

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math1>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

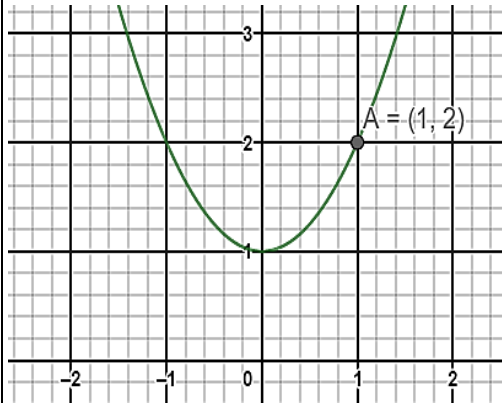
\* لتحميل جميع ملفات المدرس سيف الدين العلي اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

## الدرس 2.1 المماسات و طول المنحني

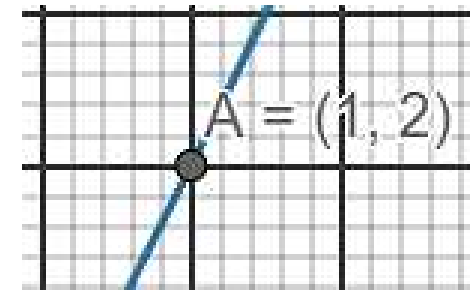
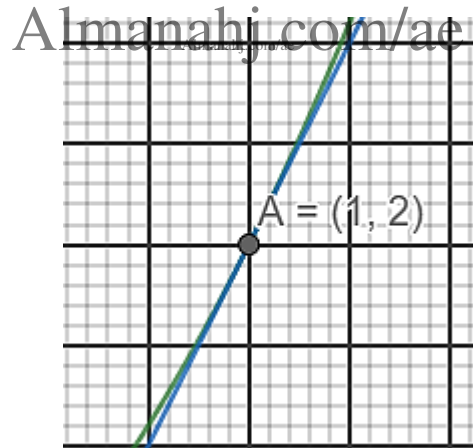
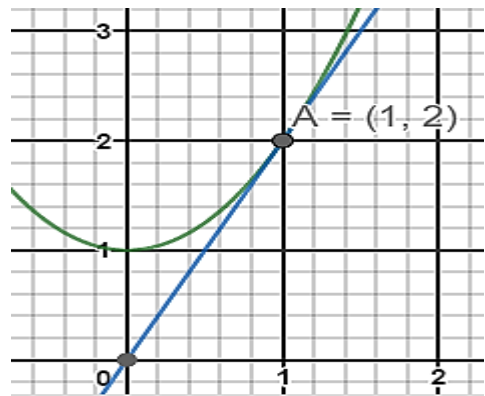
## تقدير ميل المنحني



المستقيم القاطع secant هو المستقيم الذي يقطع المنحني في نقطتين ( أو أكثر )

المستقيم المماس tangent هو المستقيم الذي يمس المنحني بنقطة

عند تكبير جزء المنحني عند النقطة المطلوبة سيبدو هذا الجزء كمستقيم منطبقاً على المماس في تلك النقطة



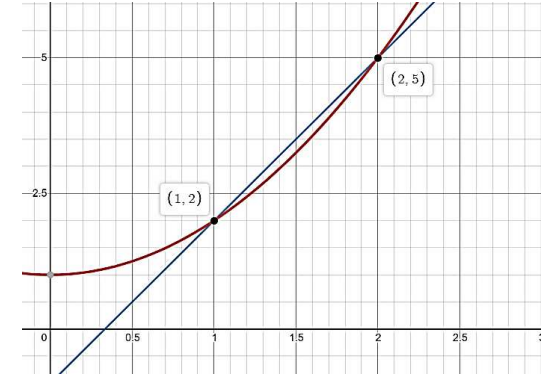
وسنستخدم على ميول المستقيمت القاطعة من جهة اليمين و اليسار بالنسبة لتلك النقطة و التي ستؤول إلى ميل المماس و الذي يطابق ميل المنحني عند تلك النقطة

**تمارين (1) قدر ميل المنحني  $y = x^2 + 1$  عند  $x = 1$**   
توضيح المستقيمات القاطعة من اليمين

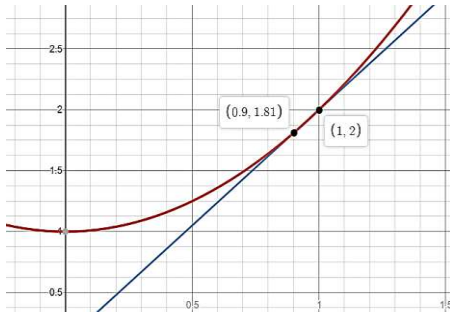
توضيح المستقيمات القاطعة من اليسار



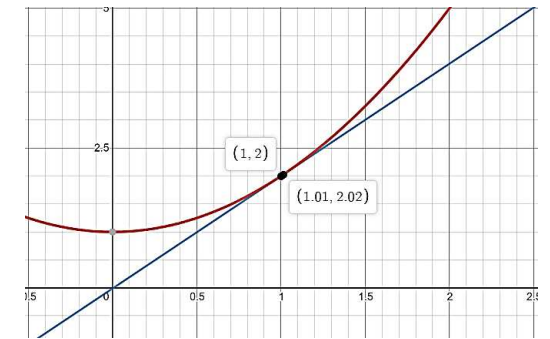
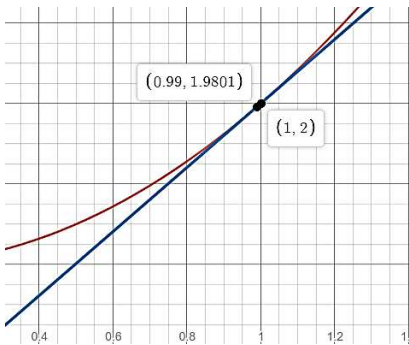
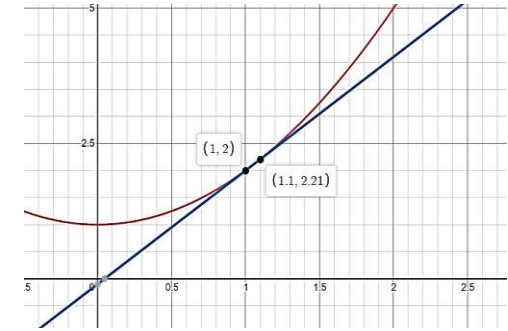
النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > 1$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$



Almanahj.com/ae



النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < 1$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$



(2) قدر ميل  $y = x^3 + 2$  عند  $x = 2$   
الحل : النقطة الأولى هي :

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < 2$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > 2$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

Almanahj.com/ae

(3 a) قدر ميل  $y = \cos x$  عند  $x = 0$   
الحل : النقطة الأولى هي :

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < 0$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > 0$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

(3b) قَدِّر ميل  $y = \cos x$  عند  $x = \frac{\pi}{2}$

الحل : النقطة الأولى هي :

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < \frac{\pi}{2}$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > \frac{\pi}{2}$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

Almanahj.com/ae

(4) قَدِّر ميل منحنى الدالة  $y = \sqrt{x+1}$  عند  $x = 0$

الحل : النقطة الأولى هي :

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < 0$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > 0$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

(5) قَدْر ميل  $y = \ln x$  عند  $x = 1$

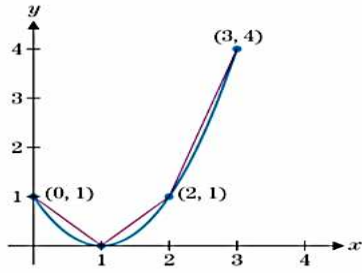
الحل : النقطة الأولى هي :

النقطة الثانية		التقدير من جهة اليسار $x < 1$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

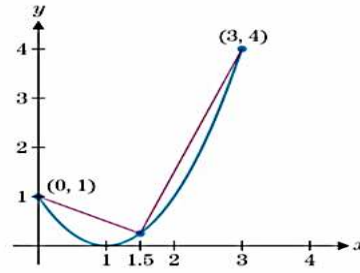
النقطة الثانية		التقدير من جهة اليمين $x > 1$
$x$	$f(x)$	$m_{sec}$

Almanahj.com/ae

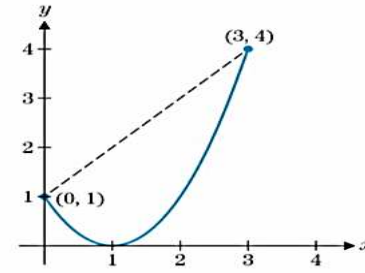
## تقدير طول قوس المنحني



الشكل 2.5c  
ثلاث قطع مستقيمة



الشكل 2.5b  
قطعتان مستقيمتان



الشكل 2.5a  
 $y = (x - 1)^2$

$$d\{(0, 1), (3, 4)\} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - 1)^2} = 3\sqrt{2} \approx 4.24264$$

$$\begin{aligned} d_2 &= d\{(0, 1), (1.5, 0.25)\} + d\{(1.5, 0.25), (3, 4)\} \\ &= \sqrt{(1.5 - 0)^2 + (0.25 - 1)^2} + \sqrt{(3 - 1.5)^2 + (4 - 0.25)^2} \approx 5.71592. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_3 &= d\{(0, 1), (1, 0)\} + d\{(1, 0), (2, 1)\} + d\{(2, 1), (3, 4)\} \\ &= \sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 1)^2} + \sqrt{(2 - 1)^2 + (1 - 0)^2} + \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - 1)^2} \\ &= 2\sqrt{2} + \sqrt{10} \approx 5.99070. \end{aligned}$$

لاحظ أنه كلما زاد عدد القطع المستقيمة التي نستخدمها، كان التقريب أفضل.

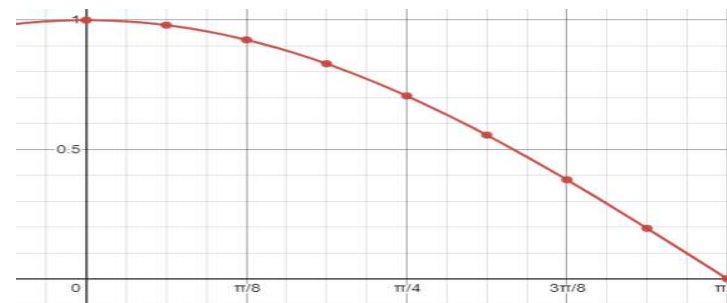
قدر طول المنحنى  $y = f(x)$  في الفترة المحددة باستخدام (a) قطع 4 (b) قطع 8

7)  $f(x) = \cos x$  ,  $0 \leq x \leq \pi/2$

a)  $n=4$



b)  $n=8$



$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

Almanahj.com/ae

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -



قدّر طول المنحنى  $y = f(x)$  في الفترة المحددة باستخدام (a) 4 قطع (b) 8 قطع

9)  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $0 \leq x \leq 3$

a)  $n=4$

b)  $n=8$

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

Almanahj.com/ae

قدر طول المنحنى  $y = f(x)$  في الفترة المحددة باستخدام (a) 4 قطع (b) 8 قطع

11)  $f(x) = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 2$

a)  $n=4$

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

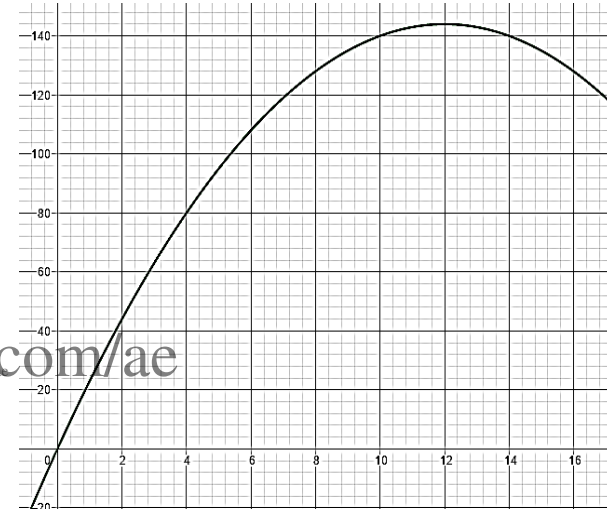
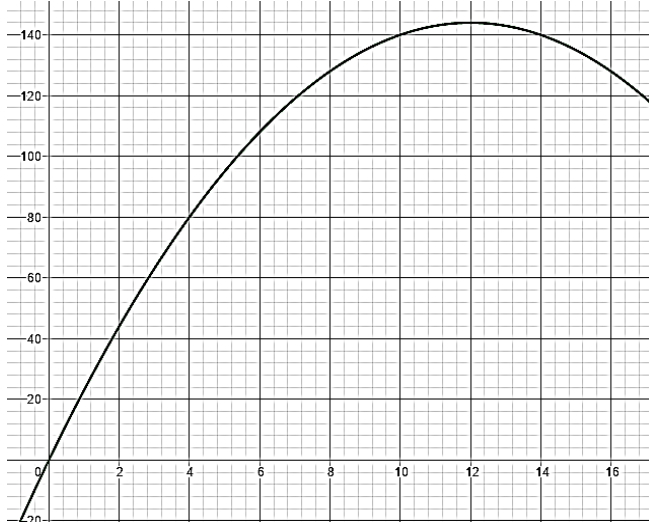
b)  $n=8$

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

Almanahj.com/ae

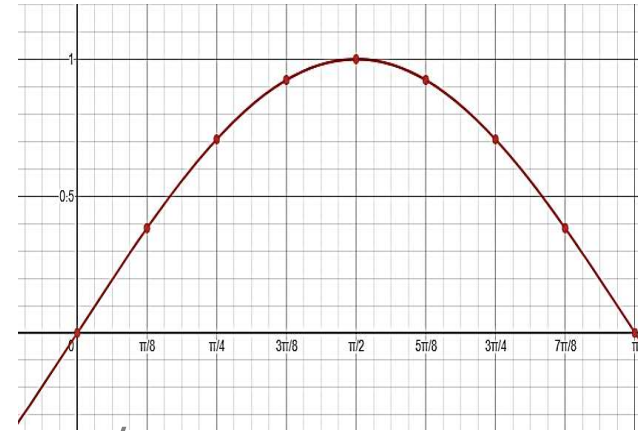
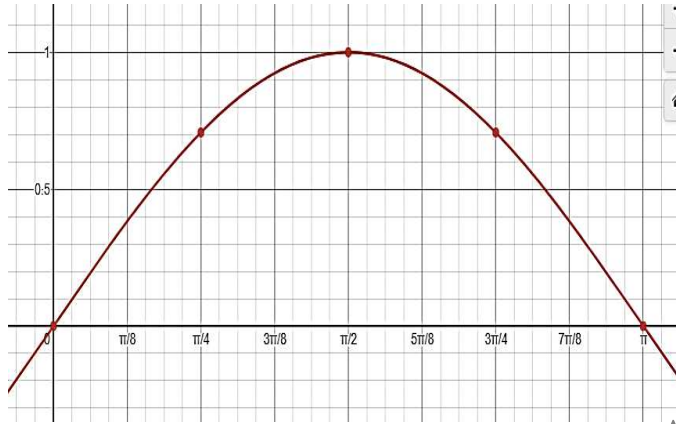
## تقدير المساحة

**تمرين إضافي** ( تقدير مساحة منطقة محصورة بين منحنى الدالة و المحور  $x$  ) مناقشة أمثلة على التمارين من 13 إلى 16  
 قَرِّب المساحة بين المنحنى  $f(x) = -x^2 + 24x$  و المحور  $x$  على الفترة  $[0, 12]$  باستخدام 6 مستطيلات و 12 مستطيلاً باستخدام  
 نقاط النهاية اليمنى



Almanahj.com/ae

15) قَرِّب المساحة بين المنحنى  $f(x) = \sin x$  و المحور  $x$  على الفترة  $[0, \pi]$  باستخدام 4 مستطيلات و 8 مستطياً . باستخدام نقاط النهاية اليسرى



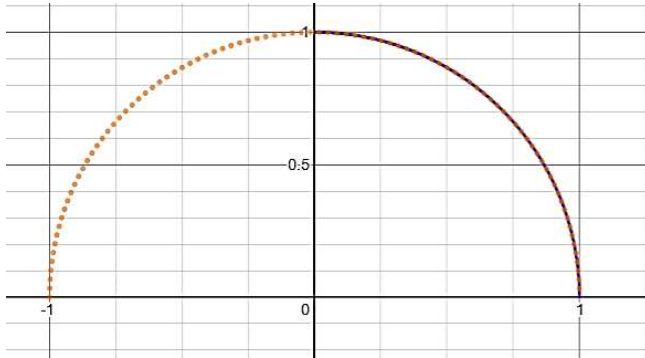
Almanahj.com/ae

17) قَدِّر طول المنحنى  $y = \sqrt{1-x^2}$  عند  $0 \leq x \leq 1$  باستخدام (a) 4 قطع (b) 8 قطع  
 اشرح السبب في أنّ الطول الفعلي هو  $\frac{\pi}{2}$  ، ما مدى دقة تقديرك ؟

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

Almanahj.com/ae



18) قدر طول المنحنى  $y = \sqrt{9 - x^2}$  عند  $0 \leq x \leq 3$  باستخدام (a) 4 قطع (b) 8 قطع  
 اشرح السبب في أن الطول الفعلي هو  $\frac{3\pi}{2}$  ، ما مدى دقة تقديرك ؟

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

$x$	$f(x)$	$d$
		----- -

Almanahj.com/ae

