$



$$= \int_0^2 (6-2y)\,dy$$

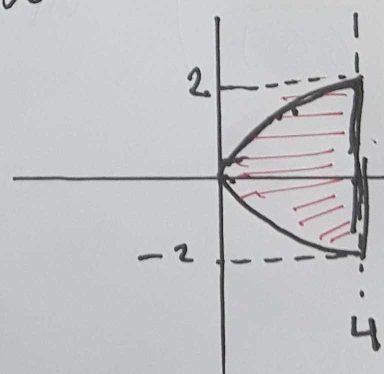
$\frac{1}{2}(b_1 + b_2)$

$$= 6y - y^2 \Big]_0^2 = 8$$

or $A = \frac{1}{2}(8)(2) = 8$

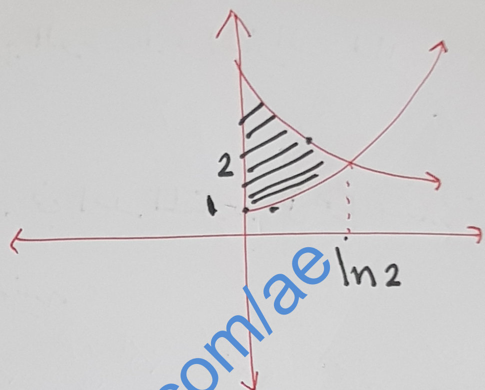
(24) $x = y^2$ $\qquad$ $x = 4$

$$A = \int_{-2}^{2} (4 - y^2)\,dy$$



$$= 32/2$$

$y = e^{x}$, $y = 4e^{-x}$, $x = 0$



$4e^{-x} = e^{x}$

$\frac{4}{e^{x}} = e^{x} \Rightarrow e^{2x} = 4$

$2x = \ln 4$

$x = \frac{1}{2}\ln 4$

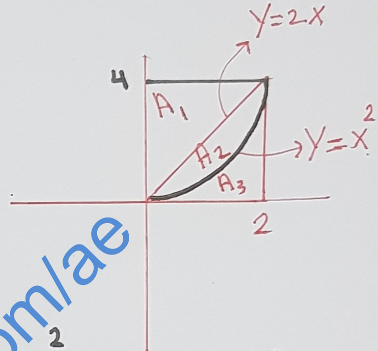
$\boxed{x = \ln 2}$

0.7

$$A = \int_{0}^{\ln 2} (4e^{-x} - e^{x})\, dx$$

$$= -4e^{-x} - e^{x} \Big]_{0}^{\ln 2} \approx 1$$

استخدم الشكل التالي للتعبير عن كل من التكاملات التالية بدلالة A_1, A_2, A_3



1) $\int_0^2 (2x - x^2)\,dx$

2) $\int_0^2 (4 - x^2)\,dx$

3) $\int_0^4 (2 - \sqrt{y})\,dy$

4) $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right) dy$

عبر المساحات الموصوفة على صورة تكاملات

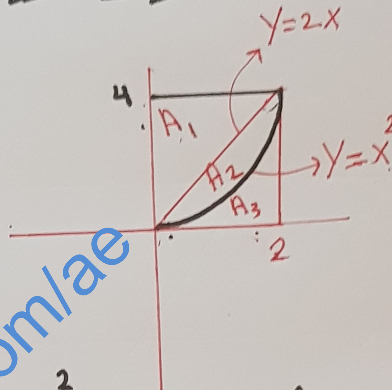
1) $A_2 + A_3$

2) $A_1 + A_2$

3) A_1

استخدم الشكل التالي للتعبير عن كل من

التكاملات التالية بدلالة A_1, A_2, A_3



عبر المساحات الموضحة

على صورة تكاملات

1) $A_2 + A_3$

$$\int_0^2 2x \, dx$$

2) $A_1 + A_2$

$$\int_0^2 (4-x^2)\, dx$$

3) A_1

$$\int^4 \frac{Y}{\ } dy$$

1) $\int_0^2 (2x-x^2)\, dx$

A_2

2) $\int_0^2 (4-x^2)\, dx$

$A_1 + A_2$

3) $\int_0^4 (2-\sqrt{y})\, dy$

$A3$

4) $\int_0^4 \left(\sqrt{y} - \frac{y}{2}\right) dy$

A_2

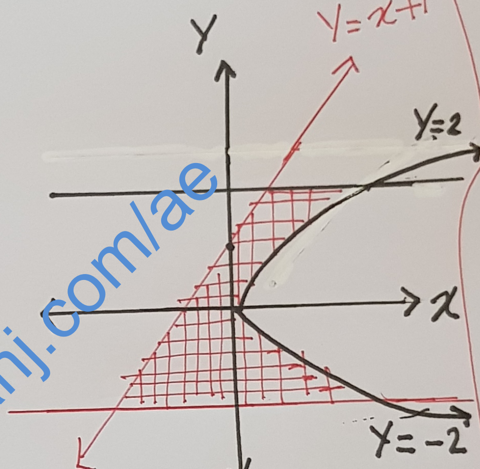
باستخدام الشكل التالي الذي يمثل المنحنيات

$Y = 2 \quad , \quad Y = -2$

$Y = x + 1 \quad , \quad x = y^2$

$\boxed{X = Y - 1}$

التكامل لـ y أسهل



$$A = \int_{-2}^{2} y^2 - (y-1)\, dy$$

$$A = \int_{-2}^{2} (y^2 - y + 1)\, dy$$

$$\left. \frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + y \right]_{-2}^{2} = \frac{28}{3}$$

اوجد قيمة K التي تجعل المساحة بين

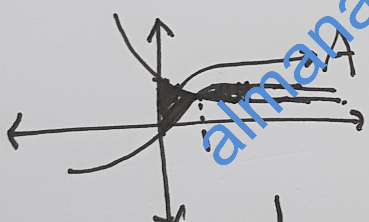
$$y=\frac{2}{x+1} \quad , \quad y=\frac{2x}{x^2+1}$$

تساوي $\ln\frac{3}{2}$ حيث $0 \le x \le K$

0.4

الحل :

$$\frac{2}{x+1}=\frac{2x}{x^2+1} \Rightarrow \boxed{x=1}$$



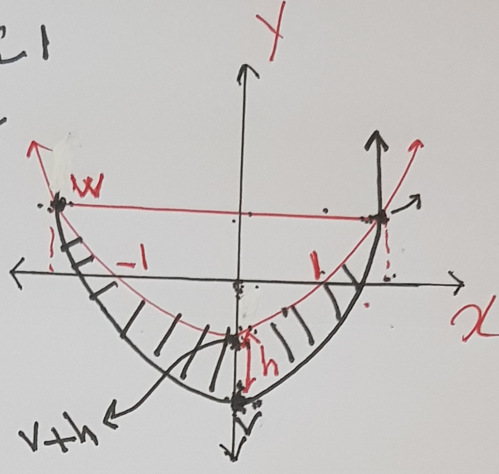
$$A=\int_0^1\left(\frac{2}{x+1}-\frac{2x}{x^2+1}\right)dx \approx 0.69$$

$$\boxed{0.7}$$

$$\ln\frac{3}{2}=\int_0^K\left(\frac{2}{x+1}-\frac{2x}{x^2+1}\right)dx$$

$\boxed{K=0.27}$ $\boxed{2-\sqrt{3}}$

$\boxed{35}$ اثبت ان المساحة بين المنحنيين $\frac{2}{3}hw$



الاعلى : qx^2+v+h

الادنى : px^2+v

$$q\left(\frac{w}{2}\right)^2 \cancel{+v} + h = p\left(\frac{w}{2}\right)^2 \cancel{+v}$$

$$\frac{w^2}{4}q^2 + h = \frac{w^2}{4}p^2$$

$$\frac{w^2}{4}(q^2-p^2) = -h \Rightarrow \boxed{w^2(q^2-p^2)=-h}$$

$$A = 2\int_0^{w/2} (qx^2+v+h)-(px^2+v)\,d$$