

٢١ 7-7، المعادلات التفاضلية القابلة للفصل

1) $y' = (3x+1) \cos y$

a)

$$\frac{dy}{dx} = (3x+1) \cos y$$

$$\frac{dy}{\cos y} = (3x+1) dx$$

b) $y' = (3x+y) \cos y$ قابلة للفصل

غير قابلة للفصل

2) (a) $y' = 2x(\cos y - 1)$

$$\frac{dy}{\cos y - 1} = 2x dx$$

(b) غير قابلة للفصل

3) (a) $y' = x^2 y + y \cos x$

$$y' = y(x^2 + \cos x)$$

$$\frac{dy}{y} = (x^2 + \cos x) dx$$

أحمد بن علي

Seperable d.e

٩٢

3) (ب) غير قابلة للفصل

4) (ا) غير قابلة للفصل

$$(b) y' = x^3 - 2x + 1$$

$$dy = (x^3 - 2x + 1) dx$$

5) $\frac{1}{y} \cdot y' = x^2 + 1$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int (x^2 + 1) dx$$

$$\ln |y| = \frac{x^3}{3} + x + c$$

$$|y| = e^{\frac{x^3}{3} + x + c}$$

$$= e^c e^{\frac{x^3}{3} + x}$$

$$= e^{\frac{x^3}{3} + x}$$

$$y = \pm C e^{\frac{x^3}{3} + x}$$

$$y = A e^{\frac{x^3}{3} + x}$$

Seperable .d.e

P₃

$$6) \frac{1}{y-1} y' = 2x$$

$$\int \frac{1}{y-1} dy = \int 2x dx$$

$$\ln |y-1| = x^2 + c$$

$$y-1 = e^{x^2+c} \Rightarrow y = 1 + A e^{x^2}$$

$$7) \frac{1}{y^2} y' = 2x^2$$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int 2x^2 dx$$

$$\frac{-1}{y} = \frac{2x^3}{3} + c = \frac{2x^3 + 3c}{3}$$

$$y = -\frac{3}{2x^3 + 3c} = \frac{-1}{\frac{2x^3}{3} + c}$$

$$3c = C$$

$$8) \frac{1}{y^2+1} y' = 2$$

$$\int \frac{1}{y^2+1} dy = \int 2 dx$$

$$\tan^{-1} y = 2x + c$$

$$y = \tan(2x + c)$$

تangent
للزاوية

$$9) y y' = \frac{6x^2}{1+x^3}$$

$$\int y dy = \int \frac{6x^2}{1+x^3} dx \quad \xrightarrow{2x^3}$$

$$\frac{1}{2} y^2 = 2 \ln |1+x^3| + c$$

$$y^2 = 4 \ln |1+x^3| + 2c \quad 2c = C$$

$$y = \pm \sqrt{4 \ln |1+x^3| + C}$$

يجب على

separable d.e

$$10) (y+1)y' = 3x$$

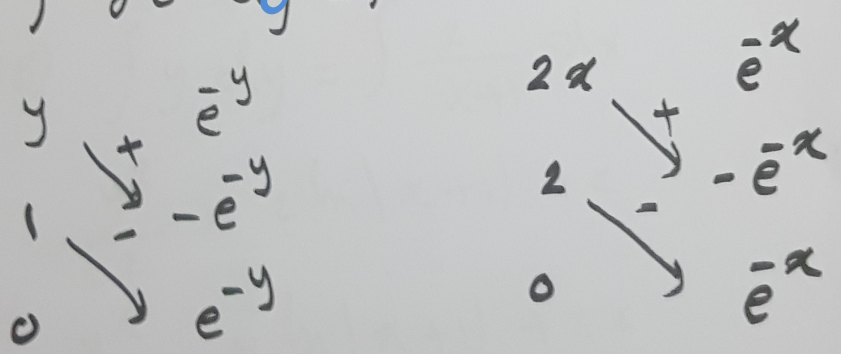
$$\int (y+1) dy = \frac{3x^2}{2} + c$$

$$\frac{y^2}{2} + y = \frac{3}{2}x^2 + c$$

$$11) y' = \frac{2x}{y} e^{y-x} \Rightarrow y' = \frac{2x}{y} \cdot \frac{e^x}{e^y}$$

$$y y' e^{-y} = 2x e^{-x}$$

$$\int y e^{-y} dy = \int 2x e^{-x} dx$$



$$-y e^{-y} - e^{-y} = 2(-x e^{-x} - e^{-x}) + c$$

Separable d.e

تجزیه می شود

Seperable d.e Pg

$$(13) \quad y' = \frac{\cos x}{\sin y}$$

$$\int \sin y \, dy = \int \cos x \, dx$$

$$-\cos y = \sin x + c$$

$$\cos y = -\sin x + c$$

$$(14) \quad y' = x \cos^2 y$$

$$\frac{dy}{\cos^2 y} = x \, dx \Rightarrow \int \sec^2 y \, dy = \int x \, dx$$

$$\tan y = \frac{x^2}{2} + c \Rightarrow y = \tan^{-1} \left(\frac{x^2}{2} + c \right)$$

$$(15) \quad \int y \, dy = \int \frac{2}{x+1} \, dx$$

$$\frac{y^2}{2} = 2 \ln |x+1| + c$$

$$y^2 = 4 \ln |x+1| + 2c$$

$$y = \pm \sqrt{4 \ln |x+1| + 2c}$$

Separable d.e

27

$$16) \int \frac{1}{y} dy = \int \frac{x}{x+1} dx$$

$$\ln|y| = \frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c$$

$$\frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c$$

$$y = e$$

$$y = e^{\frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c}$$

$$y = e^{\ln \sqrt{1+x^2}}$$

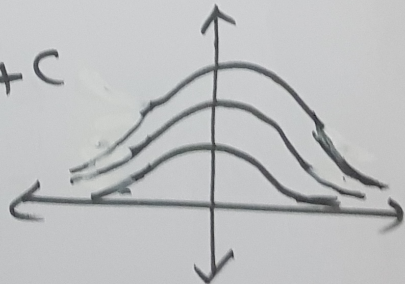
$$y = K(1+x^2)$$

$$17) y' = -xy \Rightarrow \frac{y'}{y} = -x$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -x dx$$

$$\ln|y| = -\frac{x^2}{2} + c$$

$$y = A e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}$$



جوابی : ا

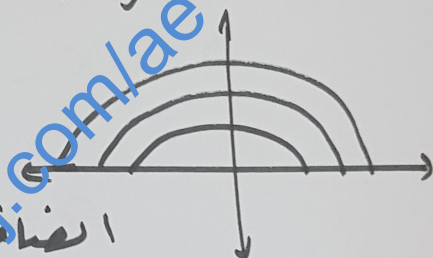
$$(18) \quad y' = -\frac{x}{y}$$

$$\int y \, dy = \int -x \, dx$$

$$\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + C$$

$$y^2 = -x^2 + 2C \quad \text{or} \quad y^2 = -x^2 + C$$

$$y = \sqrt{-x^2 + C}$$



اضافة دوائر بشرط C موجب

$$21) \quad \frac{y'}{y} = 3(x+1)^2$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 3(x+1)^2 \, dx$$

$$\ln y = (x+1)^3 + C$$

$$y = K (e^{x+1})^3$$

Separable d.e pa

$$y(0) = 1$$

$$1 = ke \Rightarrow k = \frac{1}{e}$$

$$y = \frac{1}{e} \cdot e^{(x+1)^3}$$

$$22) \int y^2 dy = \int x-1 dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - x + c$$

$$y(0) = 2 \Rightarrow \frac{8}{3} = c$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - x + \frac{8}{3}$$

$$y^3 = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 8$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{3}{2}x^2 - 3x + 8}$$

29)

دنا مستعمل اکسپوننشل

$$y' = ky(M - y)$$

$$y = \frac{AM e^{kMt}}{1 + A e^{kMt}} \quad \text{جو } N \text{ ہے}$$

$$M = 2, \quad K = 3$$

$$1 = \frac{2A^{3(2)(0)}}{1 + A e^{3(2)(0)}} = \frac{2A}{1 + A}$$

$$1 + A = 2A \Rightarrow A = 1$$

$$y = \frac{2 e^{6t}}{1 + e^{6t}}$$

الکاربید اکٹائیو نفسی طریقہ میں

Seperable. de

seperable d. e

37 A' = 0.06 A + d

A' / (0.06A + d) = 1

بعض المتغيرات
A(t) مبلغ المودع
d : معدل الربح
في السنة

integrate dA / (0.06 + d) = int dt

ln(0.06 + d) / 0.06 = t + c

0.06 A + d = K e^0.06t

A مبلغ الاستثمار الكلي عند t = 0 =>

K = 0.06 P + 2000

0.06 A + 2000 = (0.06 P + 2000) e^0.06t

A = 1,000,000

عند t = 20

القيمة الحالية

$$62000 = (0.06P + 2000) e^{1.2}$$

$$P = 277,901 \$$$

b) المطلوب d

$$A' = 0.06A + d$$

بالفصل والمتكامل

$$0.06A + d = K e^{0.06t}$$

$$A(0) = 10,000$$

$$\Rightarrow 0.06(10,000) + d = K$$

$$K = d + 600$$

$$0.06A + d = (d + 600) e^{0.06t}$$

عندما $t = 20$, $A = 1,000,000$

$$0.06(1,000,000) + d = (d + 600) e^{0.06(20)}$$

$$d = 25,002.16 \$$$

أ
ب
ج
د

separable. de