

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math1>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

\* لتحميل جميع ملفات المدرس محمد عبد العال اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

Reference angle		الزوايا المرجعية		مفهوم أساسي
الربع الرابع	الربع الثالث	الربع الثاني	الربع الأول	
$\theta' = 360^\circ - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180^\circ$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 180^\circ - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta$	

٥) زوايا المرجع من الزاوية المحصورة بين الضلع الزاوي ومحور x (الزاوية الحادة)

إيجاد قيم الدوال المثلثية بإشارة النسب القطبية		مفهوم أساسي
الربع الثاني	الربع الأول	الخطوة 1: أوجد قياس الزاوية المرجعية $\theta'$ .
$\sin \theta, \csc \theta: +$	$\sin \theta, \csc \theta: +$	الخطوة 2: أوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية $\theta'$ .
$\cos \theta, \sec \theta: -$	$\cos \theta, \sec \theta: +$	الخطوة 3: حدد إشارة قيمة الدالة المثلثية للزاوية $\theta$ باستعمال الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية $\theta$ .
$\tan \theta, \cot \theta: -$	$\tan \theta, \cot \theta: +$	
الربع الثالث	الربع الرابع	
$\sin \theta, \csc \theta: -$	$\sin \theta, \csc \theta: -$	
$\cos \theta, \sec \theta: -$	$\cos \theta, \sec \theta: -$	
$\tan \theta, \cot \theta: +$	$\tan \theta, \cot \theta: -$	

All students Try to Cheat

- د أو  $\theta$  أو c أو k رموز مختلفة عادي  
أهم شيء أنه ط تكونه خارج القوس  
- لو أس رمز غير موجود يكون صفراً

$$y = a \sin b(\theta - h) + k$$

amplitude ↓      period ↓

phase shift ↑      vertical shift ↑

الفترة amplitude:  $|a|$

الفترة / الدورة (T) period:  $\frac{2\pi}{|b|}$

التردد (f) الزمعة الدوري

$f = \frac{b}{2\pi}$  عكس T

الانزاحة الأفقية phase shift:  $h$

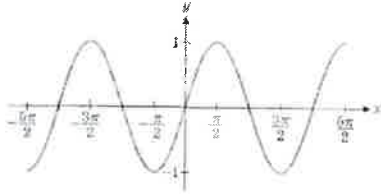
الانزاحة الرأسية vertical shift:  $k$

معادله خط الوسط midline:  $y = k$

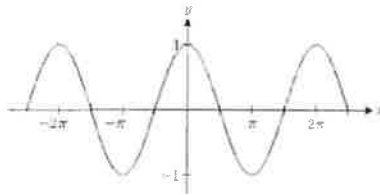
$$y = a \sin b(x - c) + d$$

Almanahj.com/ae

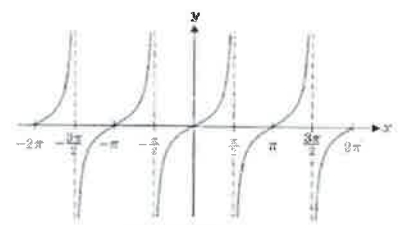
### Trigonometric Functions



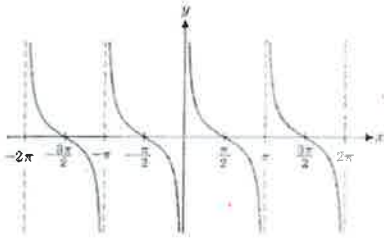
الشكل 1.39a  
 $y = \sin x$



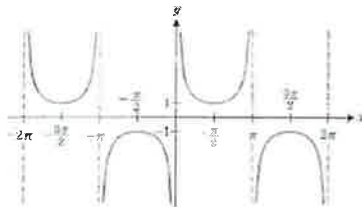
الشكل 1.39b  
 $y = \cos x$



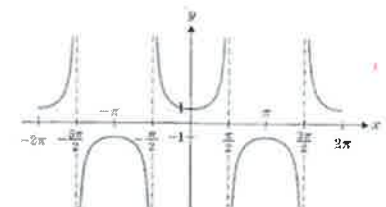
الشكل 1.40a  
 $y = \tan x$



الشكل 1.40b  
 $y = \cot x$

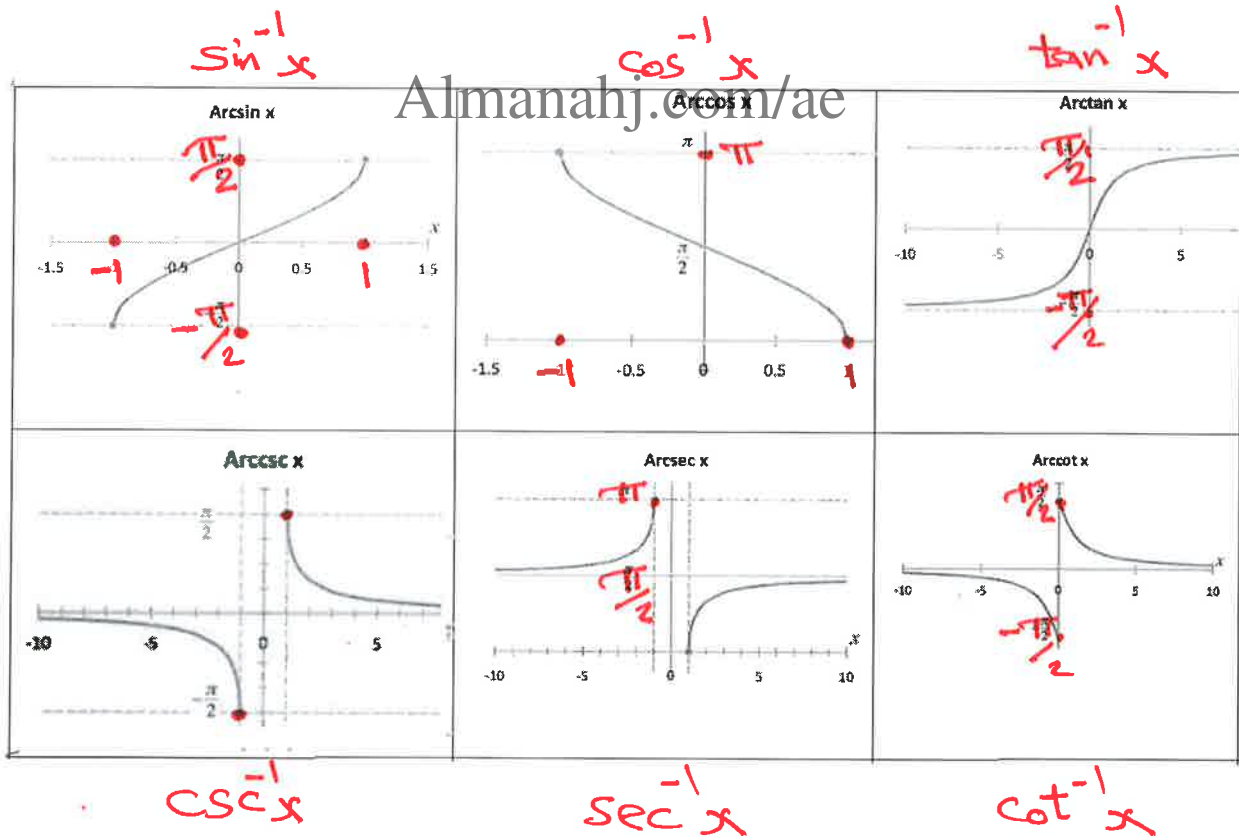


الشكل 1.40d  
 $y = \csc x$



الشكل 1.40c  
 $y = \sec x$

### Inverse Trigonometric Functions



[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

- فكل الرضه كامله سوف نستخرج الراديان 4 → mode → shift

يظهر على الشاشة  
مرفق R

في التمرينين 1 و 2، حول القياس المعطى بالراديان إلى درجات.

1. (a)  $\frac{\pi}{4}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$  (c)  $\frac{\pi}{6}$  (d)  $\frac{4\pi}{3}$   
2. (a)  $\frac{3\pi}{5}$  (b)  $\frac{\pi}{7}$  (c) 2 (d) 3

القانون العكس

$$\theta_{deg} = \theta_{rad} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\pi = 180$$

$$2\pi = 360$$

$$\pi/2 = 90$$

$$\pi/3 = 60$$

$$\pi/4 = 45$$

$$\pi/6 = 30$$

$$\pi/9 = 20$$

$$\frac{2\pi}{3} = 120$$

نروا يا سلة

$$\frac{\theta_{rad}}{\pi} = \frac{\theta_{deg}}{180}$$

$$1 \text{ [a]} \quad \theta_{deg} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 45^\circ$$

$$2 \text{ [a]} \quad \theta_{deg} = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180}{\pi} = 108^\circ$$

$$2 \text{ [d]} \quad \theta_{deg} = 3 \cdot \frac{180}{\pi} = 171.89^\circ$$

مكونة  $\pi$  موجودة على الآلة  $(10^x)$  ← وليست  $180^\circ$  هنا

في التمرينين 3 و 4، حول القياس المعطى بالراديان إلى درجات.

3. (a)  $180^\circ$  (b)  $270^\circ$  (c)  $120^\circ$  (d)  $30^\circ$   
4. (a)  $40^\circ$  (b)  $80^\circ$  (c)  $450^\circ$  (d)  $390^\circ$

$$\theta_{rad} = \theta_{deg} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$3 \text{ [b]} \quad \theta_{rad} = 270 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3}{2}\pi$$

• لا تضغط على مفتاح  $[S \leftrightarrow D]$  ولا داعي لتحويلها إلى كسر عشري  
اترك الإجابة بدلالة  $\pi$

$$4 \text{ [c]} \quad \theta_{rad} = 450 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5}{2}\pi$$

أكمل باقى حل الأ سلة بنفسك - مجرد آتبع القانونه المتعجب و محو MP  
 $\pi$  من هذا القانونه (موجوده فى الآلة الحاسبة)

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

في التمرينات من 5 إلى 14، أوجد كافة حلول المعادلة المعطاة.

$$5. 2 \cos x - 1 = 0$$

$$2 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{موجبة}$$

$$x = \cos^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

ممن تتلوه  $\cos$  موجبة (الأول والرابع)

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

$$6. 2 \sin x + 1 = 0$$

$$2 \sin x = -1$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{سالية}$$

$$x = \sin^{-1} -\frac{1}{2} = -\frac{\pi}{6}$$

$$x = \sin^{-1} x = \frac{\pi}{6} \rightarrow \text{زاوية الربع}$$

ملحوظة هامة للوصول على زاوية الربع  
نأخذ القيم الموجبة فقط ونحدد الربع الصحيح

$$7. \sqrt{2} \cos x - 1 = 0$$

$$\sqrt{2} \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{موجبة (الأول والرابع)}$$

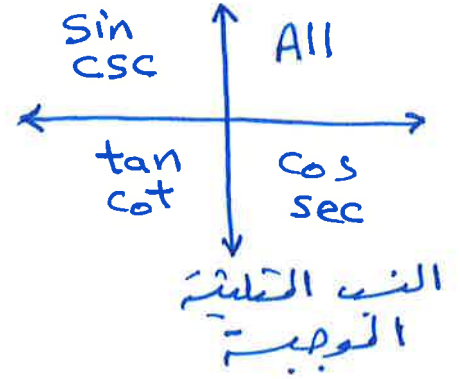
$$x = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \rightarrow \text{الربع الأول}$$

$$x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \rightarrow \text{الربع الرابع}$$



نزود  $2k\pi$  على كل ايجابية

عندما قمرهاله الصفر  $\cos x = 0$   
 $\sin x = 0$

نزود  $k\pi$  فقط

$\sin x$  سالية  
في الربع الثالث والرابع

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$$

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \rightarrow \text{الثالث}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \rightarrow \text{الرابع}$$

ملحوظة الزاوية  $-\frac{\pi}{6}$  نفس الصحت للزاوية  
تذكر اتجاه الدوران (الربع الرابع)  $\frac{11\pi}{6}$



[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$8. 2 \sin x - \sqrt{3} = 0$$

$$2 \sin x = \sqrt{3}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

موجب من  
الربع الأول  
والثاني

$$x = \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \rightarrow \text{الربع الأول}$$

$$x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \rightarrow \text{الربع الثاني}$$

$$9. \sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$$

$$(\sin x - 3)(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x - 3 = 0 \quad | \quad \sin x = 1$$

$$\sin x = 3 \quad | \quad x = \sin^{-1} 1$$

$$\text{لا يوجد حل} \quad | \quad x = \frac{\pi}{2}$$

Almanahj.com/ae

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$10. \sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0$$

$$(\sin x - 3)(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 3$$

$$x = \sin^{-1} 3$$

$$x \rightarrow ?$$

لا يوجد حل

مستحيل Sin تكون  
القيمة  $\square$

or

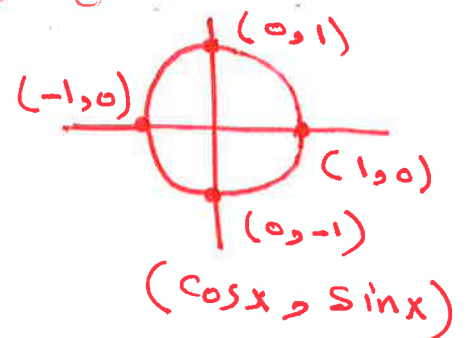
$$\sin x + 1 = 0 \quad (\text{Quadrant}) \rightarrow \text{زاوية ربعية}$$

$$\sin x = -1 \rightarrow$$

$$x = \sin^{-1} -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$$



[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$11. \sin^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\downarrow$$

$$1 - \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\cos x (\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad (\text{زاوية ربعية})$$

$$x = \cos^{-1} 0$$

$$x = \pi/2$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \underline{\underline{\pi k}}$$

$$\text{or } (\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \cos^{-1} 1$$

$$x = 0$$

$$x = 0 + \underline{\underline{2k\pi}} = 2k\pi$$

$$12. \sin 2x - \cos x = 0$$

$$\downarrow$$

$$2\sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \cos^{-1} 0$$

$$x = \pi/2$$

$$x = \pi/2 + k\pi$$

$$\text{or } (2\sin x - 1) = 0$$

$$2\sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad (\text{الربع الأول والثاني})$$

$$x = \sin^{-1} \frac{1}{2} = \pi/6$$

$$x = \pi - \pi/6 = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

للمر  
[3] إجابات

$$13. \cos^2 x + \cos x = 0$$

$$\cos x (\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \cos^{-1} 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{or } (\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \cos^{-1} -1 = \pi$$

$$x = \pi + 2k\pi$$

← إجابات

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

14.  $\sin^2 x - \sin x = 0$

$$\sin x (\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \sin^{-1} 0 = 0$$

$$x = 0 + k\pi$$

$$x = k\pi$$

or

$$\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \sin^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

في التمرينات من 15 إلى 24، ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة.

15.  $f(x) = \sin 2x$

16.  $f(x) = \cos 3x$

17.  $f(x) = \tan 2x$

18.  $f(x) = \sec 3x$

19.  $f(x) = 3 \cos(x - \pi/2)$

20.  $f(x) = 4 \cos(x + \pi)$

21.  $f(x) = \sin 2x - 2 \cos 2x$

22.  $f(x) = \cos 3x - \sin 3x$

23.  $f(x) = \sin x \sin 12x$

24.  $f(x) = \sin x \cos 12x$

الطالب غير مطالب  
برسم هذه الدوال  
فقط عن طريق برنامج  
رسومات  
لأنه هذه المجموعة من  
الأسئلة

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$y = a \sin b(x - c) + d$$

في التمرينات من 25 إلى 32، حدد السعة والدورة والتردد.

25.  $f(x) = 3 \sin 2x$

$a = 3$

$b = 2$

$c = 0$

$d = 0$

السعة = 3

الدورة =  $\frac{2\pi}{2}$

التردد =  $\frac{1}{\pi}$

26.  $f(x) = 2 \cos 3x$

$a = 2$

$b = 3$

$c = 0$

$d = 0$

السعة = 2

الدورة =  $\frac{2\pi}{3}$

التردد =  $\frac{3}{2\pi}$

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

27.  $f(x) = 5 \cos 3x$       amplitude = 5  
 Period =  $\frac{2\pi}{3}$

29.  $f(x) = 3 \cos (2x - \pi/2)$

$f(x) = 3 \cos 2(x - \pi/4)$

amplitude = 3

Period =  $\frac{2\pi}{2} = \pi$

30.  $f(x) = 4 \sin (3x + \pi)$

$= 4 \sin 3(x + \frac{\pi}{3})$

amplitude = 4

Period =  $\frac{2\pi}{3}$

31.  $f(x) = -4 \sin x$

amplitude =  $|-4| = 4$

Period =  $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$

32.  $f(x) = -2 \cos 3x$

amplitude =  $|-2| = 2$

Period =  $\frac{2\pi}{3}$



[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

1.  $y = 2 \cos (\theta + 45^\circ)$ .

Amplitude = 2

Period =  $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$

3.  $y = 2 \cos \frac{1}{2}(\theta + \frac{\pi}{2}) - 2$ .

Amplitude = 2

Period =  $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

26.  $y = 4 \sin (\theta - 60^\circ) - 1$

Amplitude = 4

Period =  $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$

27.  $y = \cos \frac{1}{2}(\theta - 90^\circ) + 2$

Amplitude = 1

Period =  $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

28.  $y = \tan (\theta + 30^\circ) - 2$

Amplitude = No

Period =  $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{1} = \pi$

29.  $y = 2 \tan 2(\theta + \frac{\pi}{4}) - 5$

No amplitude

Period =  $\frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{2}$

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$30. y = \frac{1}{2} \sin \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) + 4$$

- Amplitude =  $\frac{1}{2}$   
 - Period =  $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$   
 - frequency =  $\frac{1}{2\pi}$   
 - phase shift =  $\pi/2$   
 - vertical shift = 4

$$32. y = 3 + 5 \sin 2(\theta - \pi)$$

Amplitude = 5  
 Period =  $\frac{2\pi}{2} = \pi$   
 Phase shift =  $\pi$   
 Vertical shift = 3  
 mid line  $y = 3$   
 frequency =  $1/\pi$

$$45. y = 3 \tan \left( x + \frac{\pi}{2} \right) + 2$$

No Amplitude  
 Period =  $\frac{\pi}{1} = \pi$

الآلة على وضعية Rad

$$37. \cos^{-1} 0$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$38. \tan^{-1} 0$$

$$0$$

$$31. y = \cos 3(\theta - 45^\circ) + \frac{1}{2}$$

Amplitude = 1  
 Period =  $\frac{2\pi}{3}$   
 frequency =  $\frac{3}{2\pi}$

$$33. y = -2 + 3 \sin \frac{1}{3} \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right)$$

Amplitude = 3  
 Period =  $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$   
 Phase shift =  $\frac{\pi}{2}$   
 Vertical shift = -2  
 mid line  $y = -2$   
 frequency =  $1/6\pi$

$$46. y = -3 \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) - 4$$

Amplitude =  $|-3| = 3$   
 Period =  $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$

في التمرينات من 37 إلى 46، أوجد قيمة الدالة المعكوسة عبر رسم دائرة وحدة وتحديد الزاوية الصحيحة وإيجاد قيمة الزوج المرتب على الدائرة.

الرسم دائرة الوحدة  
 من حالة الأرقام  
 (-1 و 0 و 1)  
 (cos و sin x)

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

39.  $\sin^{-1}(-1)$

$$-\frac{\pi}{2}$$

41.  $\sec^{-1} 1$

$$\cos^{-1} 1 = 0$$

43.  $\sec^{-1} 2$

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \pi/3$$

45.  $\cot^{-1} 1$

$$\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\sec^{-1} \frac{3}{5} = \cos^{-1} \frac{5}{3}$$

49.  $f(x) = \cos 2x + 3 \sin \pi x$

40.  $\cos^{-1}(1)$

0

42.  $\tan^{-1}(-1)$

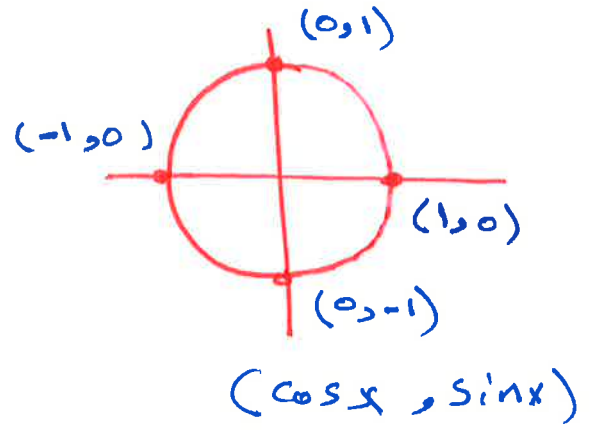
$$-\frac{\pi}{4}$$

44.  $\csc^{-1} 2$

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

46.  $\tan^{-1} \sqrt{3}$

$$\pi/3$$



$$\sec^{-1} \frac{a}{b} = \cos^{-1} \frac{b}{a}$$

الدالة تحتوي فقط على  
sin, cos, tan

$$\csc = \frac{1}{\sin}$$

$$\sec = 1/\cos$$

$$\cot = 1/\tan$$

Almanahj.com/ae

في التمرينات من 49 إلى 52، حدد ما إذا كانت الدالة دورية. وإذا كانت دورية، أوجد الدورة (الأساسية) الأصغر.

$$\pi = \frac{2\pi}{2} = \text{الدورة } \cos 2x$$

$$2 = \frac{2\pi}{\pi} = 3 \sin \pi x \text{ الدورة}$$

هل يوجد مضاعف مشترك بين [2] و [π] ويكون رقم صحيح

لا يوجد

الدالة ليست دورية

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$50. f(x) = \sin x - \cos \sqrt{2}x$$

$$\text{Period of } \sin x = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

$$\text{Period of } -\cos \sqrt{2}x = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi$$

$\sqrt{2}\pi$  و  $2\pi$  هما قيمتان صحيحتان  
لا لهما دورة مشتركة

$$51. f(x) = \sin 2x - \cos 5x$$

$$\text{Period of } \sin 2x = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\text{Period of } \cos 5x = \frac{2\pi}{5} = 0.4\pi$$

$$0.4\pi, 0.8\pi, 1.2\pi, 1.6\pi, 2\pi, 2.4\pi$$

$$\pi, 2\pi, 3\pi$$

الدورة الأساسية = المضاعف المشترك الأصغر  $2\pi$

$$52. f(x) = \cos 3x - \sin 7x$$

$$\text{Period of } \cos 3x = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{Period of } \sin 7x = \frac{2\pi}{7}$$

$$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{6\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{12\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{6\pi}{7}, \frac{8\pi}{7}, \frac{10\pi}{7}, \frac{12\pi}{7}, \frac{14\pi}{7}$$

يوجد مضاعف مشترك  $2\pi$

الدورة الأساسية  $2\pi$

في التمرينات من 53 إلى 56، استخدم مدى  $\theta$  لتحديد قيمة الدالة المشار إليها.

← تخيل الحل برسم المثلث من الربع المعطى من المسألة أو بالقوانين

$$53. \sin \theta = \frac{1}{3}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; \text{ أوجد } \cos \theta.$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$= 0.9428$$

$\theta$  تقع في الربع الأول  
 $\cos \theta$  موجبة

$$\theta = \cos^{-1} 0.9428 = 0.3398 \text{ rad}$$

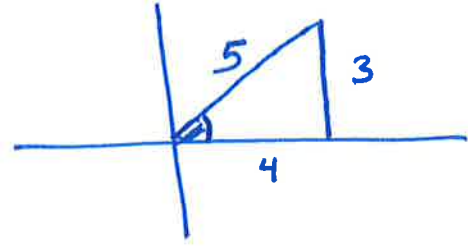


[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

54.  $\cos \theta = \frac{4}{5}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ; أوجد  $\sin \theta$ .

تمكنه الحدس يرسم المثلث  
ما استخدمه فيمَا فورث  
 $\sin \theta = \frac{3}{5} = 0.6$

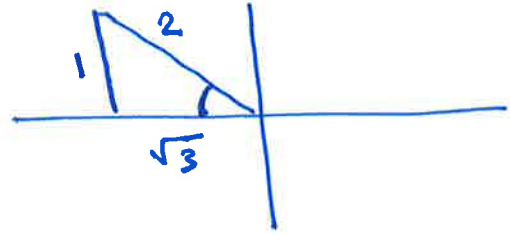
$\theta$  من الربع الأول



55.  $\sin \theta = \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ ; أوجد  $\cos \theta$ .

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

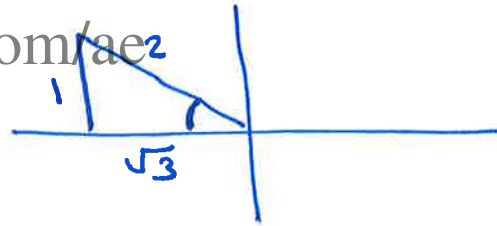
$\theta$  تقع من الربع الثاني



56.  $\sin \theta = \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ ; أوجد  $\tan \theta$ .

$$\tan \theta = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\theta$  تقع من الربع الثاني



Almanahj.com/ae2

في التمرينات من 57 إلى 64. استخدم مثلثًا لتحويل كل تعبير إلى أبسط صورة. وحيثما أمكن، اذكر مدى الذي ينطبق عليه التبسيط.

$$\sin^{-1} x = \theta \quad \text{نقرمه}$$

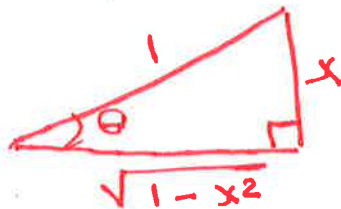
$$x = \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{x}{1}$$

ونرسم المثلث ونظّمه  
صانوه فيمَا فورث  
و نظّمه القوانيه الصادره

57.  $\cos(\sin^{-1} x)$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \\ &= \sqrt{1-x^2} \end{aligned}$$



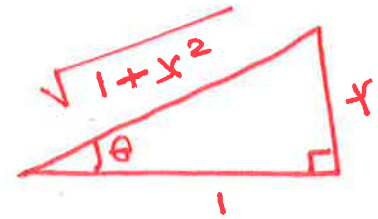
[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

58.  $\cos(\tan^{-1} x)$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\tan^{-1} x = \theta$$

$$\tan \theta = \frac{x}{1}$$



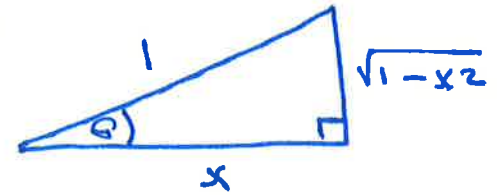
59.  $\tan(\sec^{-1} x)$

$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$\sec^{-1} x = \theta$$

$$\frac{x}{1} = \sec \theta$$

الوتر  
المجاور

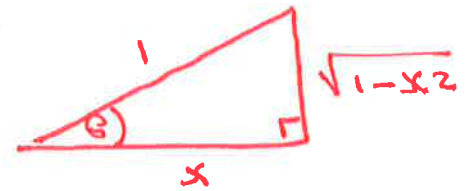


60.  $\cot(\cos^{-1} x)$

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\cos^{-1} x = \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{1}$$

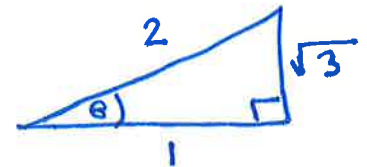


61.  $\sin(\cos^{-1} \frac{1}{2})$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^{-1} \frac{1}{2} = \theta$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$



حلها بجارها بالثلاثة مباشرة (لاحظ الأضلاع)

62.  $\cos(\sin^{-1} \frac{1}{2})$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بالثلاثة

63.  $\tan(\cos^{-1} \frac{3}{5})$

$$\frac{4}{3} \quad \text{بالثلاثة}$$

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

$$64. \csc\left(\sin^{-1}\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\sin\left(\sin^{-1}\frac{2}{3}\right)} = \frac{3}{2}$$

في التمرينات من 65 إلى 68، استخدم حاسبة التمثيل البياني أو الحاسوب لتحديد عدد حلول كل معادلة، وتقدير الحلول عدديًا ( $x$  مقدر بالراديان).

تحتاج برنامج رسومات

$$65. 2 \cos x = 2 - x$$

$$x = 0$$

$$x = 1.1$$

$$x = 3.698$$

قله بالآلة  
مع طريقة solve

$$66. 3 \sin x = x$$

$$x = 0$$

$$x = \pm 2.28$$

Almanahj.com/ae

$$67. \cos x = x^2 - 2$$

$$x = 1.456$$

$$x = -1.456$$

غير محاسبته  
رسومات

solve بالآلة

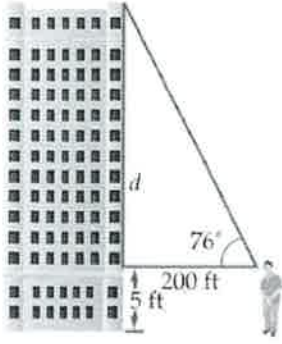
نقطتي  $x = 1.45$

والأخرى المحور متعادل فمما تجد مرة موجب ومرة سالب

من الإمتحان تكونه الأسئلة النوع الذي يحكه حله بالآلة

بيوه برنامج الرسومات مثل السؤال 67

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

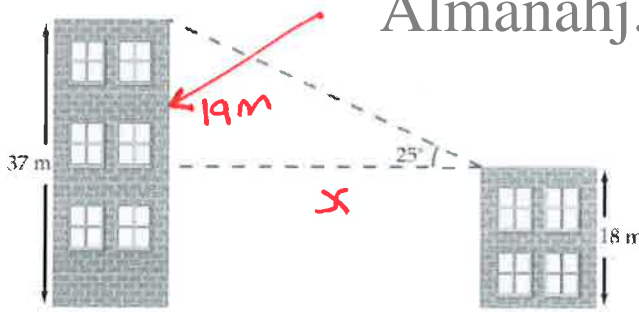


بناية : لحساب ارتفاع بناية، مشى أحمد مسافة 200 ft مبتعداً عن قاعدة البناية. واستعمل أداة (مقياس زاوية الميل) لقياس الزاوية المحصورة بين خط نظره المارّ بقمة البناية والخط الأفقي. إذا كان مستوى نظره على ارتفاع 5 ft، فما ارتفاع البناية؟

$$\tan 76 = \frac{d}{200}$$

$$d = 200 (\tan 76) \\ = 800.2$$

$$h = 800.2 + 5 = 805.2 \text{ ft}$$



بنايات: في الشكل المجاور، ارتفاع إحدى البنايات:

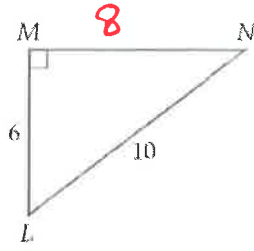
ارتفاع إحداهما 18 m، وارتفاع الأخرى 37 m، ولقياس المسافة الأفقية بينهما، وُضِعَ سعد أداة (مقياس زاوية الميل) على قمة البناية الصغرى، فوجد أن قياس الزاوية المحصورة بين الخط الأفقي بين البنايتين والخط المارّ من الأداة إلى قمة البناية الكبرى هو  $25^\circ$ . فما المسافة الأفقية بين البنايتين؟

$$\tan 25 = \frac{19}{x}$$

$$x = \frac{19}{\tan 25} = 40.75 \text{ m}$$



[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)



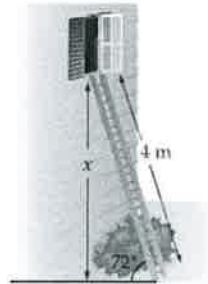
أوجد قياس كل زاوية مما يأتي، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

$MN=8$  منه هيتاخدوت

$$L = \sin^{-1} \frac{8}{10} = 53.1^\circ$$

$$N = \cos^{-1} \frac{8}{10} = 36.9^\circ$$

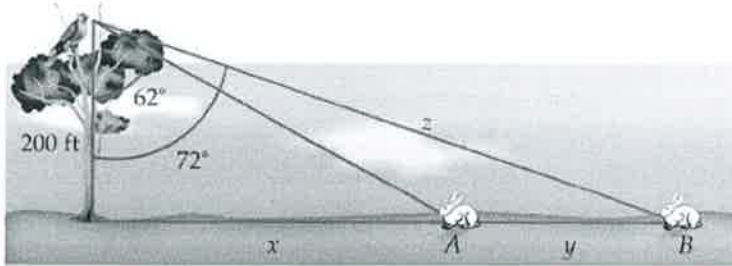
يحلها الحل بطرق مختلفة



سلاّم، سلّم طوله 4m يستند إلى جدار منزل بزاوية ارتفاع قياسها  $72^\circ$ . ما ارتفاع قمة السلّم عن الأرض؟

$$\sin 72 = \frac{x}{4} \quad x = 4 \sin 72$$

$$\text{Almanahj.com} \neq 3.8 \text{ m}$$



صقور، رأى صقر من ارتفاع 200 ft  
أرنين A, B. كما هو موضح في الشكل.

(a) ما المسافة التقريبية z بين الصقر والأرنين B؟

(b) ما البعد بين الأرنينين؟

$$\cos 72 = \frac{200}{z}$$

$$z = \frac{200}{\cos 72} = 647.2$$

$$\tan 62 = \frac{x}{200}$$

$$x = 200 \cdot \tan 62 = 376.1$$

$$\tan 72 = \frac{x+y}{200}$$

$$x+y = 200 \tan 72 = 615.5$$

$$y = 615.5 - 376.1 = 239.4$$

Almanahj.com/ae

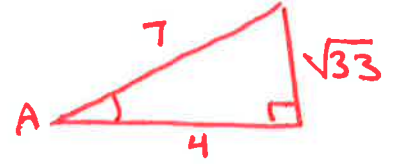
معتبرًا  $\angle A, \angle B$  زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية، أجب عما يأتي:

(7) إذا كان  $\cos A = \frac{4}{7}$ ، فما قيمة  $\sin A$ ؟

$\sin \text{ angle} = \cos \text{ Complementary}$

$$\sin A = \frac{\sqrt{33}}{7}$$

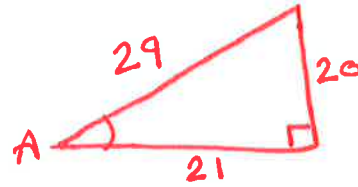
$$\sin B = \frac{4}{7}$$



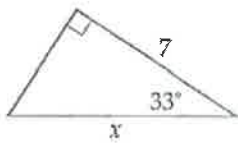
معتبرًا  $\angle A, \angle B$  زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية، أجب عما يأتي:

(8) إذا كان  $\tan A = \frac{20}{21}$ ، فما قيمة  $\cos A$ ؟

$$\cos A = \frac{21}{29}$$



استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة  $x$  في كل مما يأتي، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة:



(15)

$$\cos 33 = \frac{7}{x}$$

$$x = \frac{7}{\cos 33}$$

$$x = 8.35$$

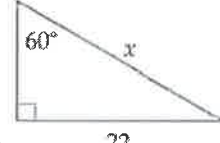


(14)

$$\tan 52 = \frac{x}{6}$$

$$x = 6 \cdot \tan 52$$

$$x = 7.68$$



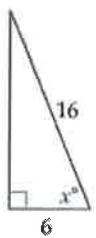
(13)

$$\sin 60 = \frac{22}{x}$$

$$x = \frac{22}{\sin 60}$$

$$x = 25.40$$

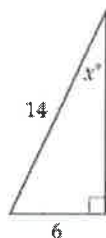
في كل مما يأتي، أوجد قيمة  $x$  مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.



(27)

$$\cos x = \frac{6}{16}$$

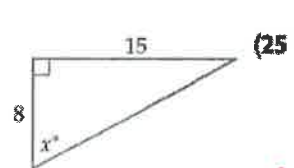
$$x = \cos^{-1} \frac{6}{16} = 67.98^\circ$$



(26)

$$\sin x = \frac{6}{14}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{6}{14} = 25.38^\circ$$



(25)

$$\tan x = \frac{15}{8}$$

$$x = \tan^{-1} \frac{15}{8}$$

$$x = 61.93^\circ$$

[Almanahj.com/ae](http://Almanahj.com/ae)

## قوانين مبره

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

لا حظ بالإشارات + و -

مع  $\sin$  نفس الإشارة مع  $\cos$  العكس

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$

$$\sin x - \cos 2x = 0$$

$$\sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0$$

$$\sin x - 1 + 2\sin^2 x = 0$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$2\sin x - 1 = 0$$

$$2\sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

الأول والثاني

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

or  $\sin x + 1 = 0$

$$\sin x = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\cos 2x = \cos^2 - \sin^2$$

$$= 1 - \sin^2 - \sin^2$$

$$= 1 - 2\sin^2$$

$$= 2\cos^2 - 1$$

$$\cos 2x = (1 - \cos^2)$$

$$2\cos^2 - 1$$

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{2}$$

$$x = 1$$

$$(2x - 1)$$

$$(x + 1)$$

Almanahj.com/ae