Grade12files مدرسة الرواد النموذجية للتعليم الثانوي

فيزياء الثاني عشر متقدم

الأجسام الجاسئة

www.almanahj.com

2018	ادرس	اجتهد	تفوق

MR:Mohamed atef

050 3136836

مركز الكتلة ومركز الثقل

هي نقطه علي الجسم تتركز فيها كتلة الجسم كله و تتركزعندها قوة الجاذبية التي تؤثر في الجسم كله

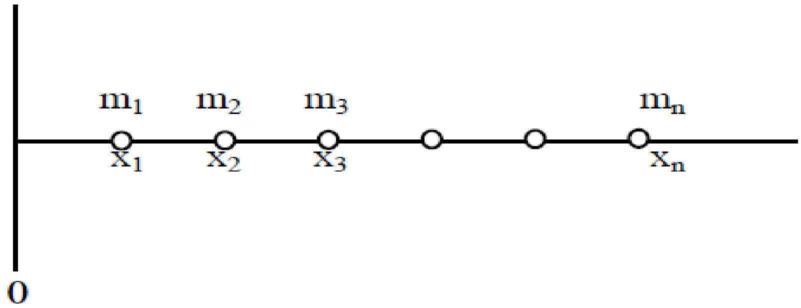
ملاحظة :- إذا كانت الكثافة الكتليه للجسم ثابته فإن مركز الكتلة يكون في المركز الهندسي للجسم

مركــــز الكتلـــة لنظـــام يتـــألف مـــن مجموعـــة مـــن الجسيمات

افترض أن نظاما يتألف من عدد n من الجسيمات تقع جميعها على المحور x كما في الشكل (17). نعرّف **مركز الكتلة** لهذا النظام على المحور x ‏(x_{cm}) كما يلي:

$$X_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i x_i \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

الشكل (17)



حيث x_i هو بعد الكتلة m_i عن نقطة الأصل و M هو مجموع الكتل جميعها.

ملاحظات :- 1-إذا كان الجسمان متماثلان (متساويان في الكتلة) يكون مركز الكتلة المشترك لهذا النظام يوجد في منتصف المسافة بين مركزي الكتلة

2- إذاكانت كتلة أحد الجسمين أكبر من الأخر يكون موقع مركز الكتلة أقرب لأكبر كتل

3-يتركز موقع مركز الكتلة علي الخط الواصل بين الجسمين

Mohamed atef | 050 3136836

$\sum m_i = M$

أما إذا كانت الجسيمات موزعة على المحور y أو المحور z فنستطيع أن نكتب موقع مركز الكتلة كما يلي:

$$y_{cm} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\, y_i \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$Z_{cm} = \frac{1}{M}\sum m_i\, z_i \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

وبما أن يمكن تحديد نقطة في الفراغ بدلالة المتجه $\vec{r}$ حيث أن:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

فإنه يمكن تحديد موقع مركز الكتلة بمتجه $\overrightarrow{r_{cm}}$ كما يلي:

$$\overrightarrow{r_{cm}} = x_{cm}\,\hat{i} + y_{cm}\,\hat{j} + z_{cm}\,\hat{k}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_i m_i\left(x_i\,\hat{i} + y_i\,\hat{j} + z_i\,\hat{k}\right)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\;\vec{r}_i \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

والمثال التالي يوضح المقصود بالشرح السابق.

◄◄ مثال

حدد موقع مركز الكتلة لنظام يتألف من ثلاثة جسيمات نقطية موزعة في المستوى xy كما في الشكل (18).

الحل:

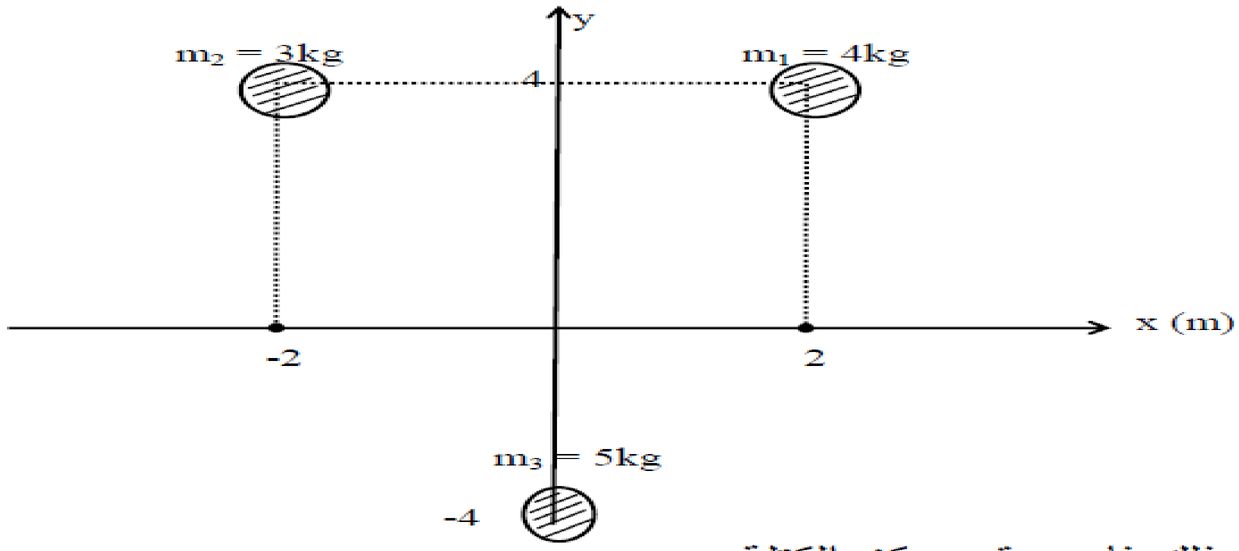
لتحديد مركز الكتلة نطبق العلاقات: 25 و 26

$$x_{cm} = \frac{m_1\, x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{cm} = \frac{4\,(2) + 3(-2) + 5(0)}{4 + 3 + 5} = 0.17\ \text{m}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{4(4) + 3(4) + 5(-4)}{4+3+5} = 0.67\ \text{m}$$

الشكل (18)



وبذلك فإن موقع مركز الكتلة هو :

$$\vec{r}_{cm} = x_{cm}\,\hat{i} + y_{cm}\,\hat{j}$$
$$= (0.17\,\hat{i} + 0.67\,\hat{j})\ \text{m}$$

تبلغ كتلة الأرض 5.97×10^{24} kg، وتبلغ كتلة القمر 7.36×10^{22} kg. ويدور القمر حول الأرض على مسافة تبعد 384,000 km؛ أي أنّ مركز القمر يبعد مسافة مقدارها 384,000 km عن مركز الأرض، كما هو موضّح في الشكل 8.3a.

المسألة

ما المسافة التي يبعدها مركز كتلة نظام الأرض والقمر عن مركز الأرض؟

$$X = \frac{x_E m_E + x_M m_M}{m_E + m_M},$$

$$X = \frac{x_M m_M}{m_E + m_M} = \frac{(384{,}000\ \text{km})(7.36 \times 10^{22}\ \text{kg})}{5.97 \times 10^{24}\ \text{kg} + 7.36 \times 10^{22}\ \text{kg}} = 4676.418\ \text{km}.$$

يكون موقع مركز الكتلة نقطة ثابتة بالنسبة إلى الجسم أو نظام الأجسام ولا يعتمد على موقع النظام الإحداثي المستخدم لتوضيحه. عند تحريك مركز الكتلة بمقدار $\vec{r}_0$. وسينتج لنا موضع مركز كتلة جديد، $R + R_0$ باستخدام المعادلة نجد أن

$$\vec{R} + \vec{R}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\vec{r}_0 + \vec{r}_i) m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \vec{r}_0 + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i m_i$$

لذا، فإن $\vec{R}_0 = \vec{r}_0$. ولا يتغير موقع مركز الكتلة بالنسبة إلى النظام.

كمية حركة مركز الكتلة

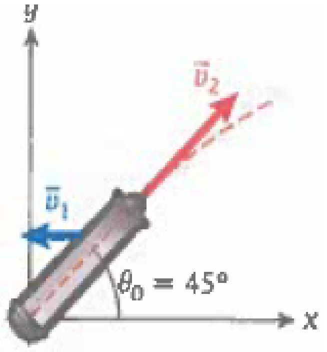
$$\vec{V} \equiv \frac{d}{dt}\vec{R} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i m_i\right) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d}{dt}\vec{r}_i = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i .$$

$$\vec{P} = M\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i . \qquad \frac{d}{dt}\vec{P} = \frac{d}{dt}(M\vec{V}) = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}\vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \vec{F}_{\text{net}} ,$$

الارتداد

عند إطلاق رصاصة من بندقية، فإن البندقية **ترتد**؛ أي أنها تتحرك في الاتجاه المعاكس للاتجاه الذي أطلقت فيه الرصاصة. كما يتضح هذا المبدأ الفيزيائي نفسه عندما تكون جالسًا في قارب ساكن وتلقي جسمًا خارج القارب، حيث يتحرك القارب في الاتجاه المعاكس للاتجاه الذي ألقيت فيه الجسم. كما تشعر بالتأثير نفسه عندما تكون واقفًا على لوح تزلج ثم تلقي كرة (ثقيلة نوعًا ما). يُعرف تأثير الارتداد المعروف هذا بنتيجة القانون الثالث لنيوتن.



مسألة محلولة 8.2 ارتداد المدفع

أطلقت قذيفة مدفع كتلتها 13.7 kg نحو هدف يبعد 2.30 km عن مدفع كتلته 249.0 kg. وكان أقصى مدى للمدفع هو المسافة 2.30 km. كما كان الهدف والمدفع عند مستوى ارتفاع واحد. وكان المدفع مرتكزًا على سطح أفقي.

المسألة

ما السرعة المتجهة التي سيرتد بها المدفع؟

المسألة

ما مقدار القوة، F، التي تؤثر في رجل إطفاء يحمل خرطوم إطفاء حريق يُخرج 360 L من الماء في الدقيقة بسرعة ابتدائية $v = 39.0\ m/s$، كما هو مبيَّن في الشكل 8.6؟

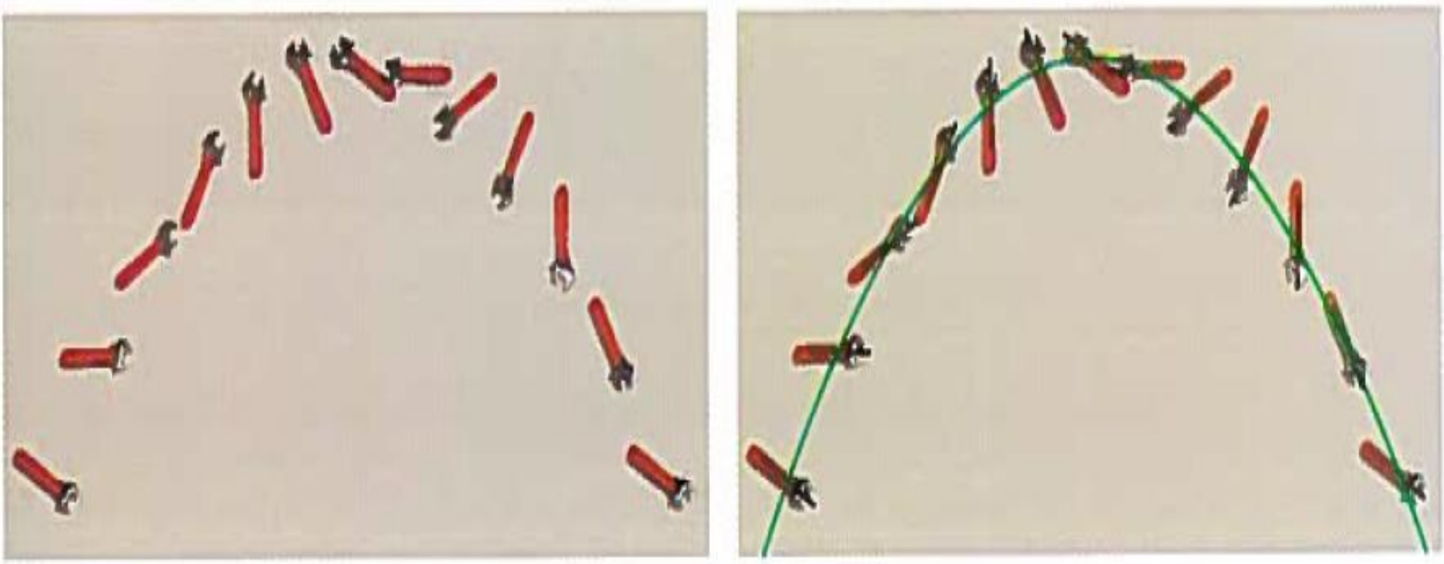
لنقم أولاً بإيجاد الكتلة الكلية للماء الخارج في الدقيقة. تبلغ الكثافة الكتلية للماء $\rho = 1000.\ kg/m^3 = 1.000\ kg/L$، ولأن $\Delta V = 360\ L$، نحصل على الكتلة الكلية للماء الخارج في الدقيقة من خلال

$$\Delta m = \Delta V \rho = (360.\ L)(1.000\ kg/L) = 360.\ kg.$$

لذا، تكون كمية حركة الماء $\Delta p = v\Delta m$. ومن تعريف متوسط القوة، $F = \Delta p/\Delta t$، نجد أن

$$F = \frac{v\Delta m}{\Delta t} = \frac{(39.0\ m/s)(360.\ kg)}{60\ s} = 234\ N.$$

الحركة العامة لمركز الكتلة



(a) (b)

الشكل 8.8 (a) مجموعة من الصور الرقمية ناتجة عن لقطات متعددة لمفتاح ربط لحظة إلقائه في الهواء. (b) مجموعة الصور نفسها في الجزء (a)، لكن مع تراكب مسار القطع المكافئ لحركة مركز الكتلة.

8.39 يمكن لخرطوم إطفاء حريق قطره 4.00 cm رش الماء بسرعة متجهة مقدارها 10.0 m/s. لاستمرار تدفق الماء من الخرطوم بشكل أفقي، ما مقدار القوة الأفقية التي يجب أن يبذلها رجل الإطفاء على الخرطوم ليبقى ثابتًا؟

$$\frac{dV_w}{dt} = Av = \pi r^2 v.$$

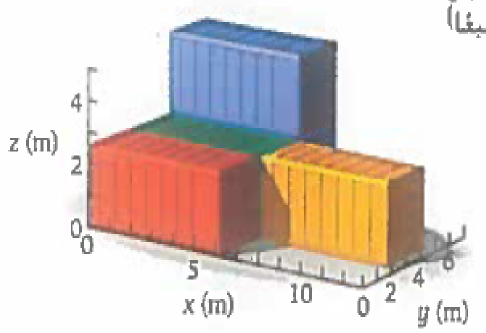
With $\rho_w = m/V_w$, $\frac{dm}{dt} = \rho_w \frac{dV_w}{dt} = \rho_w \pi r^2 v$. Now, by Newton's third law, $\vec{F}_f = -\vec{F}_{thrust}$, so

$\vec{F}_f = \vec{v}_c \frac{dm}{dt} = \vec{v}_c \rho_w \pi r^2 v$. Since v_c is in fact v, $F_f = \rho_w \pi r^2 v^2$.

$$F_f = \pi\left(1000 \text{ kg/m}^3\right)\left(0.0200 \text{ m}\right)^2\left(10.0 \text{ m/s}\right)^2 = 125.7 \text{ N}$$

مثال 8.1 حاويات الشحن

تأتي حاويات الشحنات الكبيرة، التي يمكن نقلها بالشاحنات أو القطارات أو السفن، بأحجام قياسية. من أكثر الحاويات شيوعًا من حيث الحجم الحاوية التي مساحتها '20 وفقًا للمعيار الدولي ISO، والتي يبلغ طولها 6.1 m وعرضها 2.4 m وارتفاعها 2.6 m. ويسمح بأن تكون كتلة هذه الحاوية (مع حمولتها) ما يصل إلى 30,400 kg.



الشكل 8.4 حاويات شحن مرتبة على ظهر سفينة حاويات.

المسألة

ترتكز حاويات الشحن الخمس الموضحة في الشكل 8.4 على سطح سفينة حاويات، وتبلغ كتلة كل حاوية 9,000 kg، باستثناء الحاوية الحمراء، التي تبلغ كتلتها 18,000 kg. إذا افترضنا أن لكل حاوية مركز كتلة في مركزها الهندسي، فما إحداثي x وإحداثي y لمركز الكتلة المشترك بين الحاويات؟ استخدم النظام الإحداثي المبيَّن في الشكل لتوضيح موقع مركز الكتلة هذا.

الحل

نحتاج إلى حساب المركَّبات الديكارتية الفردية لمركز الكتلة، لذا سنستخدم المعادلة 8.5. ويبدو أنه ليس ثمة طريقة مختصرة يمكننا استخدامها.

لنسمِّ طول كل حاوية (6.1 m) ℓ وعرض كل حاوية (2.4 m) w وكتلة الحاوية الخضراء (9,000 kg) m_0. عندئذٍ تكون كتلة الحاوية الحمراء $2m_0$ وتكون كتلة كل الحاويات الأخرى هي m_0.

أولًا، نحتاج إلى حساب الكتلة المجمعة، M. وفقًا للمعادلة 8.4، فإن

$$
\begin{aligned}
M &= m_{\text{red}} + m_{\text{green}} + m_{\text{orange}} + m_{\text{blue}} + m_{\text{purple}} \\
&= 2m_0 + m_0 + m_0 + m_0 + m_0 \\
&= 6m_0.
\end{aligned}
$$

بالنسبة إلى الإحداثي X لمركز الكتلة المشترك، نجد أن

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{x_{\text{red}}m_{\text{red}} + x_{\text{green}}m_{\text{green}} + x_{\text{orange}}m_{\text{orange}} + x_{\text{blue}}m_{\text{blue}} + x_{\text{purple}}m_{\text{purple}}}{M} \\
&= \frac{\frac{1}{2}\ell 2m_0 + \frac{1}{2}\ell m_0 + \frac{3}{2}\ell m_0 + \frac{1}{2}\ell m_0 + \frac{1}{2}\ell m_0}{6m_0} \\
&= \frac{\ell\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}{6} \\
&= \frac{2}{3}\ell = 4.1 \text{ m}.
\end{aligned}
$$

في الخطوة الأخيرة، عوَّضنا بالقيمة 6.1 m عن ℓ. بالطريقة نفسها، يمكننا حساب الإحداثي Y،

$$
\begin{aligned}
Y &= \frac{y_{\text{red}}m_{\text{red}} + y_{\text{green}}m_{\text{green}} + y_{\text{orange}}m_{\text{orange}} + y_{\text{blue}}m_{\text{blue}} + y_{\text{purple}}m_{\text{purple}}}{M} \\
&= \frac{\frac{1}{2}w2m_0 + \frac{3}{2}wm_0 + \frac{3}{2}wm_0 + \frac{5}{2}wm_0 + \frac{5}{2}wm_0}{6m_0} \\
&= \frac{w\left(1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}\right)}{6} \\
&= \frac{3}{2}w = 3.6 \text{ m}.
\end{aligned}
$$

$$M\,\vec{\upsilon}_{cm} = \sum_i \vec{p}_i = p_1 + p_2 + \dots\dots\dots$$

$$\vec{p}_i = m_i\,\vec{\upsilon}_i$$

كمية التحرك الخطي الكلي لمجموعة أجسام يساوي حاصل ضرب مجموع الكتل بسرعة مركز كتلتها

$$\vec{F}_{ext} = M\,\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad .. \qquad \vec{p} = \sum_i p_i$$

أي أن محصلة القوى الخارجية ($\vec{F}_{ext}$) المؤثرة على النظام تساوي نسبة التغير في كمية التحرك الخطي الكلي إلى الزمن

◄◄ مثال

نظام يتكون من كتلتين، الكتله الأولى $m_1 = 2kg$ والكتله الثانية $m_2 = 3kg$، إذا كانت مواقعهما كدالة في الزمن هي:

$$\vec{r}_1 = 5t^2\,\hat{i} - 10t\,\hat{j}\ m,\quad \vec{r}_2 = 5\hat{i} - 5t^2\,\hat{j}\ m$$

أحسب:

أ. موضع مركز الكتلة. ب. سرعة مركز الكتلة. جـ. تسارع مركز الكتلة.

د. محصلة القوى الخارجية.

الحل:

أ.

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\,\vec{r}_1 + m_2\,\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2\left(5t^2\,\hat{i} - 10t\hat{j}\right) + 3\left(5\hat{i} - 5t^2\,\hat{j}\right)}{2+3} = \left(\left(2t^2 + 3\right)\hat{i} - \left(2t + 3t^2\right)\right)\hat{j}\ m$$

ب.

$$\vec{\upsilon}_{cm} = \frac{d\,\vec{r}_{cm}}{dt} = \left(4t\,\hat{i} - \left(6t + 2\right)\hat{j}\right)\ m/s$$

جـ. تسارع مركز الكتلة:

$$\vec{a}_{cm} = \frac{d\,\vec{\upsilon}_{cm}}{dt} = \left(4\hat{i} - 6\hat{j}\right)\ m/s^2$$

د.

$$\vec{F}_{ext} = M\,\vec{a}_{cm} = \left(2+3\right)\left(4\hat{i} - 6\hat{j}\right)$$

$$= \left(20\hat{i} - 30\,\hat{j}\right)\ N$$

1. أوجد موضع مركز الكتلة لثلاث جسيمات نقطية $m_1 = 2kg$، $m_2 = 3kg$، $m_3 = 5kg$، وإحداثياتها على الترتيب هي (2، 1−)، (3−، 2−)، (1، 2).

مراجعة المفاهيم 8.1

في الحالة الموضحة في الشكل 8.2. ما المقادير النسبية للكتلتين m_1 وm_2؟

a) $m_1 < m_2$

b) $\boxed{m_1 > m_2}$

c) $m_1 = m_2$

d) لا يمكن تحديد أي الكتلتين أكبر استنادًا إلى المعلومات المتوفرة في الشكل فقط.

مراجعة المفاهيم 8.2

زجاجة أسطوانية لتوابل السلطة المصنوعة من الزيت والخل. نصفها من الخل (بكثافة كتلية $1.01\ g/cm^3$) والنصف الآخر من الزيت (بكثافة كتلية $0.910\ g/cm^3$) موضوعة على طاولة. في البداية، كان الزيت منفصلًا عن الخل، حيث كان يطفو فوق الخل. فرُجّت الزجاجة حتى اختلط الزيت بالخل تمامًا ثم وُضعت مرة أخرى على الطاولة. ما مقدار تغيُّر ارتفاع مركز كتلة توابل السلطة نتيجة للخلط؟

a) $\boxed{\text{أعلى.}}$

b) أقل.

c) عند نفس الارتفاع.

d) لا تتوفر معطيات كافية للإجابة عن هذا السؤال.

مراجعة المفاهيم 8.3

يستخدم خرطوم إطفاء الحريق في المثال 8.2 لرش رغوة لإطفاء الحرائق (تبلغ كثافتها الكتلية نصف الكثافة الكتلية للماء) بمعدل التدفق نفسه، وهو 360 L/min. وبالسرعة الابتدائية نفسها، وهي 39.0 m/s. يكون مقدار القوة المبذولة على رجل الإطفاء الذي يحمل الخرطوم في هذه الحالة

a) أربعة أضعاف القوة التي تم إيجادها في المثال 8.2.

b) ضعف القوة التي تم إيجادها في المثال 8.2.

c) مساويًا لمقدار القوة التي تم إيجادها في المثال 8.2.

d) $\boxed{\text{نصف القوة التي تم إيجادها في المثال 8.2.}}$

e) ربع القوة التي تم إيجادها في المثال 8.2.

حركة الصاروخ

1- مبني علي فكرة **الارتداد** حيث يكتسب الصاروخ دفعه الأمامي بإخراج الوقود المستهلك من الجزء الخلفي وفقا لقانون حفظ كمية الحركة

2- التغير في **كمية الحركة** بسبب تغير **الكتلة**

3- بعد اطلاق القذيفة **تقل** كتلة الصاروخ بمقدار $\boxed{m_0 - \Delta m}$

ولا **يغير** إطلاق القذيفة من **كمية حركة مركز الكتلة** النظام (الصاروخ والقذيفة)

الشكل 8.9 يتغير زخم الصاروخ حين إطلاق قذيفة

كمية حركة القذيفة $\quad p_c = v_c \Delta m,$

كمية حركة الصاروخ $\quad p_r = (m_0 - \Delta m) v_1,$

$$p_r + p_c = 0$$

$$(m_0 - \Delta m) v_1 + v_c \Delta m = 0.$$

التغير في سرعة الصاروخ بعد إطلاق القذائف $\quad \Delta v_n = -\dfrac{v_c \Delta m}{m_0 - n\Delta m}.$

وهكذا، تكون معادلة إيجاد السرعة المتجهة للصاروخ بعد إطلاق عدد n من القذائف هي

$$\boxed{v_n = v_{n-1} + \Delta v_n.}$$

مراجعة المفاهيم 8.4

إذا تضاعفت الحمولة الصافية لسفينة الفضاء الوارد في المثال 8.3 من 50,000 kg إلى 100,000 kg، فستكون السرعة النهائية التي تصل إليها سفينة الفضاء

a) مساوية للسرعة التي تم إيجادها في المثال 8.3.

b) أقل قليلًا من السرعة التي تم إيجادها في المثال 8.3 لكن أكثر من نصفها.

c) أعلى قليلًا من السرعة التي تم إيجادها في المثال 8.3.

d) نصف السرعة التي تم إيجادها في المثال 8.3.

e) أقل من نصف السرعة التي تم إيجادها في المثال 8.3.

$$\Delta v = -\frac{v_c \Delta m}{m} \; ; \quad \frac{\Delta v}{\Delta m} = -\frac{v_c}{m}. \quad \boxed{\frac{dv}{dm} = -\frac{v_c}{m}.}$$

$$v(m) = -v_c \int_{m_0}^{m} \frac{1}{m'}\,dm' = -v_c \ln m' \Big|_{m_0}^{m} = \boxed{v_c \ln\left(\frac{m_0}{m}\right).}$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b \quad \boxed{v_f = v_c \ln(m_0/m_f),} \quad \boxed{v_i = v_c \ln(m_0/m_i)}$$

الفرق بين السرعة النهائيةو البتدائية للصاروخ

$$\boxed{v_f - v_i = v_c \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right) - v_c \ln\left(\frac{m_0}{m_i}\right) = v_c \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right).}$$

يتضمن أحد المشروعات المقترحة لإرسال رواد الفضاء إلى المريخ تجميع مركبة فضائية في مدار حول الأرض، بحيث لا تضطر المركبة الفضائية إلى التغلب على مقدار كبير من الجاذبية الأرضية عند إطلاقها. افترض أنّ الحمولة الصافية لهذه المركبة الفضائية تبلغ 50,000 kg . وتحمل 2,000,000 kg من الوقود وتُخرج الوقود المستهلك بسرعة 23.5 km/s. (تُنتج الأنواع الحالية من الوقود المستهلك الكيميائي للصواريخ سرعةً قصوى تبلغ 5 km/s تقريبًا، لكن من المتوقع أن يُنتج الدفع الصاروخي الكهرومغناطيسي سرعةً تبلغ 40 km/s تقريبًا.)

المسألة

ما السرعة النهائية التي يمكن أن تصل إليها هذه المركبة الفضائية بالنسبة إلى سرعتها المتجهة الابتدائية في مدارها حول الأرض؟

$$v_f - v_i = v_c \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) = (23.5\ \text{km/s})\ln\left(\frac{2,050,000\ \text{kg}}{50,000\ \text{kg}}\right) = (23.5\ \text{km/s})(\ln 41) = 87.3\ \text{km/s}$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}.$$

وإذا لم تؤثر أي قوة خارجية في الجسم $(\vec{F}_{net} = 0)$

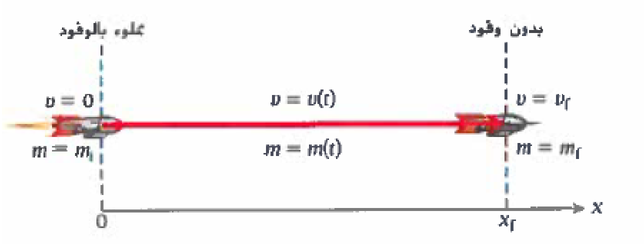
$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{v}\frac{dm}{dt}. \qquad m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = -\vec{v}_c\frac{dm}{dt}.$$

دفع الصاروخ وتُقاس بوحدة النيوتن لأنها قوة:

$$\vec{F}_{thrust} = -\vec{v}_c\frac{dm}{dt}.$$

المسألة

افترض أنّ الكتلة الابتدائية لمركبة فضائية هي 1,850,000 kg. وبدون الوقود المستهلك. تبلغ كتلة المركبة الفضائية 50,000 kg. وقد صُمّم الصاروخ المشغِّل للمركبة الفضائية لإخراج الوقود المستهلك بسرعة 25 km/s بالنسبة إلى الصاروخ بمعدل ثابت يبلغ 15,000 kg/s. في البداية، كانت المركبة الفضائية في وضع سكون في الفضاء ثم تحركت في خط مستقيم. ما المسافة التي ستقطعها المركبة الفضائية قبل أن يستهلك صاروخها كمية الوقود المستهلك كلها ويتوقف؟



- إن مركز الكتلة هو نقطة على الجسم تتركز فيها كتلة هذا الجسم كلها.
- يمكن تحديد مركز كتلة جسم ذي شكل عشوائي من خلال المعادلة $\vec{R} = \frac{1}{M}\int_V \vec{r}\rho(\vec{r})dV$ حيث تكون الكثافة الكتلية للجسم $\rho = \frac{dm}{dV}$ ويمتد التكامل على حجم الجسم بالكامل V، و M كتلته الكلية.
- عندما تكون الكثافة الكتلية منتظمة عبر الجسم بالكامل، بحيث $\rho = \frac{M}{V}$، فحينها يقع مركز الكتلة عند $\vec{R} = \frac{1}{V}\int_V \vec{r}\,dV$
- إذا كان للجسم مستوى تماثل، فلا بد أن يقع مركز الكتلة في هذا المستوى.
- يمكن تحديد موقع مركز كتلة مجموعة من الأجسام من خلال حساب المتوسط الكتلي المرجح لمواقع مراكز كتل الأجسام.
$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2 + \cdots + \vec{r}_n m_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i m_i.$$
- يمكن وصف حركة جسم صلب غير نقطي بحركة مركز كتلته.
- يمكن إيجاد السرعة المتجهة لمركز الكتلة بواسطة مشتقة متجه موضعه، $\vec{V} \equiv \frac{d}{dt}\vec{R}$
- كمية حركة مركز كتلة مجموعة من الأجسام هو $\vec{P} = M\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ وتخضع كمية الحركة هذه للقانون الثاني لنيوتن،
$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \frac{d}{dt}(M\vec{V}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_{net}$$
لا ينتج عن القوى الداخلية بين الأجسام محصلة قوى (فمحصلتها تكون صفرًا لأنها دائمًا تكون متساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه). ومن ثمّ فإنها لا تغيّر كمية حركة مركز الكتلة.
- تعدّ حركة الصاروخ مثالًا للحركة التي تتغير خلالها كتلة الجسم المتحرك. يمكن إيجاد معادلة حركة الصاروخ في الفضاء بين النجوم من خلال $\vec{F}_{thrust} = m\vec{a} = -\vec{v}_c \frac{dm}{dt}$ حيث $\vec{v}_c$ هي السرعة المتجهة للوقود المستهلك بالنسبة إلى الصاروخ و $\frac{dm}{dt}$ هو معدل تغيّر الكتلة نتيجة لتدفق الوقود المستهلك.
- يمكن إيجاد سرعة الصاروخ كدالة لكتلته بواسطة المعادلة $v_f - v_i = v_c \ln(m_i / m_f)$. حيث يعبر الحرف i عن الكتلة والسرعة الابتدائيتين. ويعبر الحرف f عن الكتلة والسرعة النهائيتين.

أسئلة الاختيار من متعدد

8.1 وقف رجل على جليد عديم الاحتكاك وألقى خشبة الكيد فاستدارت وعادت إليه. اختر العبارة الصحيحة:

a) لأن كمية حركة النظام المتكون من الرجل والكيد تكون محفوظة، سيصل الرجل إلى وضع السكون ممسكًا بالكيد عند الموضع نفسه الذي ألقى منه الكيد في البداية.

b) من المستحيل أن يتمكن الرجل من إلقاء الكيد في هذه الحالة.

c) من الممكن أن يتمكن الرجل من إلقاء الكيد، لكن لأنه يقف على جليد عديم الاحتكاك عند إلقاء الكيد، فلن يعود الكيد إليه مرة أخرى.

d) لا تحفظ كمية الحركة الكلية للنظام المتكون من الرجل والكيد، لذا فإن الرجل سينزلق إلى الوراء عند إمساكه بالكيد عندما يعود إليه مرة أخرى.

8.3 جسمان كتلتاهما m_1 وm_2 يتحركان على طول المحور x في الاتجاه الموجب بالسرعتين v_1 وv_2، على التوالي، حيث v_1 أقل من v_2. تكون سرعة مركز كتلة هذا النظام المتكون من جسمين

a) أقل من v_1.

b) مساوية لـ v_1.

c) مساوية لمتوسط السرعتين v_1 وv_2.

d) أكبر من v_1 وأقل من v_2.

e) أكبر من v_2.

8.2 عند انحلال نواة البزموث 208 وهي في وضع السكون، ينتج الثاليوم 204 وجسيم ألفا (نواة الهيليوم 4) الأعداد الكتلية للبزموث 208 والثاليوم 204 والهيليوم 4 هي 208 و204 و4 على التوالي. (العدد الكتلي هو العدد الكلي للبروتونات والنيوترونات الموجودة في النواة). ستكون الطاقة الحركية لنواة الثاليوم

a) مساوية للطاقة الحركية لجسيم ألفا.

b) أقل من الطاقة الحركية لجسيم ألفا.

c) أكبر من الطاقة الحركية لجسيم ألفا.

8.4 تحركت قذيفة مدفعية في مسار على شكل قطع مكافئ عند انفجارها في الجو وتحطمت القذيفة إلى شظايا كثيرة جدًا. أي العبارات التالية صحيحة (حدد كل ما ينطبق)؟

a) ستزيد قوة الانفجار من كمية حركة النظام المتكون من الشظايا، ومن ثمّ لن تحفظ كمية حركة القذيفة أثناء الانفجار.

b) قوة الانفجار قوة داخلية، ومن ثمّ لن تغيّر كمية الحركة الكلية للنظام.

c) سيستمر مركز كتلة النظام المتكون من الشظايا في التحرك في المسار الابتدائي على شكل قطع مكافئ حتى تلامس الشظية الأخيرة الأرض.

d) سيستمر مركز كتلة النظام المتكون من الشظايا في التحرك في المسار الابتدائي على شكل قطع مكافئ حتى تلامس الشظية الأولى الأرض.

e) سيكون لمركز كتلة النظام المتكون من الشظايا مسار يعتمد على عدد الشظايا وسرعاتها المتجهة بعد الانفجار مباشرة.

8.5 يسبح رائد فضاء كتلته 80 kg بعيدًا عن مركبته الفضائية، ويبعد 15.0 m عن المركبة، ويوجد في حالة سكون بالنسبة إليها. وعندما حاول العودة إليها، ألقى جسمًا كتلته 500 g بسرعة 8.0 m/s في اتجاه معاكس لمكان وجود المركبة. ما مقدار الوقت الذي سيستغرقه رائد الفضاء للعودة إلى المركبة؟

a) 1 s
b) 10 s
c) 20 s
d) 200 s
e) 300 s

8.6 وجدت نفسك، في وسط بحيرة، عالقًا في طوف نجاة كتلته 300 kg (بما في ذلك كتلتك)، وليس معك أي شيء سوى مجموعة من كرات البولينج كتلتها 7 kg وكرات تنس كتلتها 55 g. باستخدام معرفتك لمفهوم الدفع الصاروخي، قررت البدء في قذف الكرات من طوف النجاة لتتحرك في اتجاه الشاطئ. أي من الخيارات التالية سيمكّنك من الوصول إلى الشاطئ بشكل أسرع؟

a) قذف كرات التنس بسرعة 35 m/s بمعدل كرة تنس واحدة في الثانية.
a) قذف كرات البولينج بسرعة 0.5 m/s بمعدل كرة بولينج واحدة كل 3 s
c) قذف كرة تنس وكرة بولينج بشكل متزامن، حيث ستتحرك كرة التنس بسرعة 15 m/s وكرة البولينج بسرعة 0.3 m/s، وبمعدل كرة تنس واحدة وكرة بولينج واحدة كل 4 s
d) لا تتوفر معطيات كافية لتحديد ذلك

8.7 توضح الأشكال لاعب قفز عالٍ يستخدم أساليب مختلفة ليتمكن من تخطي العارضة. ما الأسلوب الذي سيمكّن اللاعب من تحقيق أعلى قفزة لتخطي العارضة؟

(a) (b) (c) (d)

8.8 يقع مركز كتلة الجسم الصلب غير المنتظم دائمًا

a) عند المركز الهندسي للجسم.
b) مكان ما داخل الجسم.
c) كلاهما.
d) لا شيء مما سبق

8.9 يقذف منجنيق موجود على أرض مستوية حجرًا كتلته 3 kg مسافة أفقية مقدارها 100 m. وعند قذف حجر آخر كتلته 3 kg بالطريقة نفسها، تحطّم الحجر في الهواء إلى قطعتين، إحداهما كتلتها 1 kg والأخرى كتلتها 2 kg. فسقطت كلتا القطعتين على الأرض في الوقت نفسه. إذا سقطت القطعة التي كتلتها 1 kg على بعد 180 m من المنجنيق، فكم ستبعد القطعة التي كتلتها 2 kg عن المنجنيق عند سقوطها على الأرض؟ تجاهل مقاومة الهواء.

a) 20 m
b) 60 m
c) 100 m
d) 120 m
e) 180 m

8.10 كتلتان نقطيتان واقعتان في المستوى نفسه، وتبلغ المسافة بين الكتلة 1 ومركز الكتلة 3.0 m، بينما تبلغ المسافة بين الكتلة 2 ومركز الكتلة 1.0 m. أوجد m_2/m_1، نسبة الكتلة 1 إلى الكتلة 2.

a) 4/3
b) 3/4
c) 7/4
d) 4/7
e) 3/1
f) 1/3

8.11 زجاجة أسطوانية لتوابل السلطة المصنوعة من الزيت والخل، يشغل الخل ثلث حجمها ($\rho = 1.01\ g/cm^3$) ويشغل الزيت الثلثين الآخرين ($\rho = 0.910\ g/cm^3$). موضوعة على طاولة في وضع السكون. في البداية، كان الزيت منفصلًا عن الخل، حيث كان يطفو فوق الخل. فرُجّت الزجاجة حتى اختلط الزيت بالخل تمامًا، ثم وُضعت مرة أخرى على الطاولة. ما مقدار تغيُّر ارتفاع مركز كتلة توابل السلطة نتيجة للخلط؟

a) أعلى.
b) أقل.
c) عند الارتفاع نفسه
d) لا تتوفر معطيات كافية للإجابة عن هذا السؤال.

8.13 يُستخدم خرطوم حديقة لملء دلو سعته 20 L خلال 1 min، وتبلغ سرعة تدفق الماء خارج الخرطوم 1.05 m/s. ما مقدار القوة المؤثرة في الشخص الذي يحمل الخرطوم؟

a) 0.35 N
b) 2.1 N
c) 9.8 N
d) 12 N
e) 21 N

8.14 يُستخدم خرطوم حديقة لملء دلو سعته 20 L خلال 1 min، وتبلغ سرعة تدفق الماء خارج الخرطوم 2.35 m/s، وتؤثر القوة F في الشخص الذي يحمل الخرطوم. بينما يوجد خرطوم آخر يمكنه ملء الدلو نفسه خلال 2 min، مع تدفق الماء خارج الخرطوم بالسرعة نفسها، سيكون مقدار القوة المؤثرة في الشخص الذي يحمل هذا الخرطوم هو

a) $4/F$
b) $2/F$
c) F
d) $2F$
e) $4F$

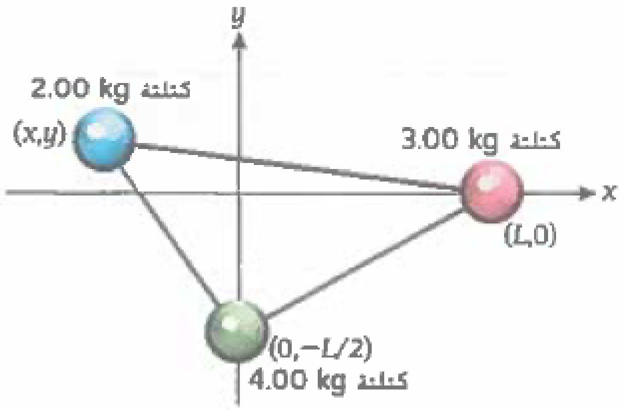
8.15 افترض أنه تم إطلاق صاروخ في فراغ في الفضاء الخارجي. أي العبارات التالية صحيحة؟

a) لن ينتج الصاروخ أي دفع لانعدام مقاومة الهواء.
b) سينتج الصاروخ في الفراغ الدفع نفسه الذي يمكن أن ينتجه في وجود الهواء.
c) سينتج الصاروخ في الفراغ نصف مقدار الدفع الذي يمكن أن ينتجه في وجود الهواء.
d) سينتج الصاروخ في الفراغ ضعف مقدار الدفع الذي يمكن أن ينتجه في وجود الهواء.

8.16 يقع مركز كتلة الشمس وكوكب المشتري

a) عند مركز الشمس تمامًا.
b) بالقرب من مركز الشمس.
c) عند مركز كوكب المشتري تمامًا.
d) بالقرب من مركز كوكب المشتري.
e) في منتصف المسافة بين الشمس وكوكب المشتري.

8.30• إحداثيات مركز كتلة الجسم غير النقطي الموضّح في الشكل هي (L/4, -L/5). ما إحداثيات الكتلة التي تبلغ 2.00 kg؟



$$X=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}x_i m_i \text{ and } Y=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}y_i m_i.$$

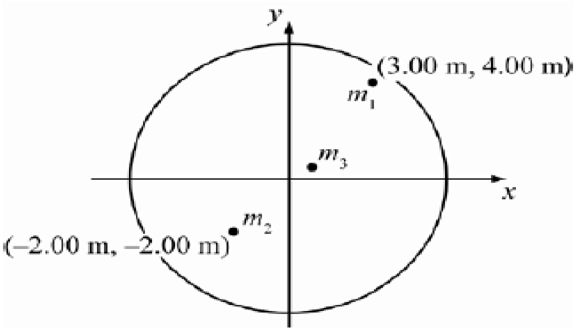
$$X=\frac{x_1m_1+x_2m_2+x_3m_3}{m_1+m_2+m_3}\Rightarrow x_1=\frac{1}{m_1}\left(X(m_1+m_2+m_3)-x_2m_2-x_3m_3\right)$$

$$y_1=\frac{1}{m_1}\left(Y(m_1+m_2+m_3)-y_2m_2-y_3m_3\right).$$

$$x_1=\left(\frac{1}{2\text{ kg}}\right)\left(\frac{L}{4}(2\text{ kg}+3\text{ kg}+4\text{ kg})-L(3\text{ kg})-0(4\text{ kg})\right)=-\frac{3}{8}L$$

$$y_1=\left(\frac{1}{2\text{ kg}}\right)\left(-\frac{L}{5}(2\text{ kg}+3\text{ kg}+4\text{ kg})-0(3\text{ kg})-\left(-\frac{L}{2}\right)(4\text{ kg})\right)=\frac{1}{10}L$$

8.31• يقف بهلوانات صغار في وضع سكون على منصة أفقية دائرية مرتكزة على حامل عند نقطة منتصفها. لذا من المفترض أن تقع نقطة الأصل للنظام الإحداثي الديكارتي ثنائي الأبعاد عند منتصف المنصة. ويقف بهلوان كتلته 30.0 kg عند (4.00 m ,3.00 m). بينما يقف بهلوان آخر كتلته 40.0 kg عند (−2.00 m ,−2.00 m). بافتراض أن البهلوانات يقفون في وضع سكون في مواقعهم، فأين يجب أن يقف بهلوان كتلته 20.0 kg بحيث يكون مركز كتلة النظام المكون من البهلوانات الثلاثة عند نقطة الأصل وتكون المنصة متوازنة؟



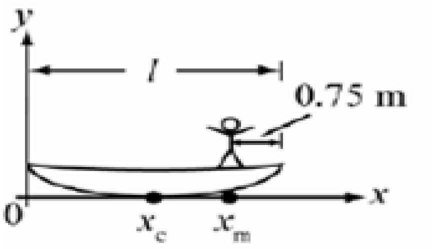
$$X=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}x_i m_i \text{ and } Y=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}y_i m_i.$$

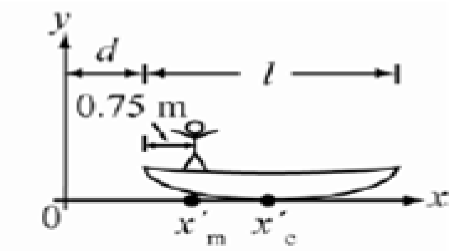
$$X=0,\ X=\frac{1}{M}(x_1m_1+x_2m_2+x_3m_3)=0\Rightarrow x_3=\frac{(-x_1m_1-x_2m_2)}{m_3}.$$ Similarly, with $Y=0$,

$$y_3=\frac{(-y_1m_1-y_2m_2)}{m_3}.$$

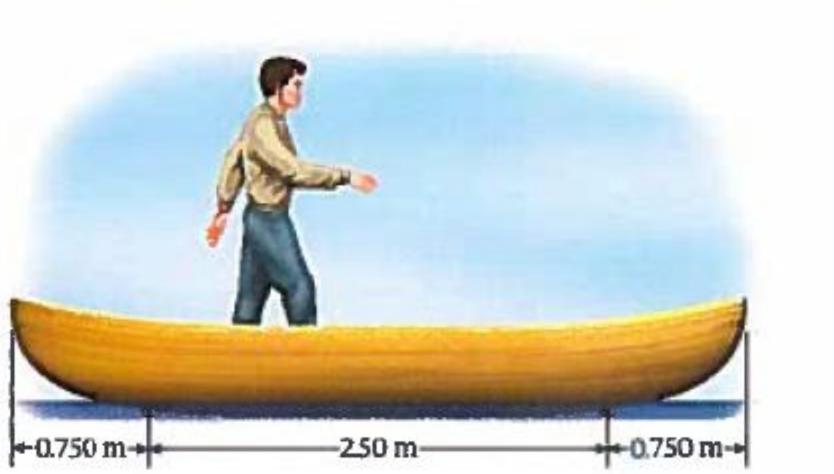
$$x_3=\frac{(-(3.00\text{ m})(30.0\text{ kg})-(-2.00\text{ m})(40.0\text{ kg}))}{20.0\text{ kg}}=-0.500\text{ m},$$

$$y_3=\frac{(-(4.00\text{ m})(30.0\text{ kg})-(-2.00\text{ m})(40.0\text{ kg}))}{20.0\text{ kg}}=-2.00\text{ m}\qquad \vec{r}_3=(-0.500\text{ m},-2.00\text{ m})$$





8.32 يقف رجل كتلته 55.0 kg في زورق يطفو على سطح الماء كتلته 65.0 kg وطوله 4.00 m. فسار هذا الرجل من نقطة تبعد 0.750 m عن مؤخرة الزورق إلى نقطة تبعد 0.750 m عن مقدمة الزورق. إذا افترضنا أن الاحتكاك بين الزورق وسطح الماء ضئيل جداً. فما مقدار المسافة التي سيتحركها الزورق؟



The center of mass is $X=\frac{1}{M}\left(x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}\right)$. After moving,

$X=\frac{1}{M}\left(x'_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x'_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}\right)=\frac{1}{M}\left(\left(x'_{\mathrm{c}}+a\right)m_{\mathrm{m}}+x'_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}\right)$. Since X does not change, the equations can be equated:

$$\frac{1}{M}\left(\left(x'_{\mathrm{c}}+a\right)m_{\mathrm{m}}+x'_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}\right)=\frac{1}{M}\left(x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}\right)$$

This implies $x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}=x'_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{m}}+x'_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}+am_{\mathrm{m}} \Rightarrow x'_{\mathrm{c}}=\frac{x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{c}}m_{\mathrm{c}}-am_{\mathrm{m}}}{m_{\mathrm{m}}+m_{\mathrm{c}}}$.

CALCULATE: $x'_{\mathrm{c}}=\frac{(3.25\text{ m})(55.0\text{ kg})+(2.00\text{ m})(65.0\text{ kg})-(-1.25\text{ m})(55.0\text{ kg})}{55.0\text{ kg}+65.0\text{ kg}}=3.1458\text{ m}$

Then $d=3.1458\text{ m}-2.00\text{ m}=1.1458\text{ m}$.

8.33 يدفع طفل شاحنة لعبة كتلتها 3.50 kg مباشرة نحو سيارة لعبة ثابتة كتلتها 2.00 kg بسرعة 4.00 m/s. فتعرّض كل من السيارة والشاحنة لتصادم مرن.

a) ما مقدار السرعة المتجهة لمركز كتلة النظام المكون من اللعبتين؟

b) ما السرعتان المتجهتان للشاحنة والسيارة بالنسبة إلى مركز كتلة النظام المكون من اللعبتين قبل التصادم وبعده؟

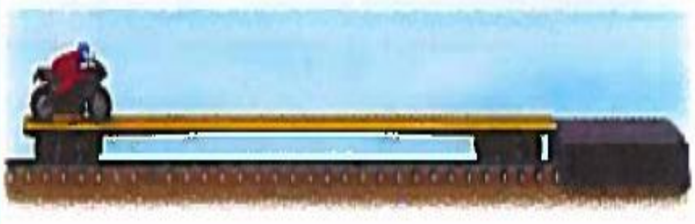
(a) Substituting $\vec{v}_{\mathrm{c}}=0$ and $M=m_{\mathrm{c}}+m_{\mathrm{t}}$, $\vec{V}=\frac{1}{M}\left(m_{\mathrm{c}}\vec{v}_{\mathrm{c}}+m_{\mathrm{t}}\vec{v}_{\mathrm{t}}\right)$ becomes $\vec{V}=\frac{\left(m_{\mathrm{t}}\vec{v}_{\mathrm{t}}\right)}{\left(m_{\mathrm{c}}+m_{\mathrm{t}}\right)}$.

$$\vec{V}=\frac{(3.50\text{ kg})(4.00\hat{x}\text{ m/s})}{(3.50\text{ kg}+2.00\text{ kg})}=2.545\hat{x}\text{ m/s}$$

(b) $\vec{v}'_{\mathrm{t}}$ and $\vec{v}'_{\mathrm{c}}$ before the collision are $\vec{v}'_{\mathrm{t}}=\vec{v}_{\mathrm{t}}-\vec{V}$ and $\vec{v}'_{\mathrm{c}}=\vec{v}_{\mathrm{c}}-\vec{V}=-\vec{V}$.

$$\vec{v}'_{\mathrm{t}}=(4.00\hat{x}\text{ m/s})-(2.545\hat{x}\text{ m/s})=1.4545\hat{x}\text{ m/s},\quad \vec{v}'_{\mathrm{c}}=-2.545\hat{x}\text{ m/s}$$

8.34 يعتزم سائق دراجة نارية مُخاطر الانطلاق بالدراجة من أحد طرفي عربة قطار مسطحة، والتسارع نحو الطرف الآخر من العربة، ثم القفز من العربة إلى منصة. تبلغ كتلة السائق والدراجة معًا 350. kg ويبلغ طولهما معًا 2.00 m. بينما تبلغ كتلة العربة 1500 kg ويبلغ طولها 20.0 m. افترض أنّ الاحتكاك بين عجلات العربة والقضبان ضئيل جدًا وأنه يمكن أن تنطلق الدراجة بالسائق في الهواء مع وجود مقاومة هواء ضئيلة جدًا، وكانت العربة ملامسة للمنصة في البداية. إذا سألك منظّمو العرض عن المسافة التي ستبعدها العربة عن المنصة عندما يصل سائق الدراجة النارية المُخاطر إلى الطرف الآخر من العربة، فماذا ستكون إجابتك؟



$$\frac{1}{M}\left(x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{f}}m_{\mathrm{f}}\right)=\frac{1}{M}\left(x'_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x'_{\mathrm{f}}m_{\mathrm{f}}\right)$$

$$x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{f}}m_{\mathrm{f}}=\left(d+\frac{1}{2}l_{\mathrm{m}}\right)m_{\mathrm{m}}+\left(d+\frac{1}{2}l_{\mathrm{f}}\right)m_{\mathrm{f}}$$

$$x_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+x_{\mathrm{f}}m_{\mathrm{f}}=d\left(m_{\mathrm{m}}+m_{\mathrm{f}}\right)+\frac{1}{2}l_{\mathrm{m}}m_{\mathrm{m}}+\frac{1}{2}l_{\mathrm{f}}m_{\mathrm{f}}$$

$$d=\frac{\left(x_{\mathrm{m}}-\frac{1}{2}l_{\mathrm{m}}\right)m_{\mathrm{m}}+\left(x_{\mathrm{f}}-\frac{1}{2}l_{\mathrm{f}}\right)m_{\mathrm{f}}}{m_{\mathrm{m}}+m_{\mathrm{f}}}$$

$$x_{\mathrm{m}}=l_{\mathrm{f}}-\frac{l_{\mathrm{m}}}{2}\ \text{ and }\ x_{\mathrm{f}}=\frac{l_{\mathrm{f}}}{2},\ \text{ therefore }\ d=\frac{\left(l_{\mathrm{f}}-l_{\mathrm{m}}\right)m_{\mathrm{m}}}{m_{\mathrm{m}}+m_{\mathrm{f}}}.$$

$$d=\frac{(20.0\text{ m}-2.00\text{ m})(350.\text{ kg})}{350.\text{ kg}+1500.\text{ kg}}=3.4054\text{ m}$$

8.35 بدءًا من وضع السكون، يقف طالبان على زلاجتين كتلتاهما 10.0 kg غير مواجهتين لبعضهما على الجليد، ويتبادلان إلقاء كرة طبية كتلتها 5.00 kg بينهما. تبلغ كتلة الطالب الذي على اليسار 50.0 kg ويمكنه إلقاء الكرة بسرعة نسبية مقدارها 10.0 m/s. بينما تبلغ كتلة الطالب الذي على اليمين 45.0 kg ويمكنه إلقاء الكرة بسرعة نسبية مقدارها 12.0 m/s. (افترض انعدام الاحتكاك بين الجليد والزلاجتين وانعدام مقاومة هواء).

a) إذا ألقى الطالب الذي على اليسار الكرة بشكل أفقي إلى الطالب الذي على اليمين، فما سرعة تحرك الطالب الذي على اليسار نحو اليمين بعد إلقاء الكرة؟

b) ما سرعة تحرك الطالب الذي على اليمين بعد التقاط الكرة مباشرة؟

c) إذا ألقى الطالب الذي على اليمين الكرة مرة أخرى إلى زميله، فما سرعة تحرك الطالب الذي على اليسار بعد التقاط الكرة من زميله؟

d) ما السرعة التي سيتحرك بها الطالب الذي على اليمين بعد إلقاء الكرة؟

8.37 يجري تحليل العديد من التصادمات النووية التي تتم دراستها في المختبرات في مناط إسناد مختبري. إذا تحرك بروتون كتلته $1.6726\cdot10^{-27}$ kg بسرعة مقدارها 70.0% من سرعة الضوء، c، واصطدم بنواة قصدير (^{116}Sn) 116 كتلتها $1.9240\cdot10^{-25}$ kg، فما سرعة مركز الكتلة بالنسبة إلى مناط الإسناد المختبري؟ أوجد السرعة بدلالة سرعة الضوء c.

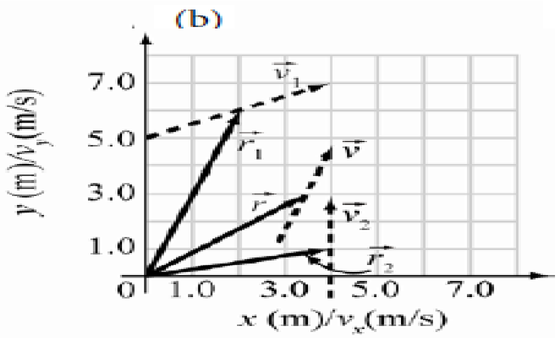
$$V=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}m_iv_i.\quad V=\frac{1}{m_{\mathrm{p}}+m_{\mathrm{sn}}}\left(m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}}+m_{\mathrm{sn}}v_{\mathrm{sn}}\right)=\frac{m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}}}{m_{\mathrm{p}}+m_{\mathrm{sn}}}$$

$$V=\frac{\left(1.6726\cdot10^{-27}\text{ kg}\right)(0.700c)}{\left(1.6726\cdot10^{-27}\text{ kg}\right)+\left(1.9240\cdot10^{-25}\text{ kg}\right)}=0.0060329c$$

8.38● يتكون نظام من جسيمين. يقع الجسيم الأول الذي كتلته 2.00 kg عند (2.00 m، 6.00 m) وتبلغ سرعته المتجهة (4.00 m/s، 2.00 m/s). بينما يقع الجسيم الثاني الذي كتلته 3.00 kg عند (4.00 m، 1.00 m) وتبلغ سرعته المتجهة (0، 4.00 m/s).

a) حدِّد الموقع والسرعة المتجهة لمركز كتلة النظام.

b) ارسم الموقع ومتجهات السرعة المتجهة لكل جسم على حدة ولمركز الكتلة.



$$X = \frac{1}{M}(x_1 m_1 + x_2 m_2) \text{ and } Y = \frac{1}{M}(y_1 m_1 + y_2 m_2).$$

$$V_x = \frac{1}{M}(v_{1x} m_1 + v_{2x} m_2) \text{ and } V_y = \frac{1}{M}(v_{1y} m_1 + v_{2y} m_2).$$

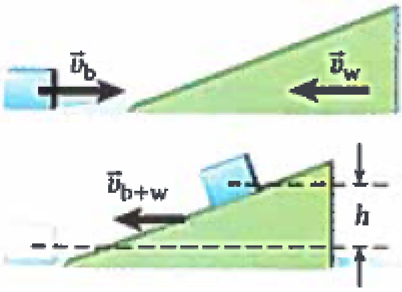
$$\text{(a)} \quad X = \frac{1}{2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg}}((2.00 \text{ m})(2.00 \text{ kg}) + (4.00 \text{ m})(3.00 \text{ kg})) = 3.20 \text{ m}$$

$$Y = \frac{1}{2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg}}((6.00 \text{ m})(2.00 \text{ kg}) + (1.00 \text{ m})(3.00 \text{ kg})) = 3.00 \text{ m}$$

$$V_x = \frac{1}{2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg}}((4.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ kg}) + 0(3.00 \text{ kg})) = 1.60 \text{ m/s}$$

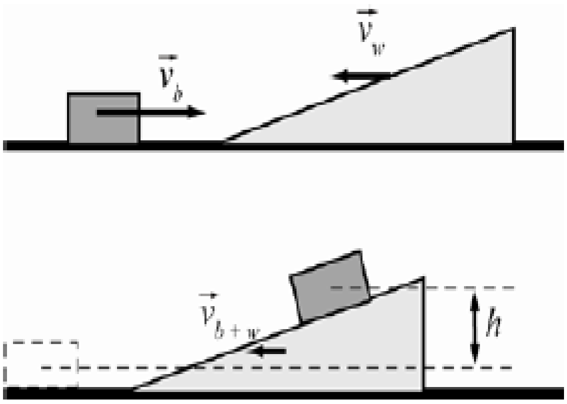
$$V_y = \frac{1}{2.00 \text{ kg} + 3.00 \text{ kg}}((2.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ kg}) + (4.00 \text{ m/s})(3.00 \text{ kg})) = 3.20 \text{ m/s}$$

8.40●● ينزلق قالب كتلته $m_b = 1.20$ kg نحو اليمين بسرعة مقدارها 2.50 m/s على سطح أفقي عديم الاحتكاك، كما هو موضَّح في الشكل. "فاصطدم" بوتد كتلته m_w، يتحرك نحو اليسار بسرعة مقدارها 1.10 m/s. وكان الوتد ذا شكل يسمح بانزلاق القالب بسهولة على سطحه (عديم الاحتكاك) المصنوع من التفلون عند التقائهما. بالنسبة إلى السطح الأفقي، تحرك القالب والوتد بسرعة متجهة مشتركة v_{b+w} في اللحظة التي توقف فيها القالب عن الانزلاق على سطح الوتد.



a) إذا ارتفع مركز كتلة المكعب مسافة $h = 0.370$ m، فكم تبلغ كتلة الوتد؟

b) ما المقصود بـ v_{b+w}؟



8.41 من الخصائص المهمة لحركات الصواريخ خاصية الدفع النوعي، المعروفة بالدفع الكلي (التكامل الزمني للدفع) لكل وحدة وزن أرضي للوقود/المؤكسد المستهلك. (يرجع استخدام الوزن، بدلًا من الكتلة، في هذا التعريف إلى أسباب تاريخية مجردة)

a) إذا كان محرك صاروخ يعمل في فضاء شاسع بسرعة عادم من الفوهة تبلغ v، فاحسب الدفع النوعي لهذا المحرك.

b) تبلغ سرعة العادم العادية لنموذج محرك الصاروخ $v_{toy} = 800.\ m/s$. وتبلغ سرعة عادم أفضل محركات الصواريخ الكيميائية حوالي $v_{chem} = 4.00\ km/s$. احسب قيم الدفع النوعي لهذه المحركات وقارن بينها.

$$J_{spec} = \frac{1}{m_{expended}\,g}\int_{m_0}^{m} -v\,dm = -\frac{v}{m_{expended}\,g}(m-m_0).\ \text{Now, } m-m_0 = -m_{expended},\ \text{so } J_{spec} = \frac{v}{g}.$$

$$: \ J_{spec,\,toy} = \frac{v_{toy}}{g} = \frac{800.\ m/s}{(9.81\ m/s^2)} = 81.55\ s,\quad J_{spec,\,chem} = \frac{v_{chem}}{g} = \frac{4.00\cdot 10^3\ m/s}{(9.81\ m/s^2)} = 407.75\ s$$

$$\frac{J_{spec,\,toy}}{J_{spec,\,chem}} = \frac{v_{toy}}{v_{chem}} = \frac{800.\ m/s}{4.00\cdot 10^3\ m/s} = 0.200$$

(a) $J_{spec,\,toy} = 81.6\ s$

(b) $J_{spec,\,chem} = 408\ s$ and $J_{spec,\,toy} = 0.200 J_{spec,\,chem}$.

8.42• خرج رائد فضاء من محطة الفضاء الدولية ليسير في الفضاء. وكان إجمالي كتلته شاملة كتلة بدلة الفضاء وكتلة كل معداته 115 kg. فحدث تسرب بسيط في نظام الدفع الخاص به. فتسرب 7.00 g من الغاز في كل ثانية في الفضاء بسرعة 800 m/s. وقد لاحظ التسرب بعد 6.00 s من بدايته. فما مقدار الحركة التي تحركها رائد الفضاء من موقعه الأصلي في الفضاء نتيجة لتسرب الغاز خلال هذا الوقت؟

$$v_i = 0,\quad v_f = v_c \ln(m_i / m_f),\ \text{where}\ \ m_i = m\ \ \text{and}\ \ m_f = m - \Delta m = m - \frac{dm}{dt}\Delta t.\ \ \text{Then,}$$

$$v_f = v_c \ln\left(\frac{m}{m - \frac{dm}{dt}\Delta t}\right)\ \text{and}\ \Delta x = \frac{1}{2}v_f \Delta t.$$

$$v_f = (800.\ m/s)\ln\left(\frac{115\ kg}{115\ kg - (0.00700\ kg/s)(6.00\ s)}\right) = 0.29223\ m/s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(0.29223\ m/s)(6.00\ s) = 0.87669\ m$$

8.43• تبلغ الحمولة الصافية لصاروخ في الفضاء الخارجي 5190.0 kg ويحمل $1551\cdot10^5$ kg من الوقود. ويمكن أن يُخرج الصاروخ الوقود المستهلك بسرعة 5.600 km/s. افترض أنّ الصاروخ بدأ من وضع السكون ثم زادت سرعته إلى السرعة المتجهة النهائية ثم بدأ رحلته. فكم الوقت الذي استغرقه لقطع مسافة $3.82\cdot10^5$ km (المسافة بين الأرض والقمر تقريبًا)؟

$$v_f = v_c \ln\left(\frac{m_p + m_f}{m_p}\right), \text{ and } \Delta t = \Delta x / v_f.$$

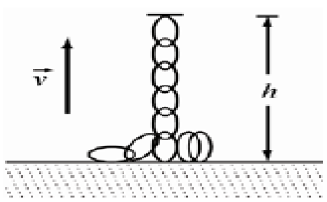
$$v_f = \left(5.600\cdot10^3 \text{ m/s}\right)\ln\left(\frac{5190.0 \text{ kg} + 1.551\cdot10^5 \text{ kg}}{5190.0 \text{ kg}}\right) = 19209 \text{ m/s},$$

$$\Delta t = \frac{3.82\cdot10^8 \text{ m}}{19209 \text{ m/s}} = 19886 \text{ s}$$

8.44•• تم لف سلسلة منتظمة الشكل ذات كتلة 1.32 kg لكل متر على طاولة. وتم سحب أحد طرفيها لأعلى بمعدل سرعة ثابت 0.470 m/s.

a) احسب القوة المحصلة المبذولة على السلسلة.

b) في حالة رفع جزء من السلسلة طوله 0.150 m عن الطاولة. ما مقدار القوة المبذولة على الطرف المرفوع؟



$$\text{(a)}\quad F_{\text{net}} = v\frac{dm}{dt} = v\lambda\frac{dh}{dt} = v\lambda v = v^2\lambda$$

$$\text{(b)}\quad F_{\text{net}} = F_{\text{applied}} - mg \Rightarrow F_{\text{applied}} = F_{\text{net}} + mg = v^2\lambda + mg = v^2\lambda + \lambda hg$$

CALCULATE:

$$\text{(a)}\quad F_{\text{net}} = (0.470 \text{ m/s})^2(1.32 \text{ kg/m}) = 0.2916 \text{ N}$$

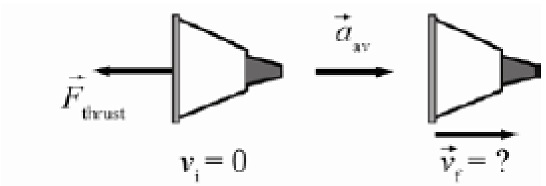
$$\text{(b)}\quad F_{\text{applied}} = 0.2916 \text{ N} + (1.32 \text{ kg/m})(0.150 \text{ m})(9.81 \text{ m/s}^2) = 0.2916 \text{ N} + 1.942 \text{ N} = 2.234 \text{ N}$$

8.45•• أنتج محرك سفينة فضاء دفعًا يبلغ 53.2 MN بسرعة متجهة للوقود المستهلك تبلغ 4.78 km/s.

a) أوجد معدل خروج (dm/dt) الوقود المستهلك.

b) إذا كانت الكتلة الابتدائية $2.12\cdot10^6$ kg والكتلة النهائية $7.04\cdot10^4$ kg، فأوجد السرعة النهائية لسفينة الفضاء (افترض أنّ السرعة الابتدائية صفر وأن أي مجال للجاذبية صغير بحيث يمكن تجاهله).

c) أوجد متوسط العجلة حتى الاحتراق (الوقت الذي ينفد فيه الوقود)، افترض أنّ معدل تدفق الكتلة ثابت حتى هذا الوقت).



$$F_{\text{thrust}} = v_c\frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{F_{\text{thrust}}}{v_c}. \quad \text{(a)}\ \frac{dm}{dt} = \frac{(53.2\cdot10^6 \text{ N})}{(4.78\cdot10^3 \text{ m/s})} = 11129.7 \text{ kg/s}$$

$$v_i = 0 \Rightarrow v_f = v_c \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right) \quad \text{(b)}\ v_f = (4.78\cdot10^3 \text{ m/s})\ln\left(\frac{2.12\cdot10^6 \text{ kg}}{7.04\cdot10^4 \text{ kg}}\right) = 1.6276\cdot10^4 \text{ m/s}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta m}{dm/dt}, \quad a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f}{\Delta m}\left(\frac{dm}{dt}\right) \quad (v_i = 0)$$

$$\text{(c)}\quad a_{\text{av}} = \frac{(1.6276\cdot10^4 \text{ m/s})}{(2.12\cdot10^6 \text{ kg} - 7.04\cdot10^4 \text{ kg})}(11129.7 \text{ kg/s}) = 88.38 \text{ m/s}^2$$

8.46•• انطلقت عربة على مسار هوائي عديم الاحتكاك بفعل تدفق الماء الخارج من آلة غسل تعمل بضغط الغاز مثبتة على العربة. ويوجد خزان ماء سعة $1.00\ m^3$ على العربة لتزويد آلة الغسل التي تعمل بالضغط بالماء. تبلغ كتلة العربة، التي تشمل كتلة المشغل الموجود عليها وكتلة آلة الغسل التي تعمل بالضغط ووقودها وكتلة خزان الماء الفارغ، 400 kg. ويمكن توجيه المياه بتحويل الصمام إلى الخلف أو إلى الأمام. وفي كلا الاتجاهين، تُخرج آلة الغسل التي تعمل بالضغط 200 L من الماء في الدقيقة بسرعة متجهة ابتدائية تبلغ 25.0 m/s.

a) إذا بدأت العربة من وضع السكون، فكم الوقت المستغرق اللازم حتى يتحول الصمام من الخلف (دفع أمامي) إلى الأمام (دفع خلفي) لتعود العربة إلى وضع السكون؟

b) كم تبلغ كتلة العربة في هذا الوقت وكم تبلغ سرعتها المتجهة؟ (تلميح: يُفضل تجاهل انخفاض الكتلة الناتج عن الغاز المستهلك بواسطة آلة الغسل التي تعمل بضغط الغاز!)

c) ما مقدار دفع هذا "الصاروخ"؟

d) كم تبلغ عجلة العربة قبل تحويل الصمام مباشرة؟

(a) Consider the first leg of the trip before the valve is switched:

$$v_2 - v_1 = v_c \ln(M_1/M_2) \Rightarrow v_2 = v_c \ln(M_1/M_2).$$

In the second leg, v_c changes direction, and the similar equation is

$$v_3 - v_2 = -v_c \ln(M_2/M_3) \Rightarrow v_2 = v_c \ln(M_2/M_3).$$

Then it must be that $\ln(M_2/M_3) = \ln(M_1/M_2)$, or $M_1/M_2 = M_2/M_3$. Then $M_2 = \sqrt{M_3 M_1}$. Now,

$$\frac{M_1 - M_2}{t_2} = \frac{dm}{dt} = \rho\frac{dV}{dt} \Rightarrow t_2 = \frac{M_1 - M_2}{\rho\frac{dV}{dt}} = \frac{M_1 - \sqrt{M_3 M_1}}{\rho\frac{dV}{dt}}.$$

(b) From above, $M_2 = \sqrt{M_3 M_1}$, $v_2 = v_c \ln\left(\dfrac{M_1}{M_2}\right)$.

(c) $\vec{F}_{\text{thrust}} = -\vec{v}_c \dfrac{dm}{dt} = -\vec{v}_c \rho \dfrac{dV}{dt}$

(d) $\vec{a}_2 = \dfrac{\vec{F}_{\text{thrust}}}{M_2}$

CALCULATE:

(a) $t_2 = \dfrac{1400.\text{ kg} - \sqrt{(400.\text{ kg})(1400.\text{ kg})}}{(1000.\text{ kg/m}^3)(0.003333\text{ m}^3/\text{s})} = 195.5\text{ s}$

(b) $M_2 = \sqrt{(400.\text{ kg})(1400.\text{ kg})} = 748.33\text{ kg}$, $v_2 = (25.0\text{ m/s})\ln\left(\dfrac{(1400.\text{ kg})}{(748.33\text{ kg})}\right) = 15.66\text{ m/s}$

(c) Before the valve is switched, v_c is directed backward, i.e. $\vec{v}_c = -25.0$ m/s. Then $\vec{F}_{\text{thrust}} = -(-25.0\text{ m/s})(1000.\text{ kg/m}^3)(0.003333\text{ m}^3/\text{s}) = 83.33\text{ N}$ forward. After the valve is switched, $\vec{F}_{\text{thrust}}$ is directed backward, i.e. $\vec{F}_{\text{thrust}} = -83.33$ N.

(d) Before the valve is switched, $\vec{a}_2 = \dfrac{83.33\text{ N}}{748.33\text{ kg}} = 0.111355\text{ m/s}^2$.