كيف تُدَرِّس الرياضيات

في جميع المراحل
الابتدائي - المتوسط - الثانوي

محمود محمد علي زهرا

سلسلة الرياضيات(٥)

كيف تُدَرِّسْ الرياضيات

في جميع المراحل

الإبتدائي ــ المتوسط ــ الثانوي

تأليف

محمود محمد علي زهرا

ⓒ محود محمد علي زهرا ، ١٤٢٢هـ
فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

زهرا ، محمود محمد علي
كيف تدرس الرياضيات في جميع المراحل . - الرياض .
١١٢ص ؛ ١٧×٢٤سم . - (سلسلة الرياضيات ؛ ٥)
ردمك : ٣ - ١ - ٩٣٥٢ - ٩٩٦٠
١ - الرياضيات - تعليم أ - العنوان ب - السلسلة
ديوي ٥١٠ ٢٢/٢٩٤٠
رقم الإيداع : ٢٢/٢٩٤٠
ردمك : ٣ - ١ - ٩٣٥٢ - ٩٩٦٠

طبع بموجب موافقة وزارة المعارف رقم
١٨١٢٢٩ وتاريخ ١٤٢٢/٧/١هـ
وبموجب الخطاب رقم ٦١٩/أ/د - وتاريخ ١٤٢٢/٧/٨هـ
الصادر عن المديرية العامة للمطبوعات بوزارة الإعلام بالرياض .

الطبعة الأولى ١٤٢٢هـ/٢٠٠١م

إهداء

إلى إخواني المدرسين .....

إلى أخواتي المدرسات .....

إلى كل مَنْ يحب الرياضيات .....

أقدم لكم جميعاً هذا الكتاب .

محمود

وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْماً

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله رب العالمين وأفضل الصلاة وأتم التسليم على معلم الناس الخير، نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين .

أما بعد :

أكتب هذا الكُتيِّب، وهوخلاصة فترة تدريسي للرياضيات مدة أربع وأربعين سنة . درَّست خلالها في المراحل الإبتدائية، والمتوسطة، والثانوية، ودور المعلمين، بنين وبنات، ومعهدالصناعات النسيجية، وكلية الاتصالات ، والثانويات المهنية ، كما أعطيت دورات للمدرسين في الرياضيات المعاصرة ، عندما بدأت الوزارة السورية بتطبيقها في أواخرالستينيات، وذلك بعد أن أقامت منظمة اليونسكو العربية للثقافة والعلوم في جامعة الدول العربية، عدة دورات في جامعة دمشق، كُنت أحد الدارسين فيها.

فأقول وبالله التوفيق:

تدريس الرياضيات مهنةٌ ممتعةٌ وشاقةٌ. مهنةٌ تحتاج إلى علمٍ وفنٍ . علم لأنه يجب أن يكون مدرس هذه المادة ، مُلماً

بالعلوم الرياضية قديمها وحديثها ، ومُلماً بالحياة الاجتماعية ككلٍ،حتى يستطيع أن يقدم لتلاميذه ما يتناســب مع بيئة كل منهم . وفنٌ لأنه ليس باستطاعة أي مدرسٍ أن يقدم العلــم الرياضيَّ للتلميذ بشكل مناسب إذا لم يختر المادة والطريقة المناسبتين بمايتلاءم مع طبيعة المُتَعلم، حتى يُحققَ الهــدف المنشود من تدريس الرياضيات وهذا لايتحقق إلا إذا كــان المدرس مُلِماً في معظم النواحـــي الاجتماعيــة والعلــوم الأخــرى، وكان مُحِباً للرياضيات ، سعيداً بتدريسها .

فالفكرة الرياضية أرى أن تُقدم للتلميذ على ثلاث مراحل:

الأولى: مرحلة النشاط وهي أن يُعطى التلميذ شيئاً ما، ويُكَوِّن منه مانُريد .

الثانية : مرحلة التصور الذهني وهي أن تجعل التلميذ يفكر ذهنياً بما تُريد من الفكرة الرياضية .

الثالثة : مرحلة الرموز، أي أن تجعل التلميذ يتعامل مع الفكرة الرياضية بالرموز .

فمثلاً لو أردت تعليم التلاميذ مساحة متوازي الأضلاع،فإنك تُحْضر لهم متــوازي أضــلاع ، بأوضــاع مختلفــة، أي متوازيات أضلاع مختلفة الأبعاد والزوايـــا، وأحــد هــذه المتوازيات مستطيلاً ومربعاً... وهذا مـــايخص المرحلــة الأولى. مما يجعل التلميذ في البدء يحب ذلك،ويجعله يُفَّكــر كيف يتعرف على مساحة متوازي الأضلاع، لاسيما إذا كان

متوازي الأضلاع مفصلياً (ذومفاصل) ، بحيثُ يُمكـن أن يصبح قطعة مستقيمة فتكون مســاحته صفراً مِمَّا يؤدي بالتلميذ لِيفكر بأنَّ المســاحة يجب أنْ ترتبط بشيئ آخِر غيرالأضلاع . فتأخذ بيده وتصل به إلى تصــور الارتفاع، الذي يلعب دوراً مهماً في المساحة ، يجعلها أكبر مــايمكن عندما يصبح متوازي الأضلاع مستطيلاً، وصــفراً عندما يصبح قطعة مستقيمة،وهذا مايخص المرحلة الثانيـــة. ثــم تنتقل لِمرحلة الرموز وتستنتج الفكرة الرياضية .

مِنَ المتفق عليه أن الهدف الأساسي لِتدريس الرياضيات هوإعداد الفرد للحياة العامة، وأن يُسْهم بشكلٍ فعَّال وصحيح في الحياة الاجتماعية –على أساس منطقي وموضوعي،حتى نُعِدَّ هذا الفرد ليكـــون رجــل المســتقبل– فــي تدريــس الرياضـــيات والإبداع والإنتـــاج والتجريـــب ، وحــل المشكلات التي تعترضه في حياته اليومية.

وقد شرحت كيفية إلقاء درس الرياضيات بأسلوب القاسم المشترك الأكبر بين المراحل الدراسية الثـــلاث الإبتدائيـــة والمتوسطة والثانوية. ثم أتبعت ذلك بتذكيرٍ وتوجيه خـــاص لكل مرحلة على حدة .

ثم ذكرت عدداً من الوسائل الرياضية والأنشطة وهي غيض من فيض ، ورتبتها أبجدياً ، كما قدمـــت تذكـــيراً لبعـــض الأساسيات الرياضية. وعلى المعلم أن يأخذ منها مايناســـب الفصل والموضوع الذي يدرسه.

وماعملي هذا، إلا إنارة في طريق المعلم والمدرس، كي يستنير به عند إلقاء دروسه الرياضية، ويكون حافزاًومشجعاً له، حتى يقوم بالإبتكار والإبداع في هذا المجال ، وخاصةً ليذلّلَ الصعوبات أمام تلاميذه ، ويُكْسِرَ طوق الخوف الذي يحيطُ بكثيرٍ من التلاميذ بأن الرياضيات مادة صعبة وجافة.

فيتوصل إن شاء الله تعالى مع تلاميذه إلى أن أهم مادة يجب أن تُدَرَّس هي مادة الرياضيات، حيث إنها أساس كل علمٍ تجريبي مهما كان ، وبذلك تكون أساس فهم الحياة .

والله من وراء القصد .

غرة شعبان ١٤٢٢هـ - ١٠/١/٢٠٠١م

المؤلف

محمود محمد علي زهرا

الفصل الأول

الهدف من تدريس الرياضيات

منذ قديم الزمن كان كلُّ إنسان يحتاج إلى القراءة والحساب. القراءة ليعرف أنواع الحياة الاجتماعية ، والحساب ليتعامل مع محيطه من أخذٍ وعطاء . والذي نريده من تدريس الرياضيات هو إعداد الفرد للحياة العامة ، وإعداده من ناحية أخرى لمواصلة دراسة العلوم التي هي أساس في مسيرة التقدم الحضاري،من رياضيات وهندسة وفيزياء وكيمياء وحاسب آلي ، كلُّ ذلك يتطلب من الدارس أن يكون مُلِماً بالرياضيات ككل ، وبالرياضيات المعاصرة أيضاً.

إن هدف تدريس الرياضات يساعد على التخطيط والتقويم ، فبالنسبة للمعلم إذا أراد بلوغ النجاح في عمله ، عليه أن يحددَ الأهداف التي يسعى لتحقيقها ، ويحدد الوسائل التي يستطيع بواسطتها تحقيق هذه الأهداف. وتنحصرمصادر الأهداف في :

١ - التلميذ
٢ - المادة الأساسية
٣ - المجتمع

أما الأهداف الرئيسية في تدريس الرياضيات فتنقسم إلى قسمين :

أ) أهداف عامة (أهداف نفعية ، وأهداف تثقيفية) .

ب) أهداف خاصة (أهداف تخصصية،وأهداف تدريسية) .

كما يمكن تقسيم الهدف من تدريس الرياضيات إلى الأقسام التالية :

١- أهداف تتعلق بتنمية المهارات والقدرات العقلية للتلميذ .

٢- أهداف تتعلق بغرس طرق التفكير في حل المسائل الرياضية.

٣- أهداف تتعلق بفهم أساسيات الرياضيات .

٤- أهداف تتعلق بتذوق وحب الرياضيات، لأهمية دورها في الحياة المعاصرة ، ونموها المستمر.

٥- أهداف تتعلق بتكوين الدقة في التعبير والتفكير المنطقي السليم لحل المشكلات الاجتماعية .

٦- أهداف تتعلق بتوجيه ميول التلاميذ وتنمية الصالح منها .

وتوضيح ذلك كما يلي :

١- أهداف تتعلق بتنمية المهارات والقدرات العقلية للتلميذ:

نقصد بتنمية المهارات والقدرات العقلية بأن يكون تعلُّم المهارات قائماًعلىمعرفة المعنى وعلىالفهم . فمجرد الوصول لمعرفة المعنى يمكن للتدريب أن يبني المهارات التي تؤدي إلى تحررالعقل لِيستقبل الأفكار الجديدة .

أما الفهم للأفكار والمبادئ الأساسية والتراكيب الرياضية فيجب أن يُقدَّم للتلميذ في الوقت المناسب وبالكميات المناسبة حسب قدراته العقلية ، لكي يستطيع التلميذ استخدام هذه الأفكار والمبادئ والعمليات الرياضية في حلِّ المسائل التي تواجهه .

فالتدريب المناسب الكافي هو الطريق السليم الفعّال لتنمية المهارات والقدرات العقلية عند التلميذ .

لذلك يجب التركيز المستمر في برنامجٍ ما ، بحيثُ يكون مستنداً على نمو القدرة على معرفة المعنى والفهم في استخدام الأفكار والعمليات الرياضية للوصول بالتلميذ إلى القدرة على الاكتشاف والدقة والثقة وتحسين الأداء والكفاءة بأقلِّ جهدٍ وفي أقصرِ وقت ممكن .

كما يجب على المعلم العمل لِيُكسِبَ تلاميذه المهارة في إجراء العمليات الأصلية ، والمهارة في القياس واستخدام الأدوات الهندسية ، والمهارة في ترجمة المشاكل والمواقف الرياضية إلى صورٍ يسْهل الحلُّ باستخدامها .

ولتحقيق ذلك يمكن استخدام : الكتب المبرمجة – مَكْنَنة التدريس – الآلات الحاسبة – الحاسب الآلي – الوسائل السمعية –الوسائل البصرية .

٢–أهداف تتعلق بغوس طرق التفكيرفي حل المسائل الرياضية :

طرق التفكير في حل المسائل الرياضية كثيرة منها :

طريق التفكير الاستنتاجي ، والتفكير العلمي، والتفكير الإبداعي .

أولاً : التفكير الاستنتاجي، وهو الأسلوب الذي نستخدمه في استخلاص نتائج من حالات عامة . مثل طريق البرهان المباشر، وطريق البرهان غير المباشر (أو عكس المعكوس) ، وطريق البرهان بنفي النفي، وطريق البرهان بالتناقض، وطريق البرهان بالحذف ، وطريق البرهان التحليلي .

ثانياً:التفكير العلمي، وهو الأسلوب الذي نستخدمه لاكتشاف قاعدة عامة من حالة خاصة. أو هو التفكير الخاص بالتعميم من حالات خاصة.

مثال: للوصول إلى أن مجموع زوايا المثلث الداخلية تساوي ١٨٠°، نطلب رسم عدة مثلثات من أنواع مختلفة ثلاثة مثلثات من كل نوع (مثلث حاد الزوايا - مثلث قائم الزاوية - مثلث منفرج الزاوية) ، ونطلب قياس زوايا كلٍ منها وجمعها ، حتى نتوصل للقاعدة العامة .

ثالثاً : التفكير الحدسي ، هو جزء من التفكير المبدع الخاص بالاكتشافات الرياضية ، فالتفكير الحدسي هو الإلهام بالحل أو الكشف الجديد، ثم مرحلة تحقيق النتيجة التي نصل إليها عن طريق البرهان الرياضي، ثم مرحلة التطبيق.فالنظرية أو القانون الرياضي يَمُرُّ بمراحل هي: الملاحظة ، والتجريب ، والمعالجة الرياضية ، والاستنتاج ، والتحقق من النتيجة. وهذه المراحل تنقسم إلى قسمين :

قسمٌ يخص التلميذ ، وقسمٌ يخص الباحث الرياضي أو الأخصائي . فبالنسبة للتلميذ يتمثل ذلك في المسائل والتمارين الرياضية والنظريات . أما بالنسبة للباحث والأخصائي فيتمثل في اختراع الأساليب لحل المشاكل الرياضية عِبْر تاريخ الرياضيات وتطورها التاريخي .

ومجمل القول أن طُرق التفكير بعضها يُكَمِّل البعض الآخر .

إذا أردنا أن نثبت **قانون توزيع الاتحاد بالنسبة للتقاطع** ، وهو :

$$أ \cup (ب \cap ج) = (أ \cup ب) \cap (أ \cup ج)$$

نوجه التلميذ لأخذ ثلاث مجموعات مختلفة ، بحيثُ توجد عناصر مشتركة فيما بينها ، ثم نطلب منه حساب كل مجموعة من هذه المجموعات الخمس في هذا القانون على حِدَه ، عدا المجموعات الثلاث الأصليـــــة، ونترك التلميذ يقارن هذه النتائج . ثم نطلب من التلميذ أن يكرر العمل مرة أخرى على ثلاث مجموعات جديدة. بعد ذلك نقدم للتلميذ البرهان الرياضي العام .

نُعطي مثالاً واحداً على الاكتشافات الرياضية وهو تطور الأعداد :

كان معروفاً قديماً العدد الطبيعي فقط،وعند الحاجة للصفر،وحل المعادلات التالية – حيثُ كل من أ وَ ب عدد طبيعي – :

س + أ = ٠ ، أس + ب = ٠ ، س^{٢} − أ = ٠ ، س^{٢} + أ = ٠

تَمَّ اكتشاف الصفر ، والعدد السالب ، والعدد الكسري بنوعيه ، والجذر التربيعي ، والعدد المركب .

ومِثْلُ ذلك باقي العلوم الرياضية القديمة والمعاصرة .

يستطيع المعلم أن ينمّي قدرة التلميذ في حلِّ المسائل الرياضية عن طريق:

أ – تحديد السؤال المطلوب الإجابة عنه في المسألة .

ب– اختيار المعلومات المناسبة والتي يحتاج إليها التلميذ للحل.

ج –ربط هذه المسألة بمسائل أخرى مشابهة لها ومعروف حلُّها.

د –الوصول إلى الإجابة المطلوبة وتحقيقها .

هـــ–تعميم النتيجة التي وصل إليها التلميذ .

و -تطبيق هذه المعلومات الرياضية في مجالات الحياة اليومية الأخـــرى ، وإبراز دور الرياضيات فيها .

ز - استخدام طرق مختلفة للحل وانتقاء الأفضل والجديد .

٣- أهداف تتعلق بفهم أساسيات الرياضيات:

نقصد بالأساسيات الرياضية المفاهيم والتعاريف والعلاقـــات والقوانـــين والخواص الرياضية البسيطة ، حتى تكون مفهومة لدى التلميذ ويُستطيع تكوينها في ذهنه. وهذا لايأتى عن طريق نقل المعلومات لـــــه فقـــط، إذ سُرعان ماينساها . أما إذا أتحنا له الفرصة بإعـــادة بنـــاء المعلومـــات الرياضية واكتشافها بنفسه ، فإن ذلك مما يجعلها ترسخ في ذهنـــه تمامـــاً وتصبح جزءاً منه . وخاصة أساسيات طرق البرهان للنظريات والقوانين والتراكيب الرياضية .

وبالنسبة لفهم (القاعدة أو القانون أو الخاصيِّة) الرياضية ، فإن التلميذ الذي يعرف القاعدة ويعرف كيفية استخدامها يصل للإجابة الصحيحة ، لكن لايعني هذا أنه يفهم مايعمله تماماً ولماذا ؟

مثال: ذلك عند قسمة كسر عادي على آخر ، يقوم التلميذ بضرب الكسر الأول بمقلوب الثاني دون أن يُدرك السبب في ذلك . لكن فهم القاعدة لدى التلميذ يتطلب من المعلم تكوين المفاهيم الأساسية لها، وهي:

أ - عملية القسمة التي هي عكس عملية الضرب .

ب- العنصر المحايد للضرب .

ج- ضرب حدّيْ كسر بعدد غير الصفر لايغير من قيم الكسر.

عندما يفهم التلميذ هذه المفاهيم تماماً يفهم حقيقة القــاعدة ، فيتجنــب الوقوع بأخطاء مثل: قلب الكسر الأول بدلاً من الثاني،أو قسمة أكثرمن كسرين. ويكتشف تركيبات جديدة حتى تساعده على التعميم والتطبيق.

بالنسبة للمفهوم الرياضي نأخذ مثلاً لمفهوم العدد، فالتلميذ الذي يعــرف العدد ويميزه عن غيره لايدل على فهمه لمفهوم العدد . لأن العدد مفهوم مركب يتطلب أولاً معرفة مفاهيم أساسية .

وعلى المعلم أن يوضح فكرة الأُسُس المنطقية للبرهان الاستنتاجي عن طريق استخدام العمليات المنطقية للوصول إلى نتائج سليمة.

٤- أهداف تتعلق بتذوق وحب الرياضيات ، لأهمية دورها في الحياة المعاصرة ، ونموها المستمر:

نقصد بتذوق وحب الرياضيات أن يعرف التلميذ أن الرياضيات وســيلة لوصف الحياة من حوله ، ومعرفة ماذا تلعبه الرياضيات في النمو الحضاري المستمر ومستجداته، وأنها العلم الذي يعطي حلَّ مشاكل الحياة .

مثلاً: كيف يستطيع صاروخ من مسافات بعيدة أن يصيب هدفاً معيناً .

الرياضيات تدرس حركة الصاروخ المنحنية بحسب قيمة السرعة البدائية له،وزاويتها البدائية،والقدرة الحركية للصاروخ،كما تدرس حركة الهدف.

أقدم المثال التالي على هذا الهدف الرابع :

معرفة اليوم من أيام الأسبوع الذي يقع فيه حدثٌ ما في تاريخٍ معين .

مثلاً: معرفة يوم ١٨أيلول (سبتمبر) في سنةٍ ما ، ولتكن سنة ٢٠٠٥م، مع العلم أنه يوم الثلاثاء من عام ٢٠٠١م .

للإجابة عن هذا السؤال وأمثاله أقول :

السنة الميلادية (أو الشمسية) تساوي ٣٦٥,٢٥ يوماً تقريباً . فالسنة العادية ٣٦٥ يوماً ، وكل أربع سنوات، كسر اليوم السنوي يصبح يوماً واحداً، وسنته تُسَمّى سنة كبيسة وعدد أيامها ٣٦٦ يوماً وهي السنة الشمسية التي تقبل القسمة على العدد(٤) . بما أن عدد أيام الأسبوع سبعة تكون السنة العادية (٥٢) أسبوعاً ويوماً واحداً، والسنة الكبيسة (٥٢) أسبوعاً ويومين .

إذن، أيٌّ يوم من أيام الأسبوع في كل سنة يتحرك يوماً واحداً في السنة العادية ، ويومين في السنة الكبيسة . أي أن أيام السنة متوالية حسابية أساسها (٧)، وحدها الأول (١) في السنة العادية،و(٢) في السنةالكبيسة.

فجواب السؤال هو: من عام ٢٠٠١إلى ٢٠٠٥ أربع سنوات فيها سنة ٢٠٠٤ كبيسة ، إذن عدد الأيام المتحركة في هذه السنوات تساوي ٣ أيام للسنوات العادية +٢ يومين للسنة الكبيسة فمجموعها هو ٥ أيام .

أي يتحرك ١٨ أيلول (سبتمبر) ، خمسة أيام ، في سنة ٢٠٠١ كان يوم الثلاثاء فيكون في عام ٢٠٠٥ يوم الأحد .

هذا بدوره يؤدي بالتلميذ لحب الرياضيات ومعلميها .

٥ – أهداف تتعلق بتكوين الدقة في التعبير والتفكير المنطقي السليم، لحل المشكلات الاجتماعية :

نقصد بتكوين الدقة في التعبير والتفكير المنطقي السليم ، أنَّ الرياضيات علمٌ منطقيٌّ لا يقبل التأويل ، بل يُعطي حلاً دقيقاً وسليماً لمشكلةٍ ما .
هذا يتطلب من المعلم أن يلاحظ التلميذ ويوجهه في كتاباته الرياضية (من تعاريف ونظريات وخطوات حل) وفي أسئلته والرد عليها.
وتكوين الاتجاه الذهني عند التلميذ لحل المشكلات الرياضية بدقة تامة يختلف عن مساعدته في معرفة حل مسألة معينة أو مسائل مختلفة في الرياضيات. وكذلك تعويد التلميذ على حلِّ المشكلات التي تقابله سواءً في الدراسة أو الحياة اليومية ، وهذا يتطلب من المعلم بناء ثِقَة التلميذ في الرياضيات ، وأنها الطريق السليم الدقيق لحل مثل هذه الأمور في حياته اليومية .
وهذا يؤدي بالفرد إلى الثقة في الرياضيات، لحلِّ المشاكل التي تعترضه ، فيشعر بالسعادة في دراسة الرياضيات .
مثلاً: تقسيم تركة ما على الورثة ، أو زكاة ما لِنوع من الزكوات.

٦– أهداف تتعلق بتوجيه ميول التلاميذ وتنمية الصالح منها:

أما الميل فهو الاهتمام الذي يدفع الفرد ذاتياً للقيام بعملٍ ما أو نشاطٍ معين . والميول تتأثر بإمكانيات الفرد وبالعوامل البيئية المحيطة به والعوامل الثقافية التي يعيش فيها .

يمكن توجيه الميول نحو شيءٍ ما ، كالميل نحو العلـــوم أو الرياضيـــات أو الفنون أو غير ذلك . لذلك ينبغي للمعلم أن يَـــدْرُسَ تلاميـــذه تمامـــاً لاكتشاف ميولهم وتوجيهها نحو التعليم .

كما يمكن للمعلم أن يُكَوِّنَ ميولاً جديدة عند التلاميذ مِثل الميـــل نحـــو الرياضيات وذلك بإعطائهم التمارين والنشاطات البســيطة والمتنوعـــة ، لِيجدَ كلٌّ تلميذٍ مايناسبه .

ويمكن تحقيق ذلك عن طريق:

- تشجيع القراءة عن الرياضيات وعلمائها .
- تقديم أكثر من حلٍ للمسألة الواحدة بطرقٍ جديدة ومتنوعة.
- تفسير بعض الظواهر والمواقف الاجتماعية تفسيراً رياضياً.

مثلاً: عند شراء رزمة من البقدونس أو النعناع من نظرة رياضية إليها يستطيع تقدير عدد العروق غيرالصالحة استناداً لِمبدأ الاحتمالات.

- تشجيع السؤال عن كلِّ جديد من الأفكار الرياضية .
- إبراز تطبيقات رياضية في مختلف ميادين الحياة .
- التعرف على أثر الرياضيات في تَطَوُّرالفكرالبشري عبرالتاريخ.
- تكليف كلَّ تلميذٍ بأعمال وأنشطة تتناسب وقدراته .
- إبراز أهمية الرياضيات المعاصرة في برامج الكومبيوتر .

الفصل الثاني

كيفية إلقاء درس الرياضيات

أخي المعلم إذا أردت أن تلقي درســـــاً في الرياضـــيات عليك اتباع مراحل أربع :

المرحلة الأولى قبل الدرس

المرحلة الثانية أثناء إلقاء الدرس

المرحلة الثالثة بعد الانتهاء من إلقاء الدرس

المرحلة الرابعة بعد الخروج من قاعة الدرس

المرحلة الأولى

(قبل إلقاء الدرس)

أخي المعلم إذا أردت أن تلقي درساً في الرياضيات في فصل معـــين ، حَضِّر الدرس جيداً بأن تقرأ الموضوع الذي تريد إلقاءه بحيـــثُ يغطـــي وقت الإلقاء .

قسم وقت الدرس حتى تحدد مقدار ماتستطيع أن تلقيه في الدرس ، وتقيد بهذا التقسيم ، حتى تســــــتطيع إنهاء المنهج في وقته المقرر له .

مثلاً: إذا كانت مدة الدرس خمسين دقيقة ، اجعل :

- ٥ دقائق لملاحظة مَنْ أحضر الواجب ممن لم يكتبه والغائبين.
- ١٠ دقائق لحلِّ بعض تمارين الواجب .
- ٢٠ دقيقة لإلقاء الدرس الجديد، أو الفكرة الرياضية الجديدة.
- ١٠ دقائق تطبيق أو تطبيقات مباشرة على الدرس .
- ٥ دقائق أسئلة ومناقشة عن الدرس .

سَجِّل ذلك في أول دفتر تحضيرك ، كي ترجع إليه عند اللزوم .

وَسَجِّل في دفتر تحضيرك للدرس ما يلي :

الموضوع - الفقرات الأساسية - الأسئلة اللازمة (نظرية كانتأو عملية) - وســائل الإيضاح - التمارين التي يجب حلها من قِبَلِك مع أجوبتها -

التمارين التي يجب حلها من قبل التلاميذ، وقد يُكتفى برقم الصفحة ورقم التمرين (في حالة وجودهما في الكتاب المقرر) .

وتحضر الأمثلة بشكل أن تكون رابطة بين موضوع الدرس والحياة الاجتماعية للتلميذ (كلٌ بحسب بيئته) ، بحيث تكون أمثلةً مثيرةً للتساؤل، بشكلٍ يجعل التلميذ مُتشوقاً جداً لمعرفة الإجابة ، عندها يتقبل منك أفكار الدرس ويعتبرها ضروريةلحياته ، وليست مجرد علوم يحشو بها دماغه .

****

****

****

***

*

المرحلة الثانية

(أثناء إلقاء الدرس)

توكَّل على الله سبحانه وتعالى ، ابدأ بسم الله ، وحاول أن تتكلم العربية الفصحى طيلة الدرس . ثم :

١ – اكتب العنوان على السبورة .

٢ – قَسِّم السبورة بحسب حجمها إلى أقسام بخطوط رأسية مستقيمة، وابدأ بالكتابة في القسم الأيمن ، وانتقل منه للثاني ثم الثالث ، وبعد الانتهاء من الثالث، ارجع للأول فامسحه واكتب عليه . هذه الطريقة تُبْقي صورة الكتابة في أذهان التلاميذ ، والذي تفوته فكرة ما أثناء شرحها ، تكون هناك فرصة أخرى للمراجعة على السبورة قبل مسحها .

٣ – اسأل التلاميذ عن أمور تتعلق في موضوع الدرس ، بشكل تثير فيهم شوق المعرفة ، حتى تتفتح أذهانهم وآذانهم إليك ، ويصبح كل واحد منهم حريصاً جداً على معرفة الإجابة .

٤ – لتكن الأمور التي تثيرها من بيئة التلاميذ . فمثلاً الأماكن التي فيها شركات أو مؤسسات ولم يسبق للتلاميذ أن تعرفوا على المصانع ، فلا تشرح لهم عنها ، والقرى وأصحاب المزارع تثير فيهم مايهمهم، وهكذا.

٥ – عندما تمهد للإجابة وتأخذ الإجاباتِ من التلاميـــذ ، نقِّـــحْ هـــذه الإجابات، وخُذْ الصواب منها ، وبذلك يرسخ بأذهانهم مفهوم الدرس .

٦ – حلِّلْ درسك بعض الطُّرَف والأنشطة الرياضية المســـــــلِّية [١].

٧ – انتقل للمادة العلمية وسجل على السبورة ماتريد .

٨ – أعطِ بعض الأمثلة المباشرة ذات الإجابات المختصرة .

٩ – بعد ذلك اذهب إلى المسائل ذات العلاقة والهامة، وحُلَّها معهم ، ولاحظ معي مثلاً؛ أنَّه من اللغة العربية تستطيع أن تستنتج من نص المسألة أو النظرية [٢] ، المعطيات ، والمطلوب .

١٠ – اختم درسك بواجب بســـــيط وهام، بالنسبة لموضوع الدرس واحرص على وجود شـــــبه بينه وبين ماأعطيت من تمارين ومسائل.

---

(١) كلَّما وجدت التلاميذ ملُّوا من الدرس.انظر بعضاًمنها في الصفحة رقم(١٠٥).

(٢)– نظرية : المستقيمات المتوازية تحدد (تعين) على قاطعين قِطعاً متناسبة .

– تقول المستقيمات المتوازية ، مبتدأ والصفة والقاطعين ، هو المعطيات .

– ثم تقول جملة تحدد .... ، خبرالمبتدأ ، وهو المطلوب .

المرحلة الثالثة

(بعد الانتهاء من إلقاء الدرس)

تسأل التلاميذ بأسئلة بسيطة تتعلق بموضوع الدرس، بشكلٍ تستقطب به جميع التلاميذ إليك ، والتلميذ الذي لاينتبه إليك توجه لـــــه كلمـــة بســـيطة محببة :

مثل ((تُرَى أين فـــلان ؟)) ،

((ما رأيك يافلان ؟)) ،

((فلان غائب عنا !)) ،...

واطلب من التلاميذ تسجيل ما يلزم على دفاترهم النهارية ، واســـألهم : هل من سؤال حول الدرس ، هل من استفسار ؟ .

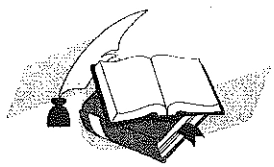
أجب عن جميع أســـئلتهم حتى لايبقى لأحدهم عذر في أنه لم يفهم .

المرحلة الرابعة

(بعد الخروج من قاعة الدرس)

بعد خروجك من قاعة الدرس : ناقش نفسك ، هل ياتُرى أديتَ الواجب ؟ ، هل فهم جميع التلاميذ الدرس ومايلزم منه ؟ ، هل أديتُ حَقّ الله فيهم ؟. فإن كانت الإجابات (بنعم) ، فكن بذلك مرتاح البال والقلب، وعندئذٍ تشعر بالسعادة الحقيقة للمدرس ، فتنسى التعب والمشاق التي مررت بها .

؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟



درس نموذجي

درس الحل البياني لنظام معادلتين من الدرجة الأولى بمتغيرين

أخي المعلم اكتب على دفتر تحضيرك :

اليوم – التاريخ – رقم الفصل – رقم الحصة – عنوان الدرس ، ثم اكتب الهدف من هذا الدرس :

– إفهام التلاميذ : أ – معنى المعادلتين الآنيتين .

ب– معنى حل المعادلتين الآنيتين .

ج– معنى الحل البياني للمعادلتين الآنيتين .

– إكساب التلاميذ المهارة في :

أ – التعرف على المعادلتين اللتين تمثلان مستقيمين متقاطعين،أو مستقيمين متوازيين، أو مستقيمين منطبقين .

ب– اختيار مقياس رسم مناسب لتمثيل البيانات في الدفتر .

ج– اختيار الأعداد المناسبة التي يعوّض بها في أحد المتغيرين بحيثُ يسهل تحديد النقط على الرسم .

د – كيفية حساب القيم المناظرة للمتغير الثاني .

هـ –تحديد نقاط كل مستقيم على حدة ورسمه .

و – تحديد النقطة التي تمثل الحل البياني وإحداثييها .

ز – الدقة في رسم الأشكال الهندسية .

- حضِّر الوسائل التالية :

أ - لوحة رسم عليها مستقيم في المستوي الإحداثي لِمُعادلة معينة.

ب- لوحة رسم عليها زوج مستقيمات متوازية في المستوي الإحداثي.

ج- لوحة رسم عليها زوج مستقيمات متقاطعة في المستوي الإحداثي، ونقطة التقاطع بلون خاص .

(اجعل محوري الإحداثيات بلون وكل مستقيم بلون خاص)

- سَجِّلْ على دفتر تحضيرك المثال التالي:

حُلْ بيانياً النظام س - ص = ١ (١)

٢س + ص = ٨ (٢)

وارســــــــــم حلَّه واكتب الجواب وهو النقطة ن (٣،٢) .

ثم مثالين آخرين - تختارهما من الكتاب - لتحلَّهما مع التلاميذ .

ثم تمارين الواجب، ويُفضَّل أن تكون من الكتاب اثنان أو ثلاثة على الأقل، لكن عَـيِّنها بذكر رقم الصفحة ورقم التمارين .

- **إعطاء الدرس :**

أ - اكتب على السبورة عنوان الدرس :

الحل البياني لنظام معادلتين آنيتين من الدرجة الأولى بمتغيرين

ب - اســـأل التلاميذ:

- مالمقصود بحل المعادلة ؟

- مالمقصود بالمعادلتين الآنيتين ؟

- مالمقصود بحل المعادلتين الآنيتين (جبرايا وبيانيا) ؟

ج- عرِّف التلاميذ على اللوحات .

د - اكتب الشكل العام للمعادلتين الآنيتين على السبورة :

أ س +ب ص = حـ (١)

أَ س +بَ ص = حَ (٢)

هـ- أعط المثال التالي،حل بيانياً النظام: س - ص = +١ (١)

٢س + ص = +٨ (٢)

و - ابدأ بحله مع التلاميذ بسؤالهم كيف نرسم مستقيماً من معادلته ؟ ، وناقش التلاميذ حتى تصل معهم لرسم المستقيم يجب معرفة ثلاث نقط منه على الأقل. ويُفَضَّل كتابة معادلة كل مستقيم على الشكل:

$$\boxed{ص = مـ س + هـ}$$

الأول: س - ص =+١ ⟸ ص = س - ١

إذا كان: س = ٠ ⟸ ص = ٠-١ = -١

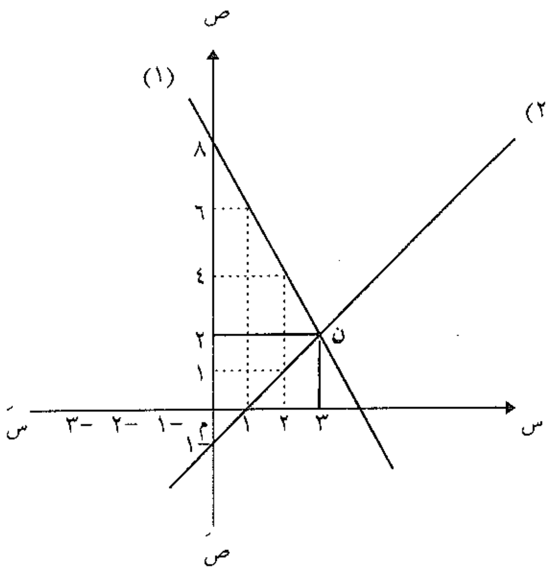
س =+١ ⟸ ص =+١-١= ٠

س =+٢ ⟸ ص =+٢-١=+١

رتب هذه القيم كما يلي:

س	٠	+١	+٢
ص	-١	٠	+١

ارسم هذا المستقيم في مستوي محوري الإحداثيات :



شكل رقم ((١))

<u>الثانية:</u> ص =−٢س+٨ ⟸ ص = −٢س +٨

إذاكان: س = ٠ ⟸ ص =−٢× ٠+٨ =+٨

س =+١ ⟸ ص =−٢×+١+٨ =+٦

س =+٢ ⟸ ص =−٢×+٢+٨ =+٤

رتب هذه القيم كما يلي:

س	٠	+١	+٢
ص	+٨	+٦	+٤

ارسم هذا المستقيم على نفس مستوي الإحداثي السابق .

ز – اسأل التلاميذ أين نقطة التقاطع ؟، وكيفية التعرف على إحداثييها،

حتى تصل إليها وهي النقطة **ن** = (س = +٣ ، ص = +٢) .

ح- حقق هذه النتيجة في كل معادلة .

ي- ناقش التلاميذ متى لايكون للمعادلتين الآنيتين حـــلٌّ بيانيٌّ ، وذلك عندما لاتوجد نقطة تقاطع للمستقيمين ، وبالتالي يكون المستقيمان متوازيين .

ك- اسأل التلاميذ لَوْ أَنَّ أحد المستقيمين انطبق على الآخر ماذا يحصل ؟

تقول أن كل نقطة من أحد المستقيمين هي حلٌّ للنظام .

وهذا يتحقق عندما تكون إحدى المعادلتين كالثانية مضروبة بعـــدد حقيقي غير الصفر .

- أعطِ مثالاً آخر وأشرك التلاميذ في حلِّه بحيثُ تُوَزِّع أسئلته على أكبر مجموعة من التلاميذ. فإذا وجدت حلاً جديداً جيداً سجله على السبورة، واثْنِ على صاحبه ، وسجِّل له درجة .

- أعطِ المثال الثالث، وليكن ممثلاً لمســــــتقيمين متوازيين، وحُلَّه بنفس الأسلوب للتمرين السابق .

- أعطِ واجباً مؤلفاً من مثالين أو ثلاثة، واحد منهم يمثل التوازي .

- بعد خروجك من قاعة الدرس، ناقش نفسك: مَنْ من التلاميذ ياتُرى ؟ لم يكن غير منتبه ، ومَنْ لم يفهم ، ومَنْ فهمَ تماماً، وهَلْ أنـــتَ مرتـــاح البال مِمَّا أعطيت في هذا الدرس أم لا ؟ ، حتى تتلافى التقصير أو النقص في هذا الدرس في فصلٍ آخر .

الفصل الثالث

تذكير وتوجيه

تدريس الرياضيات يختلف في كل مرحلة من مراحل التعليم عن غيرها ، ففي المرحلة الابتدائية يحتاج المعلم إلى الأسلوب أكثر من غيره . أمّا في المرحلة المتوسطة فيحتاج إلى الأسلوب والعلم . وأمّا في المرحلة الثانوية فيحتاج إلى الناحية العلمية أكثر من غيرها .

لذلك أفردت لكل مرحلة من هذه المراحل قسماً خاصاً بها .

أولاً: تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية

أخي المعلم، عند تدريسك للرياضيات في المرحلة الابتدائية،اعلم أن هذه المرحلة أخطر مرحلة في التعليم ، فإن التلميذ عندما يحب أي مادة في هذه المرحلة يحب معلميها ويحبها في جميع المراحل القادمة . لذلك عليك أن تنزل لمستوى التلميذ ، كي يتقبل منك ماتريد . لاحظ معي أن الأطفال يأنسون ويفرحون لبعضهم بعضاً . عندما تزور عائلةٌ معها أولادٌ صغار ، عائلةً أخرى ، يقول أولاد الأولى : أعندهم أولاد؟ . فإن كان الجواب أنه يوجد أولاد من سِنّهم ، فرحوا وتشوقوا للذهاب. ويتمنون أن يجلسوا مع بعضهم الساعات الطوال .

إذن يجب عليك أن تنزل لمستوى التلاميذ حسب الصف الذي تدرسه مع الحفاظ على شخصيتك.ولا بأس أن تستخدم التمثيل لإدخال السرورعلى قلب كل تلميذ، وتتحف البعض بالجوائز ، أوبالعبارات الجميلة والرنانة .
إذا سألت سؤالاً ما وأجاب أحدُ التلاميذ بإجابة خاطئة؛ فلا تُوَبِّخْه بل اشكره واثْنِ عليه وانتقل لتلميذآخر (يكفي الأول أنه تشجع وأجاب).
وإن كانت الإجابة صحيحة فاثْنِ عليه وأعطِهِ من الكلمات المرضية والجميلة ماتشاء ، فقد تقول له مثلاً (شكراً لك، أو بارك الله فيك، أو أحسنت)، أو تعطيه سُكَّرةً ، وهكذا... والتلميذ المشاغب أو كثير الحركة حاول أن تُصَاحبه، فيصبح عوناً لك على الآخرين .
بهذا الأسلوب تجد تلاميذ صَفِّك ينتظرون درسك انتظاراً ، ويطغى اسمُك على الحصة ، فيقول التلاميذ نريد الأستاذ فلان ، ولا يقولون درس الرياضيات .

وبعد الانتاء من الدرس لاتكثر من الواجب المنزلي لأن التلميذ عندما يكون عنده واجبات كثيرة وعديدة ، فلايستطيع أن يكتبها جميعاً ، لأنه يريد أن يلعب وأن يستمع ويشاهد وينام .

واحرص أن يكون الواجب المنزلي كالذي شاهد حله في الفصل، حتى يحاول أن يعتمد على نفسه ولا يحتاج إلى أهله أو غيرهم . ممَّا يجعله يحب الرياضيات ويقول : إنها سهلة وبسيطة .

عندما تصحح للتلاميذ الواجب المنزلي أكثِر من عبارات الثَّناء، ولا تبخل

في الدرجات ، ولو كانت شكلية ، لأنَّ ذلك يبعث في نفـــس التلميـــذ الطُّمأنينة والاعتقاد بأنه يفهم الرياضيات . والخطأ صححـــه بأســـلوب لطيف، وقل للتلميذ المُخْطِئ لو عملت كذا لأعطيتك الدرجة الكاملة .

علِّم تلاميذك كيف يَدْرسُون في البيت ، ومـــاهي الطريقـــة الســـليمة والصحيحة لكتابة الواجب المنزلي، بحيثُ تجعل الواجبَ المنزلي يأتي بالفائدة المرجوة .

فعندما يريد التلميذ أن يدرس درس الرياضـــيات، ويكتب الواجب الذي عليه، يقوم بما يلي:

أ) يقرأ الدرس من الكتاب جيداً ، قراءةَ تمهُّلٍ وتمعُّن ، ثم يقرأ التمارين التي أجاب عنها المعلم في الفصل .

ب) يعيد حلَّ تلك التمارين واحداً بعد الآخـــر مرة أخرى، إما على المبيضة أو على ورقة خارجية ، ثم يقارن حـــلَّه مع إجابة المعلم ، فإن كانت مطابقة لها ، حمد الله تعالى وانتقل للفقرة التالية، وإن كانت غير مطابقة ، أعاد القراءة والحَلَّ مرة أخرى ، حتى يطابق حلُّهُ حلَّ المعلم .

ج) ينتقل لكتابة الواجب بنفسه . إذا اتبع التلميذ هذه الطريقة ، بإذن الله تعالى سوف تكون إجاباته صحيحة .

أكثر من الاختبارات القصيرة حتى تشجع تلاميذك للاختبارات الأساسية سواءً كانت الشهرية أو الفصلية ، لأنه إذا اعتاد التلميذ على الاختبارات فلا يهمه أيُّ اختبارٍ كان ، ويصبح لديه الاختبار كأنه بداية درس .

إن غاب تلميذٌ عن الحصة الماضية فلا تُوبِّخه، بل ابحث عن أسباب غيابه، إما بينك وبينه أو أمام التلاميذ، حســــب المصلحة التي تراها مناسبة، وبَيِّنْ له أنك على استعداد لإعادة الدرس الماضي من أجلـــه،فيقـــدِّرك ويزداد حُباًّ لك، وبأسلوب ما؛ أشعِر التلاميذ أنه مَنِ اضْطُّر للتغيب منهم، فَلْيحاول أن يتصل بك أو يستأذن منك في أي وقت مــــن الأوقـــات .

وعلِّمهم طريقة السُّؤال والاستئذان، والدخول والخروج من قاعة الدرس.

&&&&&&&&&&&&&&&&&&

ثانياً: تدريس الرياضيات في المرحلة المتوسطة

أخي المعلم عند تدريسك للرياضيات في المرحلة المتوسطة، اعْلَم أن هذه المرحلة هي مرحلة تبدأ فيها فترة المراهقة للتلاميذ في هذا السن. وهي مرحلة انتقالية ومهمة في حياة التلميذ . فالمراهق يمر في هذه الفترة بتغيرات فيزيولوجية تظهر آثارها في بنيته الجسمية، وتُؤَثِّرُ على سلوكياته الشخصية حيث يتصرف بتصرفاتٍ غريبة، القصد منها إثبات شخصيته في المجتمع الذي يعيش فيه . وقد يكون معانداً أو مشاكساً أو معتداً برأيه وفكرته .

فعلى المعلم أن يأخذ هذه الأمور بعين الاعتبار ، ويوجه التلميذ التوجيه السليم الصحيح ، ويأخذ بيده ليصل به إلى بَرِّ السلام .

لذلك أسوق لك أيها المعلم المثل التالي " لاتكن ليناً فتُعْصَر، ولا تكن قاسياً فتُكْسر". أي تكيف حسب الظرف المناسب .

أذكرك أخي المعلم ، بأن تلاميذك في هذه المرحلة قد مروا على معلمين غيرك ، فعرفوا الصالح منهم من غيره ، ويحتاجون منك أن تؤسسهم لهذا العلم الأساسي . تفنن بالأسلوب لإدخال المعلومات الرياضية الصحيحة والأساسية لأذهانهم، وكيف يتعاملون بها .

اعْلم عِلْم اليقين أنه إذا أحبك تلاميذ فصلٍ ما، فإنهم ينتظرون درسك انتظاراً ، ويصبح التلميذ منهم يحاول كلَّ المحاولات بأن لايتغيب أو يتأخر عن درسك . فحاول أن تدخل إلى قلوبهم .

إذا تغيب أحدٌ من التلاميذ لظرفٍ ما ، فلا تُؤَنِّبه أو تُوبِّخه أمام زملائه

بلْ اسأل عن سبب غيابه، هل هو مرض أم لظرف بيتي ، أم لأي سبب آخر ... ، وعالج معه المشكلة ، وليكن ذلك فيما بينك وبينه ، ويكون ذلك خارج قاعة الدرس ، وأشعره بأنك سوف تساعده على فهم الدرس الماضي ، مما يجعله يحبك ويقدرك ويجلُّكَ . ومنهم سوف يقول لأهله عندما يتغيب بمرض ما، إن الأستاذ الفلاني سوف يعيد لي الدرس وهو من أفضل المدرسين . وأنت بإمكانك بأي أسلوب كان الإعادة المختصرة جداً للدرس الماضي ، إما بطرح عدد من الأسئلة على التلاميذ وأخذ إجاباتها ، أو خارج الدرس ، فيما بينك وبين التلميذ المتغيب ، إذا كانت الكمية كبيرة . ويكون ذلك للتلميذ المتغيب بسبب قاهر وخارج عن إرادته . أما التلميذ الذي من نوع آخر فلا تُعِدْ له ذلك ، أما إذا تكرمت فإعادة التفهيم لاغير وهذا شيءٌ حسن .

قد يكون مفيداً التعاون مع المشرف الاجتماعي في المدرسة لِحَلِّ مشكلة هذا النوع من التلاميذ .

ذكِّر تلاميذك بأهمية الحضور ، وعدم التأخر أو التغيب عن الدرس إلا لظروفٍ قاهرة ليس للتلميذ فيها يد .

إذا وجهت سؤالاً للتلاميذ عن موضوعٍ ما، أو فقرة من نظريةٍ أو مسألة ! وطلبت من أحدهم الإجابة ؟ فأجاب بإجابة خاطئة. فلا تُوبِّخه ولا تُؤنِّبه (يكفي أنه شارك في الإجابة) ، بلْ اثْنِ عليه ، وانتقل لتلميذ آخر، وإن كانت الإجابة صحيحة فاثْنِ عليه ، ووَجِّه له بعض الكلمات الطيبة

والرنانة ، ولا بأس أن تقول له (لك درجة) ، وسجلها في دفترك .
وبعد الانتهاء من الدرس لاتكثر من الواجب المنزلي ـــ إذا أردت أن تُطاع فأمر بما يُسْتطاع ؟ ـــ لأن التلميذ عندما يكون عنده واجبات كثيرة وعديدة ، فلايستطيع أن يكتبها جميعاً ، لأنه يريد أن يلعب وأن يستمع ويشاهد وينام .

واحرص أن يكون الواجب المنزلي كالذي شاهد حله في الفصل ، حتى يحاول أن يعتمد على نفسه ولا يحتاج أهله أو وغيرهم . ممَّا يجعله يحب الرياضيات ويقول : إنها سهلة وبسيطة .

عندما تصحح للتلاميذ الواجب المنزلي أكثِرْ من عبارات الثَّناء ، ولا تبخل في الدرجات، ولو كانت شكلية ، لأنَّ ذلك يبعثُ في نفس التلميذ الطُّمأنينة والاعتقاد بأنه يفهم الرياضيات .

والخطأ صححه بأسلوب لطيف، وقل للتلميذ المُخْطئ لو عَمِلت كذا لأعطيتك الدرجة الكاملة .

علِّم تلاميذك كيف يَدْرسُون في البيت وماهي الطريقة السليمة والصحيحة لكتابة الواجب المنزلي، بحيثُ تجعل الواجبَ المنزلي يُؤَدِّي دوره المطلوب .

فعندما يريد التلميذ أن يدرس ، درس الرياضيات مثلاً ، ويكتب الواجب الذي عليه ، أن يتبع التالي :

أ) يقرأ الدرس من الكتاب جيداً ، قراءةَ تمهُّلٍ وتمعُّن ، ويغيب القوانين والنظريات ، ثم يقرأ التمارين التي أجاب عنها المعلم في الفصل ، مع فهم الحل جيداً .

ب) يعيد حلَّ تلك التمارين ، واحداً بعد الآخر، مرة أخرى إما على المبيضة، أو على ورقة خارجية، ثم يقارن حلَّه مع إجابة المعلم،فإن كانت مطابقة لها ، حمد الله تعالى، وانتقل للفقرة التالية، وإن كانت غير مطابقة، أعاد القراءة والحَلَّ مرة أخرى ، حتى يطابق حلُّهُ حلَّ المعلم .

ج) ينتقل لكتابة الواجب بنفسه . إذا اتبع التلميذ هذه الطريقة ، بإذن الله تعالى سوف تكون إجاباته صحيحة .

أكثر من الاختبارات القصيرة حتى تشجع تلاميذك للاختبارات الأساسية سواءً كانت الشهرية أو الفصلية ، لأنه إذا اعتاد التلميذ علىالاختبارات فلا يهمه أيُّ اختبارٍ كان ، ويصبح لديه الاختبار كأنه بداية درس .

قلْ لتلاميذك أن مَنْ يأخذ درجتين أفضل مِمَّن يأخذ درجة واحدة ، وأن مَنْ يأخذ درجة واحدة ، أفضل مِمّن يأخذ صِفْراً ، لأن كل درجة عندنا تُضْرب بعدد ساعات المادة الأسبوعية أو الأمثال ، فتزيد من درجاتك أكثر .

اختر أكبر تلميذ ، وأكثرهم حركة وشغباً ، واجعله مسؤولاً عن الفصل،واشعره أنك صديقاً له،وأنه أَحَبُّ التلاميذ إليك، فيساعدك على ضبط الفصل وخاصة عند تأخرك أو غيابك، ويسيطر على جميع التلاميذ، ويوجههم إلى محبتك وسماع كلامك واحترامك . ثم فيما بينك وبينه ، في بعض أوقات فراغك ، حاول توجيهه التوجيه الصحيح والسليم ، فَيصْلُح ويصبح من أفضل التلاميذ ، ومن المجتهدين في مادتك .

اعمل كمسؤول الشرطة في مدينة مـــا ، عندمـــا يصـــادق النشـــالين والأشرار. فيطلب منهم أن لايقوموا بأي عمل من هذه الأعمال في هذه المدينة . فتنعم مدينته بالأمن والأمان ، ويمكن لمسؤول المدينة أن يقـــوم بإصلاح هذه الفئة من الناس ، ويبدأ ذلك من داخل سجن المدينة بالتعليم والتثقيف ، وأَحمدُ الله العلي القدير أن كنتُ أَحَدَ المعلمين والمتبرعين ، في مدينة ما ، لإصلاح مثل هذه الفئة من الناس ، منذُ أربع وأربعين عاماً .

أذكرك أيها المعلم، بأنه إذا أجبت عن مسألة أو تمرين ما ، إجابة خاطئة، وعرفت ذلك بعد خروجك من قاعة الدرس ، قُمْ في الدرس التالي بتذكير التلاميذ عن ذلك التمرين أو المســـــــالة وصححه لهم .

إن هذه الطريقة تجعل التلاميذ يثقون بإجاباتك تماماً ويفاخرون بها أمام تلاميذ المعلمين الآخرين لمادة الرياضيات أو غيرها . يقولون بأنفسهم لو كان الجواب غيرَ صحيحٍ لأبلغنا الأستاذعنه.

أخي المعلم بهذا الأسلوب ستصبح من المعلمين الموثوقين ، ومن المتفوقين علمياً واجتماعياً .

ثالثاً: تدريس الرياضيات في المرحلة الثانوية

أخي المعلم وضِّح لهم أهمية كلّ موضوعٍ من مواضيع الكتاب وأنهم بحاجةٍ ماسةٍ إليه . وكن مستعداً للإجابة عن أي سؤال علمي حول موضوع الدرس ، أو غيره . يجب عليك إيهام التلاميذ بأن لديك بحراً من علوم المعرفة والرياضيات .

اسأل عن التلميذ الغائب، لأن زملاءه سوف يقولون له إن الأستاذ الفلاني سأل عنك ، مما يدل أنه يحبك . وعند حضوره، افهم منه فيما بينك وبينه، عن سبب غيابه . إنْ كان هناك إمكانية مساعدته ، فأعِنه . قد يكون عنده مشكلة إجتماعية،أو بيئية، أو مادية،أو معنوية ، أو... ، فقدم له ماتستطيع .

فيشعر بذلك مجموعة تلاميذ فصلك ، أنك تحبهم جميعاً، وأنك أبٌ رحيمٌ لهم ، فيبادلونك المحبة ، وبالتالي تكون أنت سبباً لمحبتهم الرياضيات .

حُلْ المسائل والتمارين المفيدة والهامة مُتدرِّجاً من السهل فالأصعب فالأصعب . واطلب منهم واجباً منزلياً مختصراً ، وقابلاً للحل ، بحيث يكون عند التلميذ الوقت الكافي لحله ، والإجابة عن باقي الواجبات الأخرى . أي لاتفكرفقط ، أن هذا التلميذ لايوجد عنده واجبات سوى واجب الرياضيات ! هذا يسبب له أن يؤدي واجباً ويترك آخراً ، وهذا في غير مصلحة التلميذ ومصلحتك .

شجِّع جميع التلاميذ على المشاركة في الدرس ، وأن ينشغلوا معك وينسوا

كلَّ ما هو موجود خارج قاعة الدرس . فيتفاعلون معك تماماً ، ويفهمون الدرس جيداً . شجِّع جميع التلاميذ على كتابة الواجب كاملاً ، وبين لهم كيفية الإجابة عن الواجب وذلك باتباع التالي:

أ) يقرأ الدرس من الكتاب جيداً ، قراءةَ تمهُّلٍ وتمعُّنٍ، ويلخص الفقرات الهامة منه، ويُغيِّب ما يلزم منها ، ثم يقرأ التمارين التي أجاب عنها المعلم في الفصل، وكذلك الأمثلة المحلولة في الكتاب، مع فهم الحل جيداً .

ب) يعيد حلَّ تلك التمارين ، واحداً بعد الآخر ، مرة أخرى إما على المبيضة ، أو على ورقة خارجية ، ثم يقارن حلَّه مع إجابة المعلم، فإن كانت مطابقة لها ، حمد الله تعالى ، وانتقل للفقرة التالية ، وإن كانت غير مطابقة ، أعاد القراءة والحَلَّ مرة أخرى ، حتى يطابق حلُّهُ الحلَّ الصحيح .

ج) ينتقل لكتابة الواجب بنفسه . إذا اتبع التلميذ هذه الطريقة، بإذن الله تعالى سوف تكون إجاباته صحيحة ، ويثق بنفسه في فهم الرياضيات والإجابة الصحيحة عنها، ويؤهِّلُه ذلك لدخول الاختبار . بين لهم طريقة الاستنتاجات الرياضية ، وكيف يمكن ممارستها، حتى يتدربوا على البرهنة والاستنتاجات والاثباتات الصحيحة ، حتى إذا سُئِلَ أحدهم سُؤالاً جديداً لم يمر على مثله، استطاع أن يعالجه ويجيب عليه الإجابة الصحيحة والمناسبة . لأنك تَعْلَم في هذه المرحلة كثيراً ماتأتي مسائل وتمارين تناسب فكرةً رياضيةً معينةً ، ولم يُطرح مثلها من قبل .

وتأكيد ذلك لو اطلعت على أسئلة الاختبارات في السنوات الأخيرة ، والمسائل في بعض الكتب المساعدة لوجدت الجديد الكثير .

أذكر على سبيل المثال أن مدرساً في الفيزياء أعطى تلاميذه في الصف الأول الثانوي عام ١٩٥٥م ، أسئلة اختبار ، مسألة منها فيهـــا طلـــب واحد عليه عَشْرُ درجات من أصل ١٠٠ درجة على ورقـــة الاختبـــار الكاملة، ولا يمكن حل هذا الطلب إلا باستنتاج قانون مناسب غير موجود في الكتاب .

بهذا الأســــلوب يكون الطالب الذي حصل على الدرجة الكاملة، فعلاً مستحقاً لها بجدارة ، وليست الدرجات الكاملة في متناول أي تلميذ .

لابأس أن تُكثر من علاقاتك الاجتماعية مع التلاميذ وأوليائهم ، بأن تزورهم في البيوت حسب الإمكانات ، مما يسبب الإلفة والمودة بينـــــك وبين تلاميذك .

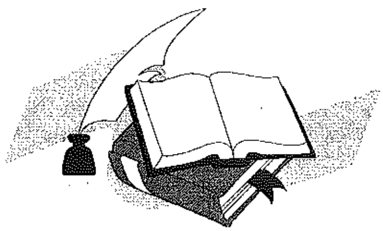
لاتستخدم عقوبة الضرب أو الحرمان بل يكفي التأنيب الهادئ إن لـــــزم الأمر، أو يافلان ، أنا أكلِّم والدك أو عمك أو ... أو أنا أزعل منـــك . أي كعقوبة التعزير في الشريعة الإسلامية .

لقد سمعتُ أن بعضَ المعلمين،يعاقبون بعض تلاميذهم بأن يكتبوا موضوعاً مؤلفاً ، من صحيفة أو صحيفتين ، ثلاثين مرة ، أو يجيب علـــى جميـــع تمارين فقرة ما ، من تمارين الكتاب ، وقد يكون عدد هـــذه التمـــارين عشرين أوثلاثين تمريناً ، علماً بأنك تعلم علم اليقين أن كثيراً منها متشابه ؟ مافائدة هذا العقاب ؟

أليس هو تضييعاً للوقت، والمال (من ورق وحبر) ؟ والتلميذ يحقد على ذلك المعلم .

لذلك أخي المعلم كن حكيماً ، عدلاً ، براً ، رؤوفاً ، رحيماً، هــؤلاء التلاميذ أبناؤك ، بل اعتبرهم أغلى من أبنائك ، لأنك باحترامهم تحترم أهاليهم فيحبك الجميع .

++++++++++++++++



الفصل الرابع

جزء من الوسائل الرياضة والأنشطة

إليك بعض نماذج من الأمثلة وليست على سبيل الحصر :

١ـ الأسهم والأسناد :

إذا كنت في مدينة ما، وأردت أن تدرس بحث الأسـهم والأسـناد، ولا يعرف التلاميذ معنى الشركة ، فاطرح عليهم مشـروعاً كبـيراً بحيـثُ لايستطيع فرد من الأفراد القيام به لمفرده،مثلاً تنوير المدينة،

وسمِّ ذلك المشروع ، شركة الكهرباء ، واطرح عليهم كم تُكَلِّف، ومَنْ يقوم بتمويلها ، هذا يؤدي إلى تقسيمها إلى أسهم. وبعد العمل، إذا أراد أحد المساهمين الخروج منها،كيف يستطيع الخروج ؟ لأنه لايستطيع أخذ بابٍ أو نافذةٍ أو محول ... مثلاً .

ممّا يلزم أن يكون هناك مكان خاص لبيع الأسـهم، وهـذا مانسـميه السِّمْسار، وثمن الشراء أو البيع عن هذا الطريق قد يكون أقل من القيمة الاسمية أو أكثر ؟ حسـب وضع الشركة الإقتصـادي والمالي .

فيتعرف التلاميذ على : الأسهم – القيمة الإسمية للسهم – القيمة الحقيقة للسهم – الربح أو الخسارة – السَّمْسرة .

ثم تبين لهم الأسناد،وهي إذا احتاجت الشركة لمبلغٍ من المال أثناء عملها، بعد نفاذ جميع الأسهم ، ماذا تعمل؟ الحل هو أن تستدين المبلغ اللازم بشكل أسناد .

٢ ــ الآلة الحاسبة :

هي مثالٌ واضح على العمليات الثنائية (قوانين التشكيل) في نظام معين . مثل عمليات الجمع – الطرح – الضرب – القسمة – الجـــذر – اللوغارتم – النسبةالمثلثية – المضروب (العاملي) .

فإن كان الناتج هو عنصر من عناصر المجموعة ظهر لك على الشاشـــة ، وتقول هذه النتيجة . أما عندما يكون خارج المجموعة تعطيك الآلة إشارة E .بمعنى Eror أي خارج نطاق المجموعة .

من أمثلة ذلك :

- قسمة عـــدد على صفر ، غير موجود أي غير معرف .
- لوغارتم العـــــدد صفر ، غير موجود أي غير معرف .
- ظِلُّ الزاوية ٩٠ درجة ، غير موجود أي غير معرف .
- ظِلُّ تمام الزاوية(٠)درجة ، غير موجود أي غير معرف .

٣ــ الجذور :

أبرز دور علماء الرياضيات المسلمين ، بأنهم هم الذين وضعوا علامة (إشارة) الجذر $\sqrt{\quad}$ (وهو العالم القلصادي من مواليد ١٤٦٢م). وذلك بالتسلسل التالي :

– أولاً كتبوا جذر العدد ... .

– ثانياً كتبوا ج العدد ... .

– ثالثاً كتبوا ∛ العدد ... .

– رابعاً كتبوا √ العدد .

ولمعرفة معنى الجذر التربيعي ، تطرح عدداً من الأمثلة، معرفة مســاحات عدة مربعات مختلفة . ومنه تصل إلى أنه إذا علمنا طول ضلع المربع عرفنا مساحته . ولو كان العكس ، أي لدينا مربع معلومَ المساحة ، كيف يمكننا معرفة طول ضلعه ؟ بحيثُ نأخذ عدة مربعات مساحاتها مربعات لأعداد صحيحة .

وكذلك الجذر التكعيــبي هو طول ضلع مكعب معلوم الحجم .

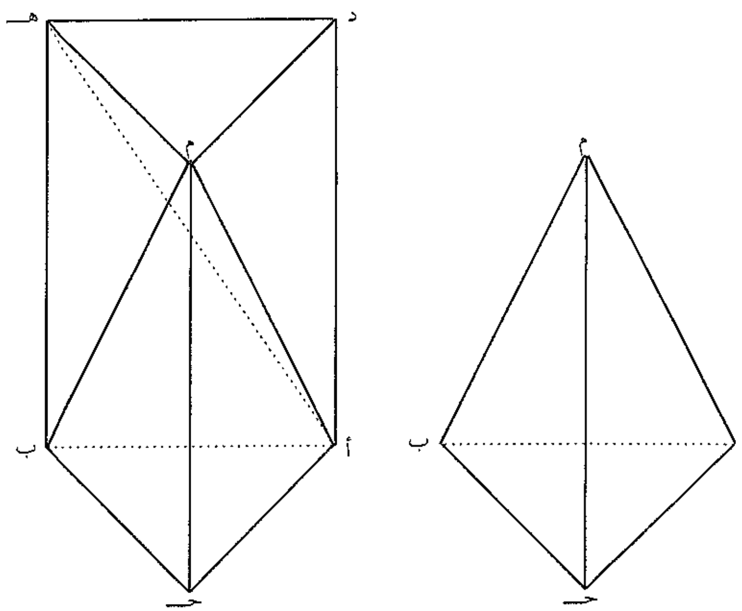
٤ــ حجم الهرم :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

تأخذ مجسماً ، موشور ثلاثي، ومجسم هرم ثلاثي له نفس قاعدة الموشور، ونفس ارتفاعه . يكونان من الخشب أوالبلاستيك .

الموشورالثلاثي أ ب حــ د هــ م قاعدته أ ب حــ وارتفاعه بُعْد م عن مستوي القاعدة أ ب حــ .

والهرم م – أ ب حــ قاعدته أ ب حــ وارتفاعه بُعْد م عن مستوي القاعدة أ ب حــ .



هرم ثلاثي **موشور ثلاثي**

شكل رقم ((٢))

نصل في الموشور الرأس م بالرأس أ، وبالرأس ب، فينقسم الموشور الثلاثي إلى الهرم الثلاثي م – أ ب حـ ، والهرم الرباعي م – أ ب هـ د .

وعند وصل أ هـ قطر الوجه أ ب هـ د، ينقسم الهرم الرباعي السابق إلى هرمين ثلاثيين هما م –أ د هـ ، م– أ ب هـ ، المتكافئين لتساوي قاعدتيهما واشتراكهما بالارتفاع ولكن الهرم م – أ د هـ هو مكافئ للهرم م – أ ب حـ تماماً .

وبالتالي انقسم الموشور الثلاثي المفروض إلى ثلاثة أهرامات ثلاثية كل منها يكافئ الهرم الثلاثي الأصلي . وبذلك تتحقق النظرية التالية:

حجم الهرم يســــاوي ثُلُثَ مســاحة القاعدة × الارتفاع

نلفت نظر التلاميذ بأن الهرم الرباعي يمكن تقسيمه إلى هرمين ثلاثيين بواسطة أحد قطري القاعدة ، وكل منهما يساوي ثلث حجم الموشور الثلاثي الموافق له . وكذلك الهرم الخماسي ينقسم إلى ثلاثة أهرامات ثلاثية وذلك بتقسيم القاعدة إلى ثلاثة مثلثات . وهكذا بالنســـبة لباقي الإهرامات .

ملحوظة :

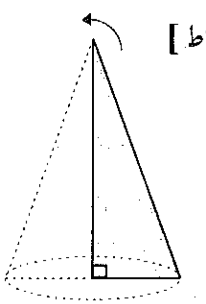
يمكن جعل الهرم الثلاثي من البلاستيك المفرغ ، ويُملأ بسائل ، ونصنع موشوراً ثلاثياً مفرغاً ، له نفس القاعدة والارتفاع للهرم الثلاثي .
نسكب السائل المملوء في الهرم ، في الموشور ، ونعيد ملأ الهرم بالسائل ونفرغه في الموشـــور ، ثم نكرر العمل مرة ثالثة .
نلاحظ أن الموشور الثلاثي قد امتلأ ، مما يدل أن حجم الموشور يساوي ثلاث مرات حجم الهرم .

٥ ـــ الحجوم بطريقة التكامل :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

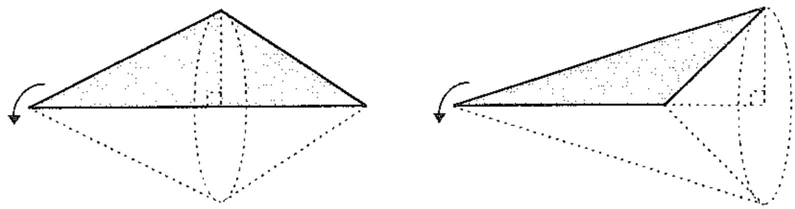
يمكن تصميم أشكالاً هندسية بحيث تحوي :

أ) دوران مثلث قائم حول أحد ضـــــلعيه القائمين، يشـــــكل مخروطاً دورانياً قائماً.

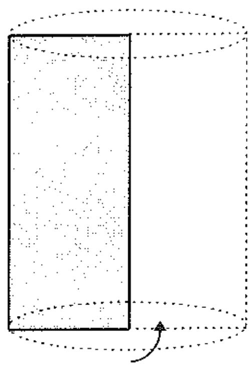


شكل رقم ((٣))

ب) دوران أي مثلث حول أي ضلعٍ فيه يشكل مجسماً مخروطياً، مؤلفاً من مخروطين دورانيين قائمين رأساهما على ذلك الضلع ونصف قطر قاعدتيهما بُعد الرأس الثالث عن هذا الضلع . إما يكونـــا مجتمعـــين أو متداخلين كما في الشكل رقم -٤- .



شكل رقم ((٤))

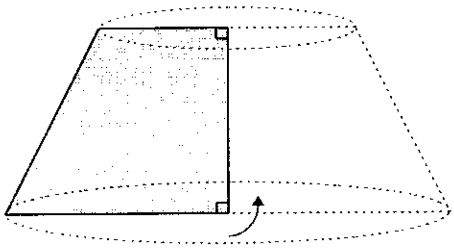


ج) دوران مستطيل حول أحدأضلاعه، يشكل أُســـــطوانة دورانية قائمة .

شكل رقم ((٥))

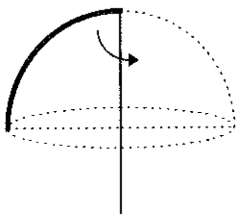
د) دوران شبه منحرف قائم الزاوية حول ضلعـــه القـــائم ، يشـــكل مخروطاًدورانياً ناقصاً ، نصف قطري قاعدتيه ، قاعدتا الشبه المنحرف ،

وارتفاعه ذلك الضـــــــلع القائم لشـــــــــبه المنحرف .



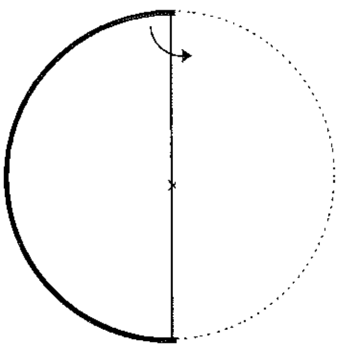
شكل رقم ((٦))

هـــ) دوران قوس من دائرة حول مستقيم مار من أحد طرفيه،ومركز دائرة القوس، يشـــكل قُبَّةً كـــــــــروية .



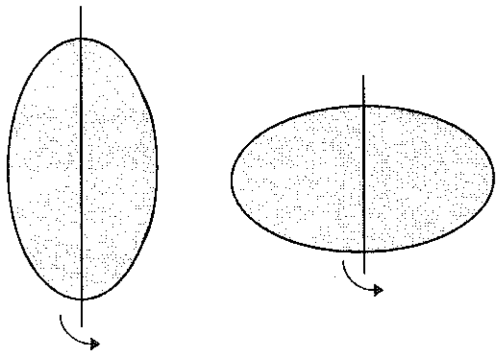
شكل رقم ((٧))

و) دوران نصف دائرة حول قطرها ، يشـــــــــــــــكل كرةً .



شكل رقم ((٨))

ز) دوران قطع ناقص حول محوريه، يشـــــكل مجسماً كُـــــــــرويًا. كما في الشـــــكل رقم -٩- .



شكل رقم ((٩))

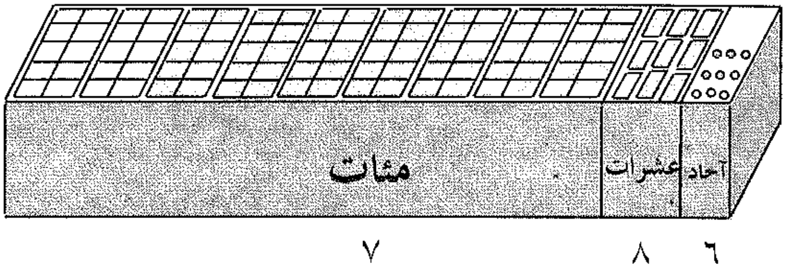
٦ ــ الحركات :

أخي المعلم بيِّن لتلاميذك أهمية الحركة وعناصرها مثل السرعة والمسافة والتسارع والزمن ، وأنواع الحركات مثل الحركة المســتقيمة ، الحركـــة المستقيمة المنتظمة ، الحركة المتغيرة ، الحركة المتغيرة بانتظام ، الحركـــــة المنحنية، الحركة المنحنية المتغيرة بانتظام، الحركة الرأسية (الشاقولية) ، والحركة الدورانية، والحركة اللولبية (وهي مجمـــوع حركتـــين دائريـــة ومستقيمة)، وفي التصادم كيف تكبر القوة بأضعاف مضاعفة حســـب السرعة، ومن أمثلة ذلك تصادم السيارات وكيفية تأثيرها.

وكيف نستفيد من الحركة المنحنية في حركة القذائف ، وكيف يكـــون خلف تلٍ أوجبل هدف ما، ونطلق عليه قذيفة فتصل إليه ، وذلك بتحديد السرعة الابتدائية وزاوية ارتفاعها ، وبقدر ما يكون الحســـــاب دقيقاً، تصيب القذيفة الهدف المقصود .

٧- تعليم العَدّ والعقود :

يمكن تَصْميم قِطعةً خشبيةً أوبلاستيكية على الشكل التالي رقم -١٠-:



شكل رقم ((١٠))

الآحاد : تحوي تســـعة ثقوب كل ثقب يمكن إدخال عود نكاش الأسنان المبروم .

العشرات: تحوي تسع فتحات مســتطيلة كل فتحة يمكن إدخال علبة تتسع لعشرة أعواد فقط .

المــئات: تحوي تسع فتحات مســتطيلة كل فتحة يمكن إدخال علبة تتسع لعشرة علب من علب العشرات .

الألوف : فتحة واحدة مســتطيلة الشكل يمكن إدخال فيها علبة تتسع لِعَشرة علب من علب المئات .

تبين هذه الوسيلة أن كل مرتبة (أو خانة) لاتتسع لأكثر من رقم تسعة.

فنقول للتلميذ ضع أكثر من تسع أعواد في مرتبة الآحاد ، لايستطيع .

فيتبين له عملياً أنه عندما يصبح العدد عشرة يجب وضع بدلاً منه رقم واحد في مرتبة العشرت ، ومثلها مَرْتبة العشرات ، ومَرْتبة المئات .

٨ ــ العدد السالب :

بعد تعريف العدد السالب ، وضح لهم لماذا ضَرْب عدد سالب بآخر مثله هو عدد موجب ؟ أَكْثِر من الأمثلة في هذا المضمار، لأن هذه القـــاعدة مهمة جداً لدى أذهان التلاميذ .

مثال :

عدد الأيام القادمة نرمز لها بموجب ، والسابقة بســالب ، وصرف المبالغ بسالب ، والحصول عليها بموجب . فنقول :

نصرف كل يوم ٥ ريالات ،كم يكون معنا بعد ٦ أيام ؟

الجواب : نكون قد صرفنا ٥×٦ = ٣٠ ريالاً. أي سالب لأنه صرف، ونكتب -٥×+٦= -٣٠ . وكم يكون معنا قبل ٤ أيام ؟

الجواب : يكون معنا ٥×٤=٢٠ريالاً. لأنه قبل ٤أيام كان معنا ٢٠ريالاً، والآن ليس معنا شيء حيث صرفناهم . ونكتب -٥×-٤ = +٢٠ .

٩ــ العدد مالانهاية :

نضع رقم (١) في أيسر السبورةونضع على يمينه أصفاراً بالتدريج ونسأل كل مرة عن العدد الناتج ، حتى نتوصل بالأصفار إلى يمـــين الســبورة . نقول هذا العدد الناتج لايستطيع أحدٌ منكم قراءته ، حتى ولو كتبناه على شكل قوة، يكون عدد أصفار الأس كبير جداً ، إن هذا العدد صغيرٌ جداً

بالنسبة للعدد مالانهاية ، والتي نرمز له بالرمز ∞ .

مثال آخر:

سطل من الماء، نعدُّ قطرات الماء فيه، طبعاًيكون كبيراً، فلوكان بدلاً من السطل برميلٌ أو خزان ماءٍ أو نهرٌ أو بحرٌ . فهذا لايمكن للعقل البشري أن يتصـــــور عدد نقاطه ، نقول :

إن هذا العدد أقل بكثير من العدد مالانهاية، أي ∞ هو عدد غير محدود.

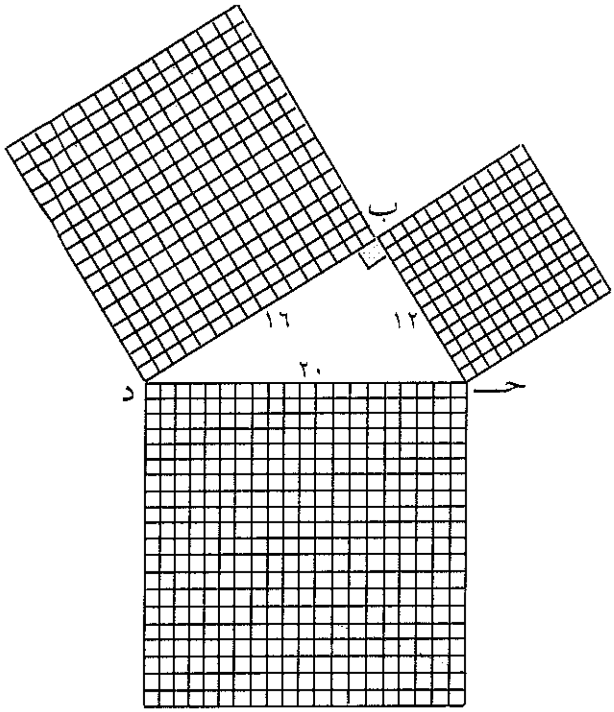
١٠ ــ نظرية فيثاغورث :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

ارســـم على ورقة مقوى مثلثاً قائم الزاوية، أطوال أضلاعه هي ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠سم ، وارسم على كل ضلع مربعاً، ثم قسِّم أضلاع المثلث إلى أقسام طول كل قسم نصف سانتمتر ، وقسم كل مربــــع إلى مربعـــات متساوية طول ضلع كل منها ٠,٥ سم، ثم عُدَّ مربعات كل مربـــــع كبير على حِدَة، اجمع مربعات مربعي الضلعين القائمين،وقارن الناتج بعدد مربعات الوتر ؟ دون النتيجة .

كرر العملية مرة أخرى على مثلث قائم الزاوية ، أطوال أضلاعه ١٥سم، ٣٦سم،٣٩سم. دون النتيجة. ومثلث ثالث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ١٨ سم ، ٢٤ سم ، ٣٠ سم . دون النتيجة .

ومن الشـــــــــــــكل رقم -١١- نجد :



شكل رقم ((١١))

عدد المربعات التي في المربع الذي على الضلع ب جـ هي (١٤٤)

عدد المربعات التي في المربع الذي على الضلع ب د هي (٢٥٦)

عدد المربعات التي في المربع الذي على الضلع د جـ هي (٤٠٠)

نجد : ١٤٤ + ٢٥٦ = ٤٠٠ مربعاً صغيراً .

ملحوظة هامة :

يمكن تصميم لوحة في الكومبيوتر (الحاسب الآلي) على الشكل التالي :

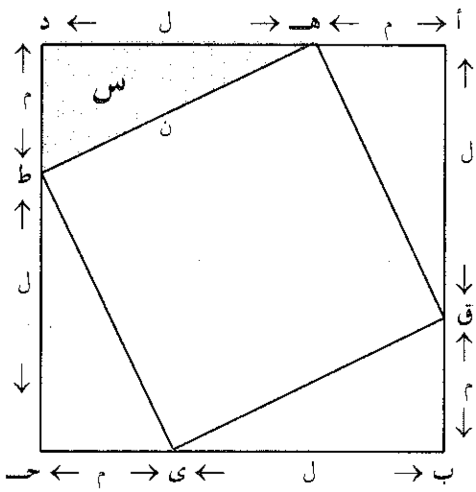
لوحة مخططة على شكل مربعات صغيرة أفقية ، ولوحة أخرى مخططة

على شـــكل مربعات مائلة، ونحدد عليها زاوية قائمة رأســـها للأعلى ونرقم ضلعيها ابتداءً من رأس الزاوية، ثم نبرمج هذا الرســـم بحيـــث عندما نحرك لوحة المربعات الأفقية تظهر المربعات الصغيرة لكـــــل ضلع من أضلاع المثلث القائم ، وكل مربع كبير بلون خاص .

كما في الشكل رقم -١١- الســـابق .

فكرة أخرى لبرهان نظرية فيثاغورث :

ارســـــم مثلثاً قائم الزاوية ، وسمِّهِ **س** أطوال أضـــــــلاعه ل ، م ، ن (ن طول وتره) . أكمل الشكل إلى مربع طول ضلعه (ل+م)، تحصـــل على المربع أ ب حـــ د . صِلْ النقطة هـــ إلى ق وَ ط ، وصِلْ النقطة ى إلى ق وَط . تحصل على المربع هـــ ق ى ط الذي طول ضلعه ن ، وحوله أربعة مثلثات قائمة، وكل منها يطابق **س** .



شكل رقم ((١٢))

بسهولة يمكن كتابة العلاقة التالية :

مساحة المربع أ ب حـ د = مساحة المربع هـ ق ى ط + مساحة أربعة مثلثات تطابق المثلث س .

أي : $(ل + م)^{٢} = ن^{٢} + ٤ \times \frac{١}{٢} \times ل \times م$

$= ن^{٢} + ٢ ل م$

بفك القوس الأول والترتيب والإختصار نجد :

$ل^{٢} + م^{٢} = ن^{٢}$

ومنه تتحقق نظرية فيثاغوث :

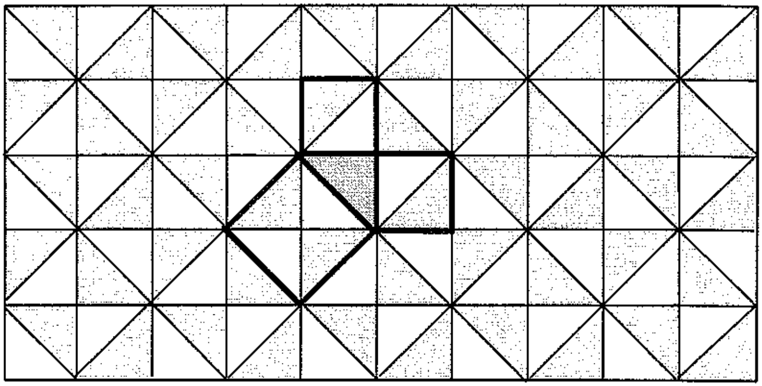
في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول الضلعين القائمين .

طريقة أخرى لإثبات نظرية فيثاغوث :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

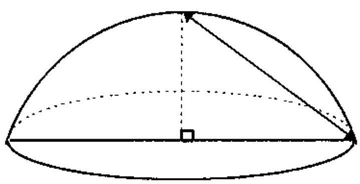
ارسم على ورق مُقوّى أو فلين، أو كرتون مضغوط، أرض غرفة مُبلَّطة ببلاط على شكل مثلث قائم متساوي الضلعين . ويا حبذا أن يكون البلاط من لونين مختلفين .

فنجد الشكل رقم -١٣- التالي :



شكل رقم ((١٣))

خذ أي بلاطة تجدها مثلثاً قائم الزاوية، وحدد المربعات التي على أضلاعه (هنا هي ذات الأضلاع الداكنة) تجدها تحوي :
كل مربع على ضلعه القائم يحوي مثلثين، والمربع الذي على وتره يحوي أربعة مثلثات، أي تساوي مجموع مثلثات الضلعين القائمين .



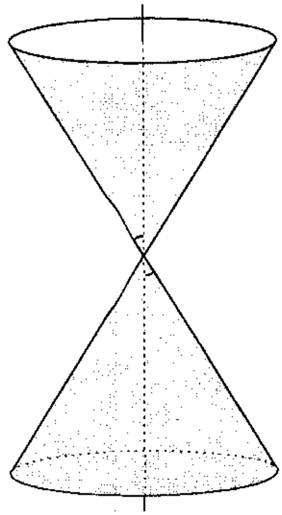
شكل رقم ((١٤))

١١ ــ القبة الكروية

تثير عند تلميذ إمّا أن يكون والده دهاناً أو لياساً أو... أي يحتاج معرفة مساحة قبة كروية أو حجمها .

فكيف يستطيع تحديد مركز كـــــرة القبة ، ونصف قطرها ، ونصف قطر دائرة القبة وارتفاعها،لمعرفة الحـــجم، والمساحة . تصل مع تلاميذك إلى أن معرفة وتر القبة الكروية يكفي ، لمعرفة المساحة . وبعد قيـــاس قطر دائرة هذه القبة ، يمكن حســـاب الارتفاع ونصف قطر الكرة .

١٢ـــ القطوع المخروطية



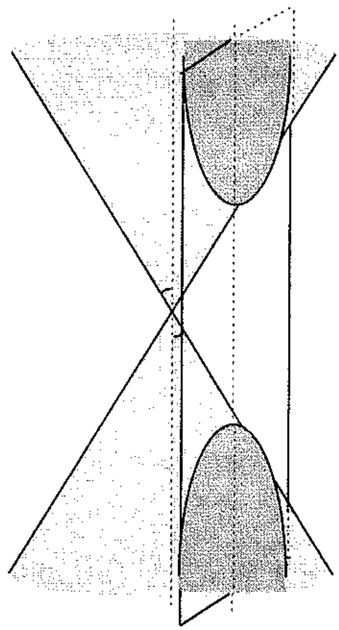
شكل رقم ((١٥))

القطوع المخروطية هي أشكال هندسية مستوية ، تنشأ من قطع سطح مخروطي بمستوى ما . أيها المعلم اصنع سطحاً مخروطياً كما في الشكل رقم(١٥)المجاور: وهو المجسم الفراغي الذي يولده دوران مستقيم حول مستقيم آخر قاطعٌ للأول وثابت ، بحيثُ تبقى الزاوية بينهما ثابتة أثناء الدوران . المستقيم الثابت يســـمى محور الســـطح المخروطي ، الزاوية الثابتة تسمى نصف زاوية السطح المخروطي ، المستقيم الدائر مُولِّد الســـطح المخروطي ، ونقطة التقاطع بين المستقيمين تسمى رأس السطح المخروطي .

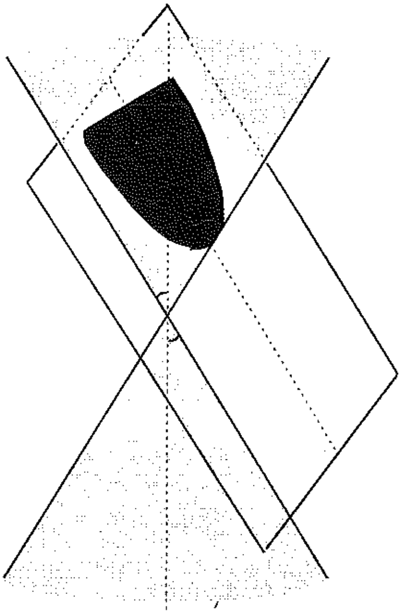
(لاحظ أن السطح المخروطي يتألف من فرعين)

عندما نقطع سطحاً مخروطياً بمستوٍ ما، يوازي محوره يتكون في المستوي القاطع شكلاً هندسياً نســـــميه (قطعاً زائداً)، كما في الشـــكل رقم (١٦).

وعندما نقطع السطح المخروطي بمستوٍ يوازي أحد مولدات السطح المخروطي يكون شـــــكل المقطع (قطعاًمكافئاً) ، كما في الشكل رقم (١٧).

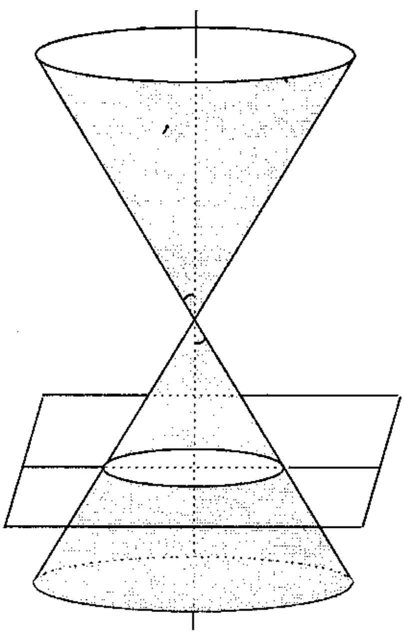


شكل رقم ((١٦))



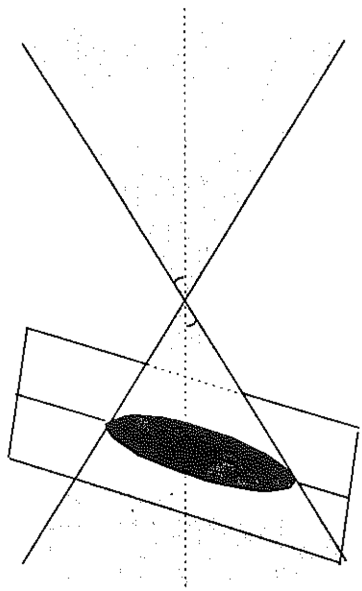
شكل رقم ((١٧))

وعندما نقطع السطح المخروطي بمستوىٍ عمودي على محوره يكون شـــكل المقطع (محيطَ دائرةٍ) . كــــما في الشكل رقم (١٨) .



شكل رقم ((١٨))

وعندما نقطع السطح المخروطي بمستوىً مائلٍ على محوره يكون شــــكل المقطع (قطعاً ناقصاً).
كما في الشـــــكل رقم (١٩) .



شكل رقم ((١٩))

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

يمكن إجراء تجربة عملية للأشكال الأربعة السابقة ، على النحوِ التالي :
اصنع مجسماً لسطح مخروطي مُصْمَتْ، من الخشب أو البلاستيك الأبيض، واجعل محوره معدنياً (ســـلك) بارز من الطرفين ٢ سم من كل طرف، ليساعدك على الحمل والغمس . وطول المحور ٣٠ سم .
أحْضِرْ وعاءً مناسباً واملأه بسائلٍ مُلون ، بأزرق ، أو بأخضر، أو بأصفر، أو بأحمر ، ... .
علق مجسم السطح المخروطي من طرفي محوره بقطعة مســـتقيم موازيـــة لمحوره ، ثم اجعل هذا المجسم ينزل في السائل حتى ينغمس قسماً منـــه ،

لاحظ أن سطح السائل يوازي محور السطح المخروطي ،ثـــم أخرجـه وشاهد لون السائل عليه .

ثم كرر العملية مرة أخرى بحيثُ يكون سطح السائل موازياً أحد مولدات السطح المخروطي ، ثم يكون محور السطح المخروطي عمودياً على سطح السائل ، ثم يكون محور الســطح المخروطي مائلاً على سطح السائل .

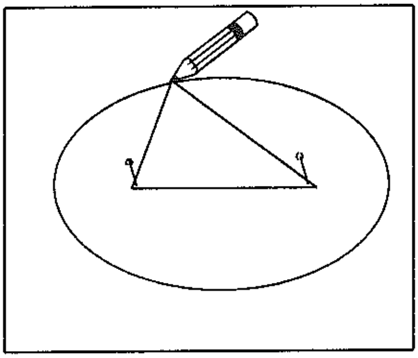
طريقة عملية لرسم القطع الناقص :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

أنت تعلم أن البعد بين البؤرتين في القطع الناقص يساوي ٢حـــ ، وأن مجموع بُعْدي أي نقطة من القطع عن البؤرتين يساوي ٢أ .

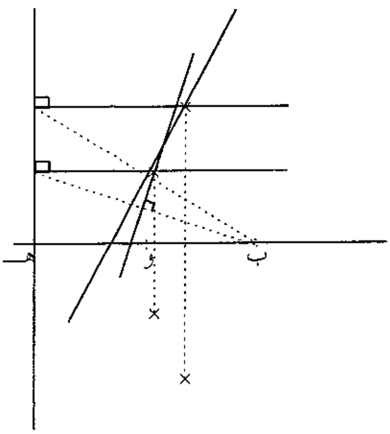
لذلك أحْضِرْ خيطاً ما ، طوله (٢أ + ٢حـــ)، واربط طرفيه ببعضهما. ثم ثبت دبوسين على ورقة مُقوَّى البُعد بينهما ٢حـــ ، يُكَوِّن الدبوسان بؤرتي القطع، واجعل الخيط يمر على الدبوسين وشُدَّ الخيط من أحد قسميه بقلم يلامس رأسه ورق المقوى . انظر الشكل رقم (٢٠) .

حرك رأس القلم على الورقة بحيث يبقى الخيط مشـــدوداً . عندما يدور بهذا الشكل دورة كاملة يرسم رأس القلم على الورقة منحنياً هو قطع ناقص . عرف عناصر هذا القطع .



شكل رقم ((٢٠))

طريقة رسم القطع المكافئ :

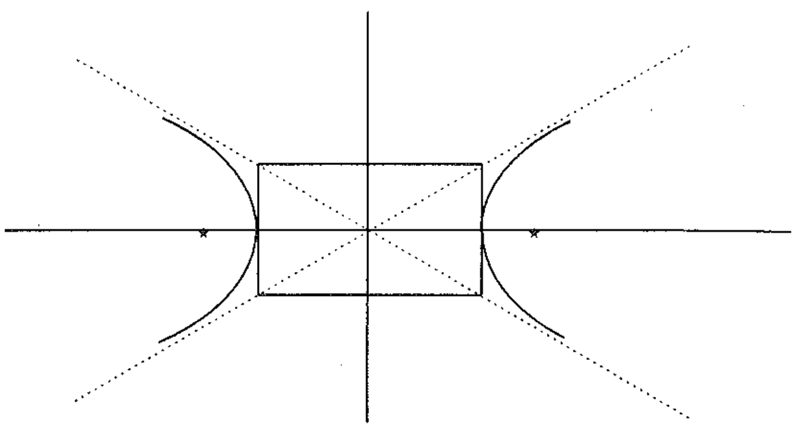


شكل رقم ((٢١))

ارسم في مستوي الورقة دليل القطع ومحـــوره وبؤرته وعين رأس القطع . من أي نقطة من الدليل ارسم عموداً عليه، ثم صِلْ هذه النقطة إلى البؤرة وارسم العمود المنصف لهذه القطعة ، فيتقاطع مع العمود السابق في نقطة هي من القطع .كلما غيرت النقطة على الدليل وجـــــدت نقطـــة مـــن القطع...وهكذا ...، ثم ارسم نظائر هذه النقط بالنسبة لمحور القطـــع لتحصـــل على الفرع الثاني . انظر الشكل رقم (٢١) .

طريقة رسم القطع الزائد :

ارسم محوري القطع، وعين بؤرتيه على المحورالقاطع لـــــه ، ثـــم عـــين مركزه(نقطة تقاطع محوريه)،ارسم مستطيلاًمركزه مركزالقطع، ومحوراه التناظريان محورا القطع، طوله ٢ أ ، يوازي محـــور القطـــع القـــاطع ، وعرضه٢ب ، قطرا المستطيل هما المستقيمان المقاربان للقطع ، ونقطتـــا تقاطع المحور القاطع للقطع مع المستطيل رأسا القطع . ثم ارسم منحنياً مناســـباً، مع العلم أن محوري القطع هما محورا تناظر للقطع . انظر الشكل رقم (٢٢) .



شكل رقم ((٢٢))

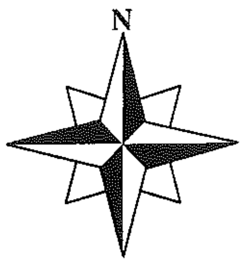
١٣ ــ القيم القصوى لدالة

يمكن تصميم لعبة في الكومبيوتر على الشكل التالي :

رسم ملعب مستطيل الشكل طوله يساوي ثلاثة أو أربعة أمثال عرضه ، نضع عشرين لاعباً في أحد العرضين ، والحكم يقف في منتصف الطول خارج الملعب، حاملاً صفارتهُ ومستعداً لإطلاقها . يطلق الحكم صفارته إيذاناً ببدء السباق، وعندما يشاهد الحكم أولَ لاعبٍ اقترب من العرض الثاني، يطلق صفارة الوقوف، فيقف كل لاعب مكانه ، فيتشكل من أماكن وقوف اللاعبين منحنياً ما .

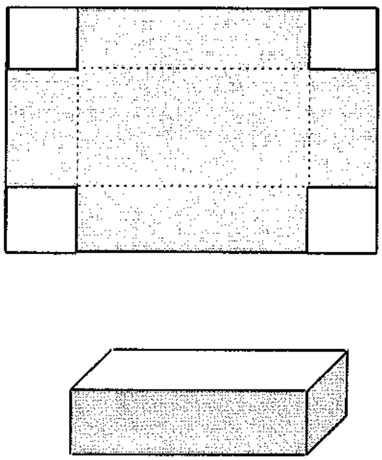
نقول أقرب لاعب للعرض الثاني هو القيمة القصوى العظمى، وأبعد لاعب هي القيمة القصوى الصغرى .

وبنفس الطريقة يمكن تحديد القيم العظمى المحلية، والقيم الصغرى المحلية .



[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بالنشاط التالي]

- وسيلة فيها تبين لِقيمةٍ ما متى تكون أكبر مايمكن ، أو أصغر مايمكن، وهي مثال على القـــيم المحلية لدالة :



شكل رقم ((٢٣))

تحضر قطعة من الورق المقوى على شكل مســـتطيل، وتقطع من زواياه الأربع مربعات متســـاوية، ثم تثني المستطيلات الأربعة الناتجة حـــول ضلعها المتصل بالمستطيل الأصلي ، فيتشكل معك علبة على شــــكل متوازي مســـتطيلات، مفتوحة من الأعلى، كرر العملية عدة مرات ، بحيث تغير في كل مرة، طول ضلع المربعات الصغيرة المقطوعة، ثم تسأل أي العلب أكبرحجماً، وكيف نعرف ذلك ؟ ، تصل مع تلاميذك للإجابة الصحيحة . انظر الشكل رقم - ٢٣ - .

١٤ ـــ الكسور العادية وتوحيد مقاماتها

عَرِّف الوحدة أوالواحدة . مثل تفاحة - برتقالة - ريال - قلم-كتاب - إنسان - .... (أحضر معك عدة تفاحات مع سكين) .

ثم خُذْ تفاحة واقسمها إلى نصفين ، وبين لهم النصف . يمكن إرجاع شَــكْل التفاحة بجمع نِصْفيها معاً ، ثم اقسم تفاحة أخرى إلى نصفين،

واقسم كُلَّ نصف إلى قسمين متساويين، بين لهم أن التفاحة انقسمت إلى أربعة أقسام متساوية ، فعرف لهم الربع . يمكن تكوين التفاحة من أربعة أرباع . وأن كُلَّ ربعين يشكلان نصفاً.وانتقل لتعريف الثلاثة أرباع. ثم اقسم كُلَّ رُبُعٍ إلى قسمين متساويين، بين للتلاميذ أن التفاحة انقسمت إلى ثمانية أقسام متساوية ، وعرف لهم الثُمُن . ثم اجمع ثُمُنين، ثلاثة، أربعة، خمسة،ستة، سبعة، ثمانية، واسأل في كل مرة ماذا يحصل معك ؟.

خذ بِيَدِ التلاميذ لتسجل ماحصلت عليه عملياً إلى الكسور المجردة التالية : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ الوحدة .

لو أعدت العملية مرة أخرى على تفاحة جديدة،وقسمتها إلى ثلاثة أقسام متساوية لحصلت على الثُلُث ، وبتقسيم كُلَّ ثُلُثٍ إلى قسمين متساويين حصلت على السُدُس ، عرف لهم كلاً من الثُلُث والسُدُس. وكيف إذا جمعت ثُلُثين ، أو سُدُسين، أو أكثر ماذا يحصل معك ؟ .

خذ بِيَدِ التلاميذ لتسجل ماحصلت عليه عملياً إلى الكسور المجردة التالية : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ الوحدة .

بهذه الطريقة ، يمكن أن تنتقل بتلاميذك ، إلى فكرة الجمع والطرح والضرب والقسمة للكسور العادية .

وإليك بعض التمارين :

– في الجمع :

$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$ ، $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨} + \frac{١}{٨} = \frac{١}{٤}$ ،

$\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}=١$ ، $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٤}=\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٨}=\frac{٧}{٨}$ ،

$\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}=\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}=\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}=١$ ،

$\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}=\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}=\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٣}$ ،

$\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}+\frac{١}{٦}=\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}+\frac{١}{٣}=١$ ،

$\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}+\frac{١}{٨}=١$ ،

لأن: $\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}=١$ ،

$١+\frac{١}{٢}=\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}=\frac{٣}{٢}=١\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}+\frac{١}{٢}=\frac{٣}{٤}$ ،

$١+\frac{١}{٤}=\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}+\frac{١}{٤}=\frac{٥}{٤}=١\frac{١}{٤}$.

- في الطرح :

$١-\frac{١}{٢}=\frac{١}{٢}$ ، $١-\frac{١}{٤}=\frac{٣}{٤}$ ، $١-\frac{١}{٣}=\frac{٢}{٣}$ ، $١-\frac{١}{٦}=\frac{٥}{٦}$ ،

$١-\frac{١}{٨}=\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}-\frac{١}{٤}=\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}-\frac{١}{٦}=\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}-\frac{١}{٨}=\frac{١}{٨}$ ،

$\frac{٣}{٤}-\frac{١}{٢}=\frac{١}{٤}$ ، $٢-\frac{١}{٢}=١+١-\frac{١}{٢}=١\frac{١}{٢}=\frac{٣}{٢}$ ، وهكذا ... .

- في الضرب :

$٢\times\frac{١}{٢}=١$ ، $٢\times\frac{١}{٤}=\frac{١}{٢}$ ، $٢\times\frac{١}{٨}=\frac{١}{٤}$ ، $٢\times\frac{١}{٦}=\frac{١}{٣}$ ،

$\frac{١}{٢}\times٢=١$ ، $\frac{١}{٤}\times٢=\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}\times٢=\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٦}\times٢=\frac{١}{٣}$ ،

$١\times\frac{١}{٢}=\frac{١}{٢}$ ، $١\times\frac{١}{٤}=\frac{١}{٤}$ ، $١\times\frac{١}{٨}=\frac{١}{٨}$ ، $١\times\frac{١}{٦}=\frac{١}{٦}$ ،

$٣\times\frac{١}{٢}=\frac{٣}{٢}$ ، $٣\times\frac{١}{٤}=\frac{٣}{٤}$ ، $٣\times\frac{١}{٨}=\frac{٣}{٨}$ ، $٣\times\frac{١}{٦}=\frac{١}{٢}$ ،

وهكذا ...

- في القسمة :

$١ \div \frac{١}{٢} = ٢$ ، $١ \div \frac{١}{٤} = ٤$ ، $١ \div \frac{١}{٨} = ٨$ ، $١ \div \frac{١}{٦} = ٦$ ،
$١ \div \frac{١}{٣} = ٣$ ، $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} = ٢$ ، $\frac{١}{٤} \div \frac{١}{٨} = ٢$ ، $\frac{١}{٣} \div \frac{١}{٦} = ٢$ ،
$١ \div ٢ = \frac{١}{٢}$ ، $١ \div ٣ = \frac{١}{٣}$ ، $١ \div ٤ = \frac{١}{٤}$ ، $١ \div ٦ = \frac{١}{٦}$ ،
$١ \div ٨ = \frac{١}{٨}$. وهكذا ...

أخي المعلم في جميع التمارين السابقة ، اكتب جزء التمرين قبل المساواة ، ثـم استخدم الطريقة الحِسّيةَ للحصول على النتيجة .

ثم أعط المثال التالي لبيان أهمية الكسور العادية في الحياة الاجتماعية :

نريد توزيع ثروة رجل مُتوفّى، ترك أباً وأمّاً وزوجةً وبنتاً. كيف نوزع هذه التركة ؟ .

معلوم أن للأم السُدُس ، وللزوجة الثُمُن، وللبنت النصف، والباقي للأب.

١٥ ــ الكومبيوتر(الحاسب الآلي) :

هو جهاز العصر وعلمه علم العصر، حيث يستند بشكلٍ أساسي على الرياضيات المعاصرة ، لأن لغته مبنية على أنظمة عددية غير النظام العشري (نظام العَدّ المعروف) ، مثل النظام الثنـــائي ، والثلاثـــي، الرباعي ، والثماني ، والسِتّ عْشري ، وهكذا ... .

وأبسط لغةٍ من لغاته هي لغة البيسك BASIC ، التي وضـــعت عام ١٩٦٣م ، وهي مشتقة من الأحرف الأولى للإســـــــــــم الكامل :

Beginners All Purpose Symbolic Instrucion Code

وكذلك من اللغات البســــــيطة أيضاً لغة الجوس GOSS أو إنتركوم INTERCOM ، ومن اللغات الأصــــعب لغة الفورتران FORTRAN ، والكوبول COBOL . وأرقى لغة هي لغة س بلص بلص C^{++} ، وهي اللغة التي كانت أســــــاس الوندوز، ولغة الفيجول بيســــــك Visual Basic، وهي أساس الوورد والأوفس ، ولغة الجافا Java وهي خاصة بتطبيقات الإنترنت .

وهذا الجهاز يتضمن جميع العمليات الرياضية المعروفة مهما كان نوعها، وشِفْرَةُ لغته هي الرياضيات المجردة . ويعمل على نظام المجموعات والزمر والزمر الجزئية... .

إذن الكومبيوتر آلة تستطيع أن تقرأ البيانات، وتكتبها ، وتقوم بعمليات حسابية منطقية دقيقة جداً بسرعة فائقة ، ويعمل كسائق آلي بدقةٍ متناهيةٍ لسفينة فضاءٍ ، أو صاروخٍ ، أو قمرصناعي ، أو طائرة بدون طيار .

ومجمل القول يستطيع الحاسب الآلي القيام بأعمالٍ رياضية ، يعجز عنها الإنسان ، مهما بلغ من القدرة والذكاء والذاكرة .

ومن الجدير بالذكر أن أول كومبيوتر ألكتروني وُضِعَ عام ١٩٤٦م .

١٦ ــــ المتراجحات في ك

أخي المعلم أحضر علبةً ما ، غير شفافة ، ضع فيها ماتريد ، ريالات، أو كرات صغيرة، أو حبات من الحمص ، ...كل ذلك أقل من عشرة . ثم اسأل التلاميذ كم في هذه العلبة ؟ تأتي الإجابات متباينة . منهم من يقول ٩، ومنهم من يقول ٨ ، ومنهم من يقول لايوجد شيء ، وهكذا ... ، افتح العلبة لِيُشاهدوا جميعاً مافيها . أخي المعلم غَـــيِّر ما بداخل العلبـــة وأعد السؤال عليهم مرة أخرى ، كرر العملية مرات عديدة . حتـــــى تصل إلى إجابة حل المتراجحة س < ١٠ في ك وهي المجمـــوعة :

س = { ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }

أو س ∋ { ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ } .

١٧ ــــ المتطابقات :

عَـــرِّف لهم المتطابقة، وما الفرق بينها وبين المعادلة سواء كانت بمتغير واحـــد أو بمتغيرين . عَدَدُ المتطابقات سبعةٌ ، نذكر منها مايلي :

- مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين = مربع الأول + ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

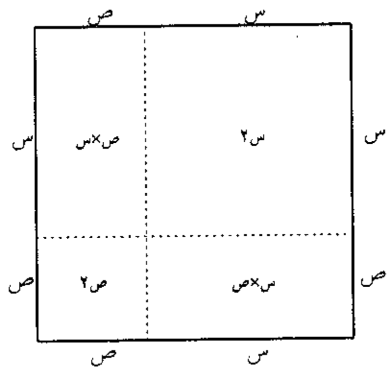
أي (س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

ارســـم مربعاً طول ضلعه س + ص من النقط الفاصلة بين القِطَع س وَص التي على أضلاع المربع ، ارسم موازيات لأضـــلاع المربع تحصل

على الشكل رقم - ٢٤- .

من الشكل نجد أن المربع الأصلي انقســـم إلى مربعين ومستطيلين متطابقين، إذن فالمتطابقة محققة .



شكل رقم ((٢٤))

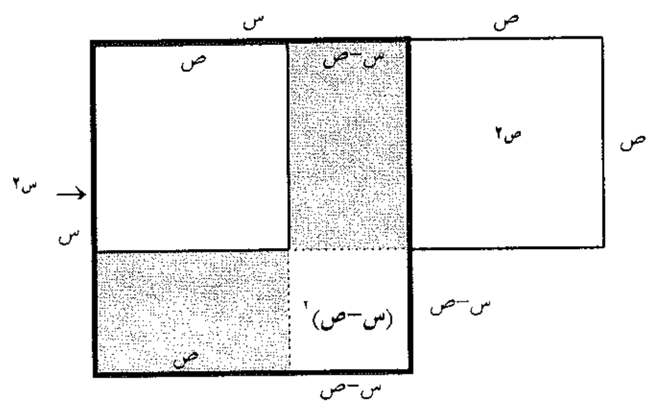
- <u>مربع فرق حدين</u>

مربع مجموع حدين = مربع الأول - ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

أي $(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢}$

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

ارســـم مربعاً طول ضلعه س ، وارسم بداخله في إحدى زوايا المربـــع الأول مربعاً طول ضلعه ص ، ثم مدد ضلعيه داخل المربع الأول حتى



شكل رقم ((٢٥))

يلاقيا ضلعي المربع الأول . ارسم مربعاً طول ضلعه ص خارج المربع الأول وعلى أحد الضلعين المقابلين لضلعي الزاوية التي رسمت فيها المربع الثاني الصغير . ضع قياسات المربعات والمستطيلات الناتجة على الشكل . تحصل على الشكل رقم -٢٥- .

لاحظ أن المربع الأصلي الكبير انقسم إلى مستطيلين متطابقين بعدا كل منهما: ص ، س – ص ، ومربعين ضلع الأول : ص ، وضلع الثاني: س– ص . فمن الشكل تجد:

$$س^٢ + ص^٢ - ٢س ص = (س - ص)^٢$$

$$أي \quad س^٢ - ٢س ص + ص^٢ = (س - ص)^٢$$

والمتطابقة محققة .

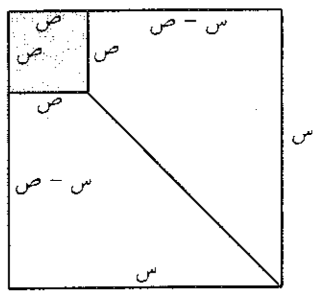
– <u>فرق مربعي حدين</u>

فرق مربعي حدين = مجموع الحدين ضرب طرحهما أي

$$س^٢ - ص^٢ = (س + ص) (س - ص)$$

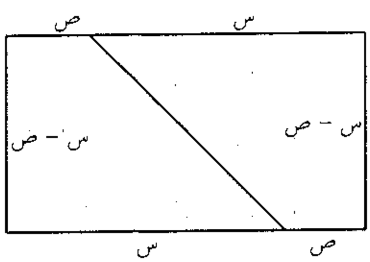
[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

ارسم مربعاً طول ضلعه الحد الأول س ، ثم اقطع من إحدى زواياه



شكل رقم ((٢٦))

=



شكل رقم ((٢٧))

مربعاً طول ضلعه الحد الثاني ص ، صِلْ رأسـي المربعين الطليقين ببعضهما كما في الشكل رقم -٢٦- السابق .

تجد مربعين وشبهي منحرفين قائمين ومتطابقين. إن مساحةالمربع الكبير مطروحاًمنه مساحة المربع الصغيرتساوي مجموع مساحتي شبه المنحرفين .

إذا قَلَبْتَ أحد شبهي المنحرف ، بحيث ينطبق الضلعان المائلان على بعضهما، حصلت على مستطيل بعداه (س+ص) ، (س-ص) كما في الشكل رقم-٢٧- السابق ، فمساحته تساوي (س+ص) (س-ص) وهي تساوي فرق مساحتي المربعين ، وبذلك تجد المتطابقة محققة .

يوجد طريقة أخرى لهذه المتطابقة .

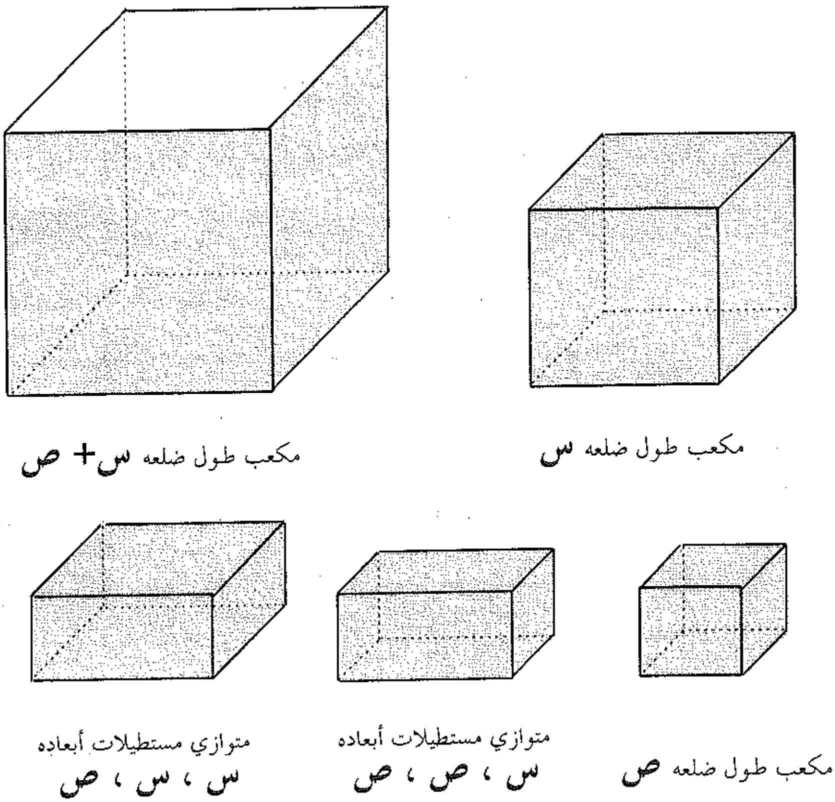
- <u>مكعب مجموع حدين</u>

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

النص: مكعب مجموع حدين = مكعب الأول+٣×مربع الأول × الثاني+ ٣ × الأول × مربع الثاني+ مكعب الثاني

أي $(س + ص)^{٣} = س^{٣} + ٣\ س^{٢}ص + ٣\ س\ ص^{٢} + ص^{٣}$

نصنع مكعباً مفرغاً طول ضلعه س + ص سم،ثم نصنع مكعبين الأول طول ضلعه س سم ، والثاني طول ضلعه ص سم ، كما نصنع ثلاثة متوازيات مستطيلات، أبعاد كل منها: س ، س ، ص سم، وثلاثة متوازيات مستطيلات، أبعاد كل منها: س ، ص ، ص سم، نطلب وضع المكعبين الصغيرين ومتوازيات المستطيلات الستة في المكعب الكبير المفرغ،



شكل رقم ((٢٨))

(خُذْ بعين الاعتبار الفراغات الصغيرة جداً بين هذه الأحجام)، تجد أن هذه الأحجام تملأ ذلك المكعب الكبيرمما يدل أن مجمـــوع حجومهـــا يساوي حجم المكعب الكبير. وبذلك تتحقق هذه المتطابقة .

١٨ ـــ المتوالية الحسابية والمتوالية الهندسية

إذا أردت أن تشرح المتوالية الحسابية فاطرح عليهم كيف يمكن معرفة مجموع أعداد تتغير بانتظام ، مثلاً مجموع الأعداد التي تقبل القسمة على ٧ والواقعة بين العدد ١٠ والعدد ١٠٠٠ .

وللمتوالية الهندسية مجموع قوى عدد مثل :

$٣^{١}$ ، $٣^{٢}$ ، $٣^{٣}$ ، $٣^{٤}$ ، $٣^{٥}$ ، $٣^{٦}$ ، ...... ، $٣^{\text{عدد ما}}$.

$(\frac{١}{٢})^{١}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٢}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٣}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٤}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٥}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٦}$ ، ..... ، $(\frac{١}{٢})^{\text{عددما}}$.

$(\frac{٢}{٣})^{١}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٢}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٣}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٤}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٥}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٦}$ ، ..... ، $(\frac{٢}{٣})^{\text{عددما}}$.

تتوصل من هذه الأمثلة لأهمية معرفة مجموع كل من المتوالية الحسابية والمتوالية الهندسية .

١٩ ـــ المثلث المطوي

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

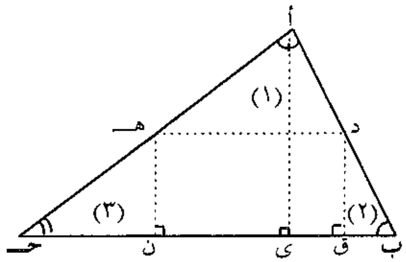
يُستخدم المثلث المطوي لإثبات النظريات التالية:

- مجموع زوايا المثلث الداخلية تساوي ١٨٠° .
- مساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة×طول الإرتفاع .
- قطعة المستقيم الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث تساوي نصف طول الضلع الثالث .

المثلث المطوي كما يلي:

ارسم أي مثلث سَمِّه أ ب حـ ، لتكن د منتصف الضلع [أ ب]،

وَ هـ منتصف الضلع [أحـ] ، من نقطتي التنصيف ارسم عمودين يقطعان الضلع الثالث بنقطتين مثل ق ، ن على الترتيب .



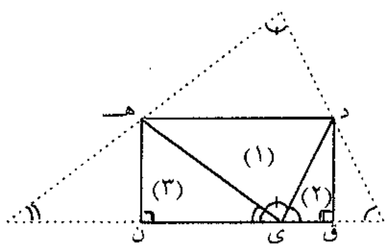
شكل رقم ((٢٩))

اثنِ:- المثلث (١) حول د هـ ،

- المثلث (٢) حول د ق ،

- المثلث (٣) حول هـ ن .

لاحظ أن الرأس أ ينطبق على الضلع [ب جـ] في النقطة ى . كذلك كل من الرأسين ب وَحـ ينطبقان على النقطة ى .



شكل رقم ((٣٠))

كما في الشكل رقم (٣٠) . تجد من هذا الشكل أن:

ب̂ = ق ى̂ د ، حـ̂ = ن ى̂ هـ ، أ̂ = د ى̂ هـ ،

|ب ق|=|ق ى| ، |حـ ن|=|ن ى| ، [أ ى] ارتفاع للمثلث الأصلي. وأن [د هـ] تقسم هذا الإرتفاع إلى قسمين متطابقين . مما سبق نستنتج أن :

- أ̂ + ب̂ + حـ̂ = د ى̂ هـ + ق ى̂ د + ن ى̂ هـ = ١٨٠° .

- مساحة المثلث أ ب حـ = ضعف مساحة المستطيل د ق ن هـ

= ٢ × |ق ن| × |ق د|

مساحة المثلث أ ب حـ = ٢ × (|ق ى| + |ى ن|) × $\frac{1}{2}$ |أ ى|

= (٢×|ق ى|+٢×|ى ن|) × $\frac{1}{2}$ |أ ى|

= (|ب ى| + |ى حـ|) × $\frac{1}{2}$ |أ ى|

= |ب حـ| × $\frac{1}{2}$ |أ ى|

= $\frac{1}{2}$ × |ب حـ| × |أ ى|

= نصف القاعدة × الإرتفاع

– |د هـ| = |ق ن| = $\frac{1}{2}$ |ب حـ| .

٢٠ـ المحلات الهندسية :

يمكن تكوين وسيلة خاصة لتوضيح فكرة المحل الهندسي لنقطة متحركة بشروط معينة .

توضح لتلاميذك معنى كلمة محل هندسي، وهو الشكل الهندسي الذي ترسمه نقطة هندسية عندما تنتقل بشروط معينة . منها :

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي ، التي تبعد عن نقطة ثابتة بُعداً (طولاً) ثابتاً هو محيط دائرة .

– المحل الهندسي لنقطة في الفراغ ، التي تبعد عن نقطة ثابتة بُعداً (طولاً) ثابتاً هو سطح كرة .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي ، التي تبعد عن نقطتين ثابتتين بعدين (طولين) متساويين هو محور القطعة المستقيمة بين النقطتين .

– المحل الهندسي لنقطة في الفراغ ، التي تبعد عن نقطتين ثابتتين بُعدين

(طولين) متساويين هو المستوي العمودي على القطعة المستقيمة بين النقطتين ومارًا من منتصفها .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي ، التي تبعد عن ضلعي زاوية بُعدين (طولين) متساويين هو المستقيم المنصف لهذه الزاوية .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي، التي تبعد عن نقطة ثابتة ، ومستقيم ثابت بُعدين (طولين) متساويين هو قطع مكافئ .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي ، التي تبعد عن نقطتين ثابتتين ، بحيثُ يكون مجموع بعديها عن هاتين النقطتين ثابتاً هو قطع ناقص .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي، التي تبعد عن نقطتين ثابتتين ، بحيثُ يكون فرق بعديها عن هاتين النقطتين ثابتاً هو قطع زائد .

– المحل الهندسي لنقطة في المستوي ، التي تبعد عن مستقيم ثابت بُعدين (طولين) متساويين هو مستقيمان متوازيان وموازيان للمستقيم المفروض.

٢١ ـــ محاور التناظر لشكل مستوٍ :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

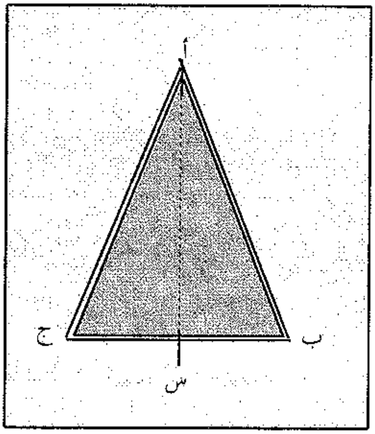
محور التناظر لشكلٍ مستوٍ هو المستقيم الذي يقسم الشكل إلى قسمين ينطبق كُلٌّ منهما على الآخر عند طَيِّه حول هذا المستقيم .

يمكن صُنع بعض الأشكال المستوية ، وإيجاد محاورها التناظرية .

إليك أيها المعلم بعضاً منها :

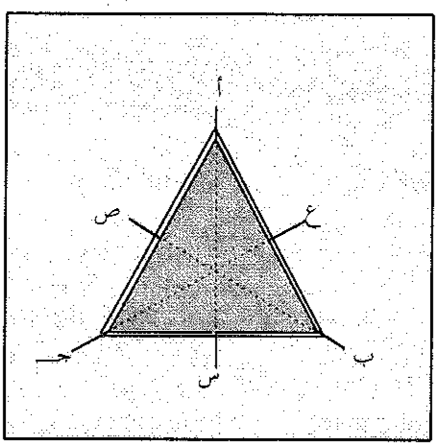
* احضر لوحاً من الفَلّين الذي له وجهين بلونين مختلفين ، ارسم عليه

مثلثاً متطابق الضلعين، وارســـم ارتفاع المثلث المتعلق بالقاعدة ، ثم افصـــل المثلث عن اللوح . وضع قطعتين من سلك، واحدة في رأس المثلث ، والثانية عند موقع الإرتفاع الســـابق ، ثم ثَبِّتْ هاتين القطعتين في نفس المكان في اللوح، عند تدويرك المثلث حول المحور (أ س) بزاوية ١٨٠° . تجد المثلث يملأ الفراغ الذي كان فيه ، وأن الرأس ب انطبق علىجـــ ، والرأس جـــ انطبق على ب . كما في الشكل رقم (٣١) .



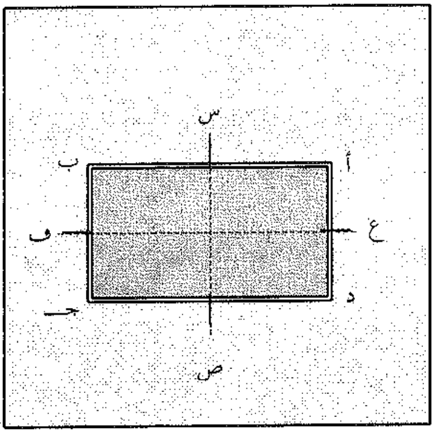
شكل رقم ((٣١))

★ أعد العملية برسم مثلث متطابق الأضلاع، بما أن أي ضلعين من هذا المثلث يشكل مثلثاً متطابق الضلعين، فنجد للمثلث المتطابق الأضـــلاع ثلاثة محاور تناظر هي ارتفاعاته . كما في الشـــكل رقـــم (٣٢) . حيثُ لو دَوَّرْنا هذا المثلث حول كلٍ من هذه الارتفاعات بزاوية ١٨٠°، لأخذ نفس وضعه السابق .



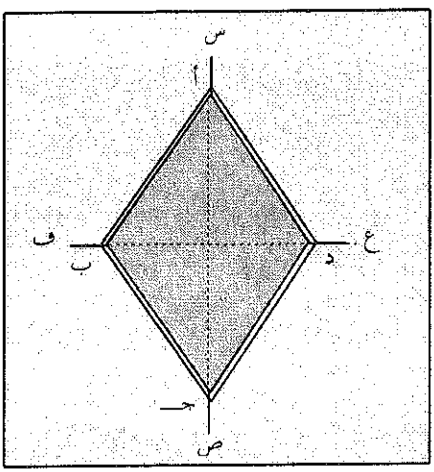
شكل رقم ((٣٢))

*أعد العملية برسم مستطيل ، وارسم مستقيمين ، أحدهما ينصف طوليه ، والآخر ينصف عرضيه ، إذا دورنا هذا المستطيل حول س ص بزاوية ١٨٠° ، لأخذ نفس وضعه السابق ، وكذلك حول ع ف . كما في الشكل رقم (٣٣) .



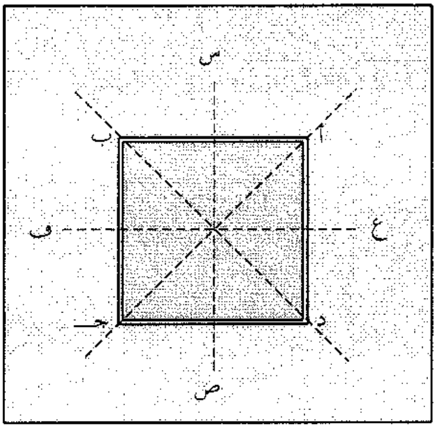
شكل رقم ((٣٣))

* استبدل المستطيل بمعين ، ارسم قطريه، إذا دَوَّرْنا هذا المعين بزاوية ١٨٠° ، حول كلاً من قطريه ، تجد أنه يأخذ وضعه الأول تماماً . كما في الشكل رقم (٣٤) .



شكل رقم ((٣٤))

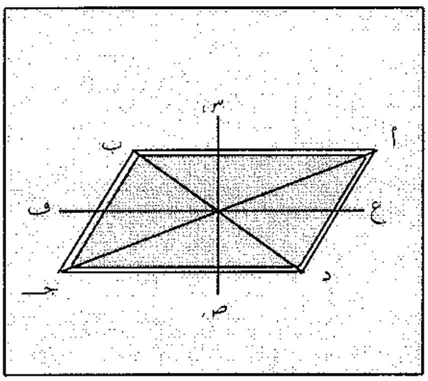
* استبدل المســـــتطيل بمربع ، تعلم أن المربع هو مســـــتطيل ومعين بآن واحــــد ، لذلك يجمع كلاً من محاورهـــــما . فتجد له أربعة محـــــاور . كما في الشـــكل رقم (٣٥) .
إذا دَوَّرْنا هذا المربع حـــول



شكل رقم ((٣٥))

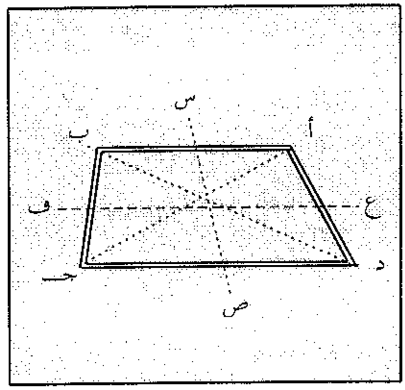
كلٍ من هذه المحاور الأربعة بزاوية ١٨٠°، يعود لوضـــعه الأول .

*إذا رسمت متوازي أضـــــلاع لما استطعت أن تجد محوراً تناظرياً له ، أي إذا دَوَّرْناه حول أي مستقيمٍ ما بزاوية ١٨٠°، فلايعود لوضـــــعه الأول .
كما في الشـــــــكل رقم (٣٦) .

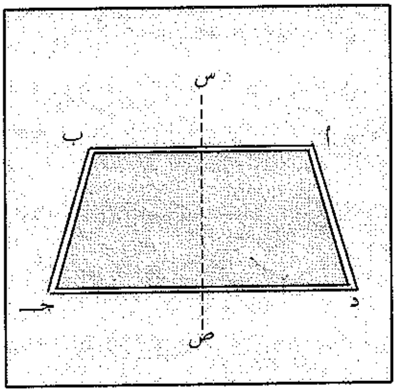


شكل رقم ((٣٦))

* ارسم شبه منحرف بشكل عام ، وحاول أن تجد مستقيماً يصلـــح أن يكون محور تناظر للشكل، أي : إذا دَوَّرْت شبه المنحرف هذا، حـــول ذلك المســـتقيم بزاوية ١٨٠°، فلا ينطبق على وضـــعه الأول .
إذن لايوجد له محاورتناظر . انظر الشـــــــكل رقم (٣٧) .

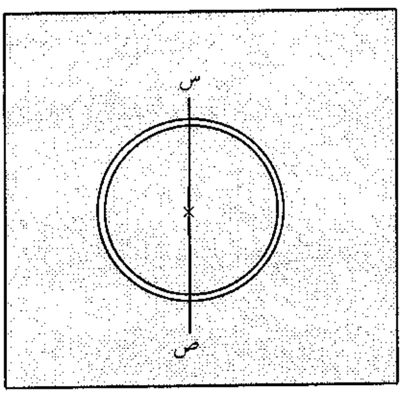


شكل رقم ((٣٧))



شكل رقم ((٣٨))

* ارسم شبه منحرف متطابق الضلعين ، تجد أن المســتقيم س ص المنصف لقاعدتيه محور تناظر له . أي إذا دَوَّرْنا شبه المنحرف المتطابق الضلعين بزاوية ١٨٠°، حول س ص فإنه يعود للوضع الأول تماماً . كما في الشــــــــكل رقم (٣٨).



شكل رقم ((٣٩))

* ارسم دائرة على اللوح ثم قُصَّها ، وخُذْ أي قطرٍ فيها وضــع قطعتي ســـــــلك في طرفيه ، وثبتهما في مكانيهما المناســبين في اللوح ، عند تدوير هذه الدائرة بزاوية ١٨٠°، تأخذ وضـــــــعها الأصــلي . كـــــما في الشكل رقم (٣٩) ، مما يدل على أن كلَّ قطر فيها هو محور تناظر لها.

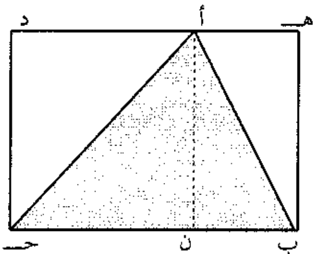
ملحوظة : يمكن تطبيق جميع الأشكال الســـــابقة باستخدام طريقة الطي على الشكل التالي:

ارسم أي شكلٍ تريده ، على ورقة ، ثم قُصَّ هذا الشكل ، واَطْوِهِ حول محور تناظره ، تجده ينطبق نصفاه على بعضهما تماماً .

٢٢ ــ مساحة المثلث :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

ارسم مستطيلاً على أي مثلث ، بحيث أحد بعديه قاعدة المثلث ، وبعده الآخر هو ارتفاع المثلث ، كما في الشـــكل رقم (٤٠). لاحظ معي أن ارتفاع المثـــلث، قسم المســـتطيل إلى مســـتطيلين. كل من الضلعين الآخرين للمثلث هو قطر في المستطيل الموافق له، فيقسمه إلى مثلثين متطابقين .



شكل رقم ((٤٠))

من الشـــكل رقم (٤٠) نستنتج أن :

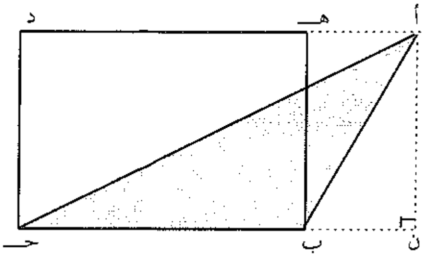
مساحة أب حـــ = مساحة المثلث أ ب ن + مساحة المثلث أحـــ ن

= $\frac{1}{2}$ مساحة أ ن ب هـــ + $\frac{1}{2}$ مساحة أ ن حـــ د

= $\frac{1}{2}$ مساحة المســــــــــتطيل هــ ب حــ د

= $\frac{1}{2}$ × |ب حـــ| × |أ ن|

= $\frac{1}{2}$ القاعدة × الإرتفاع



شكل رقم ((٤١))

ولو كان المثلث أ ب حـ منفرج الزاوية تجد الشكل رقم (٤١) :

من هذا الشكل نستنتج أن :

مساحة أ ب حـ = مساحة المثلث أ حـ ن - مساحة المثلث أ ب ن

مساحة أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة أ ن حـ د - $\frac{1}{2}$ مساحة أ ن ب هـ

= $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل هـ ب حـ د

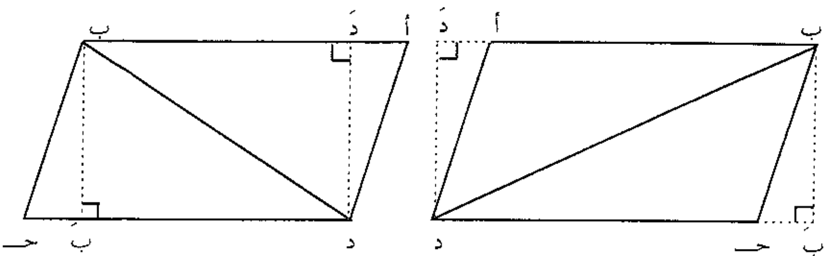
= $\frac{1}{2}$ × |ب حـ| × |ب هـ|

= $\frac{1}{2}$ × |ب حـ| × |أ ن|

= $\frac{1}{2}$ القاعدة × الإرتفاع

٢٣- مساحة متوازي الأضلاع:

ارسم على ورق مُقوّى متوازي أضلاع ، ثم ارسم أي قطرٍ فيه ، أنزل ارتفاعي المتوازي من طرفي ذلك القطر ، وهما متساويان ، لأن الضلعين أ ب ، د حـ المتواجهين متوازيان . كما في الشكل رقم (٤٢) .



شكل رقم ((٤٢))

من الشكل (٤٢) نستنتج أن :

مساحة المتوازي أ ب حـ د =

= مساحة المثلث أ ب د + مساحة المثلث ب د حـ

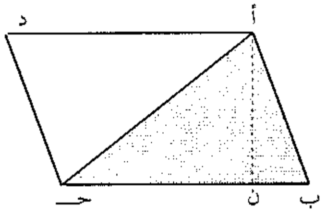
= $\frac{1}{2}$ × |أ ب| × |د دَ| + $\frac{1}{2}$ × |د حـ| × |ب بَ|

= |د حـ| × |د دَ|

= القاعدة × الإرتفاع

<u>طريقة أخرى لحساب مساحة المثلث:</u>

نرسم متوازي أضلاع قاعدته قاعدة المثلث ، وضلعه الآخر أحد ضلعي المثلث الآخرين. كما في الشكل رقم (٤٣). فيكون ارتفاع متوازي الأضلاع هو ارتفاع المثلث ، وقاعدة المتوازي هي قاعدة المثلث .



شكل رقم ((٤٣))

وحسب خواص متوازي الأضلاع أن أي قطرٍ فيه يقسمه إلى مثلثين متطابقين، أحدهما هنا المثلث الأصلي ، وبما أن مساحة المتوازي تساوي القاعدة في الإرتفاع نجد :

مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المتوازي أ ب حـ د

= $\frac{1}{2}$ × القاعدة |ب حـ| × الإرتفاع |أ ن|

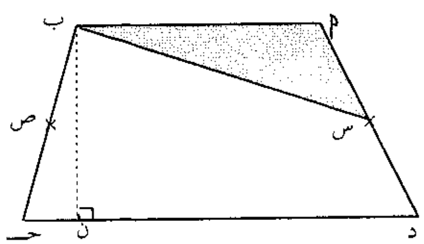
= $\frac{1}{2}$ القاعدة × الإرتفاع

٢٤ ـــ مساحة شبه المنحرف :

[أخي المعلم : اطلب من تلاميذك أن يقوموا بهذا النشاط]

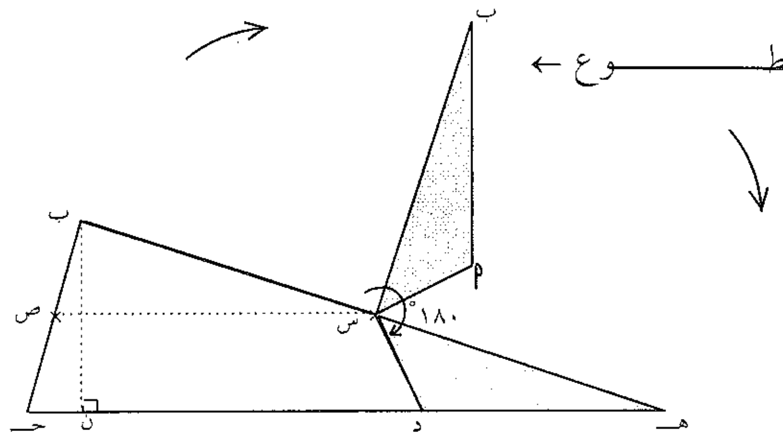
أخي المعلم ارسم أي شبه منحرف على ورق مُقوًّى ، ثم نَصِّف ضلعيه المائلين (ساقيه)، لاحظ أن كل رأس من رؤوس شبه المنحرف هو نقطة التقاء إحدى قاعدتيه مع أحد ساقيه . خُذْ أي رأس من رؤوسه ، وارسم منه ارتفاعاً لشبه المنحرف، وصِلْ هذا الرأس بمنتصف الضلع المائل الآخر. إقطع المثلث الحاصل ، ثم دوِّره بزاوية ١٨٠° ، حول منتصف الضلع المائل الآخر، يتشكل معك مثلثاً كبيراً ، مساحته تساوي مساحة شبه المنحرف. قاعدة هذا المثلث تساوي مجموع قاعدتي شبه المنحرف ، وارتفاعه هـــو ارتفاع شبه المنحرف . بما أن مساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة ضرب الإرتفاع ، إذن مساحة شبه المنحرف تساوي نصـــف مجمـــوع قاعدتيه ضرب ارتفاعه .

شبه المنحرف قبل قطع المثلث ←



شكل رقم ((٤٤))

المثلث المقطـــــــــــــوع ←



شبه المنحرف بعد القطع والتدوير ↑

شكل رقم ((٤٥))

إذا وصلنا بين منتصفي ضلعي شبه المنحرف المائلين ، تكون هي قطعـــة المستقيم الواصلة بين منتصفي ضلعي المثلــث الكبــير المكــافئ لشــبه المنحرف، ولكن قطعة المستقيم الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلــث ، تساوي نصف طول الضلع الثالث . أي هنا تساوي نصـــف مجمـــوع قاعدتي شبه المنحرف ، ولذلك نقول القاعدة الوسطى لشبه المنحـــرف تساوي نصف مجموع قاعدتيه .

وينتج مما سبق أن مساحة شبه المنحرف تساوي طول القاعدة الوســطى ضرب الارتفاع .

================

٢٥ ــ المعادلات الجبرية في ك :

أخي المعلم عرف للتلاميذ المجهول ، بشكل مَلْمُوس، بأن تضع كمية ما ، من حبات الحمص أو الكرات الصغيرة المتساوية الحجم ، أو أي شيء آخر ...، في علبةٍ غير شفافة . تسأل التلاميذ كم في هذه العلبة ؟ باعتبار أنهم لايعرفون مقدار مابداخلها.فلا يستطيعون تحديد هذه الكمية، لذا نطلق عليها كمية مجهولة، أو نسمي العلبة كلها مجهول. يمكن معرفة هذا المجهول بشروط أخرى معينة .

إذا قلنا مابداخل علبتين متساويتين بالحجم ، ممتلئتين يساوي ٨٠ حبة .
نأخذ الإجابة من التلاميذ ، أن في كل علبة ٤٠ حبة .

نكتب: ٢س = ٨٠ ⟸ س = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠ حبة .

ثم نطرح على التلاميذ معادلات أخرى. مثلاً ثلاث علب مافيها يزيد عن ٨٠ حبة ، عَشْرُ حبات . فكم في العلبة الواحدة ؟ .

نكتب: ٣ س = ٨٠ + ١٠ = ٩٠ ⟸ س = ٩٠ ÷ ٣ = ٣٠ حبة.

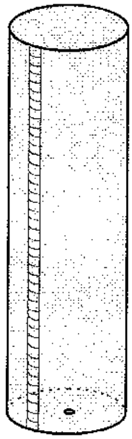
أو المثال التالي :

خمس علب مافيها ينقص عن ٦٥ حبة ، خمس حبات . فكم في العلبة الواحدة ؟ .

نكتب: ٥ س = ٦٥ − ٥ أو ٥ س + ٥ = ٦٥ ⟸
٥ س = ٦٥ − ٥ = ٦٠ ⟸ س = $\frac{٦٠}{٥}$ = ١٢ حبة .

وهكذا ....

٢٦ ـــ مُعدّل التغير :



شكل رقم((٤٦))

أخي المعلم إذا أردت أن تعلمهم معدل تغير حجم ما. يمكن أن تُحْضِر أسطوانة دورانية قائمة شفافة ومدرجة ، بحيث تكون مثقوبة من الأســـفل بثُقب صغير جداً وله سدادة خاصة ، املأ الأسطوانة بالماء ، وضع عليه نقطتين من حبرٍ ليأخذَ لوناً خاصاً به، افتح السدادة مدة دقيقة واحدة فقط ، فيتسرب السائل منها ، اجمعه في إناء خاص ، ثم زِنْ هذا السائل، واحسب مقدار نقصان ارتفاع السائل في الأسطوانة في الثانية الواحدة ، ثـــم اضـــرب الناتج في مساحة مقطع الأسطوانه ، وقارن النتيجة مع وزن الســـائل الخارج في الثانية .

يمكن تصميم عدة وسائل أخرى غـــير هـــذه الوســيلة لقيـــاس معدلات في الطول والمساحة والحجم .

٢٧ ـــ النسبة المئوية :

عدد من التلاميذ في سنة معينة ، نالوا في أربعـــــة اختبـــارات في مـــادة الرياضيات . نريد معرفة النسبة المئوية لكل تلميذ في هذه المادة ؟ .
تحسب متوسط درجة كل تلميذ على حدة ، ثم تقسم هذه الدرجة على الدرجة العظمى للمادة،وتضرب الناتج بـــ١٠٠،تحصل على النسبةالمئوية.

مثال : تلميذ حصل في أربعة اختبارات على ١٤،١٥،١٢،٩ من ١٥.

ماهي نسبته المئوية ؟ .

المتوسط = (١٤ + ١٥ + ١٢ + ٩) ÷ ٤ = ١٢,٥

النسبة المئوية = (١٢,٥ ÷ ١٥) × ١٠٠ = ٨٣,٣٣ ٪ تقريباً .

٢٨ ـ النهاية :

نقول يمكن للمعلم أن يجري التجربة التالية في قاعة الدرس .

يقف المدرس أمام التلاميذ في الجهة اليمنى ، ويطلب من أي تلميذ أن يقف في الجهة اليسرى . ثم يسير المعلم حتى يقترب من التلميذ جداً أو حتى يلامسه في جسمه تقريباً ،ثم يسأل التلاميذ هل أنا أصبحت هذا التلميذ ؟ الجواب كلا .

مثال ذلك س ←٣ أي س ≠٣ وإنما تقترب من(٣)جداً جداً.

وهذا يدل أن |س-٣|<هـ (حيثُ هـ عدد صغيرجداً بقدر مانريد).قد يكون هـ <٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠١

٢٩ ـ الهندسة

أولاً الهندسة المستوية :

أخي المعلم بين لتلاميذك معنى الهندسة ، وأنواعها .

حيث يوجد في العالم ثلاثة هندسات ، هي :

هندسة إقليدس (٣٣٠-٢٧٥ق.م)، وهندسة ريمان (١٨٢٦-١٨٦٦م)، وهندسة لوباتشفسكي(١٧٩٣-١٨٥٦م). ولكلٍ منها تعريفاتها الخاصة،

ومسلماتها وإثباتاتها. وتتميز كل هندسة بشـــكل خاص عن غيرها .
والهندســـة التي يستخدمها العالم الآن هي هندســـة إقليدس .
أمثلة على الفروق بين هذه الهندسات :

هندسة إقليدس تقول :
- من نقطتين هندسيتين يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر منهما .
- من نقطة هندسية يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازي مستقيماً مفروضاً .
- من نقطة هندسية يمكن رسم مستقيم واحد فقط عمودياً على مستقيم مفروض .

بينما هندسة لوباتشفسكي تقول :
- من نقطتين هندسيتين يمكن رســم عدد غير منتهٍ من المستقيمات تمر منهما .
- من نقطة هندسية يمكن رسم عدد غير منتهٍ من المستقيمات توازي مستقيماً مفروضاً .
- من نقطة هندسية يمكن رسم عدد غير منتهٍ من المستقيمات العمودية على مستقيم مفروض .

وهندسة ريمان تقول :
- من نقطتين هندسيتين لا يمكن رسم أي مستقيم يمر منهما .

– من نقطة هندسية لايمكن رسم أي مستقيم يوازي مستقيماً مفروضاً يمر منها .
– من نقطة هندسية لايمكن رسم أي مستقيم عمودي على مستقيم مفروض يمر منها . ويوجد غير هذا الكثير .

ثانياً الهندسة الفراغية :

أخي المعلم عَرِّف لهم السطح تماماً ، بأنه مجموعة النقاط الهندسية الفاصلة بين مادتين . مثلاً : الهواء وجسم ما ، مثل حجر أو كتاب أو طاولة خشبية ...، ثم ذكرهم بالمستقيم ، وانتقل إلى تعريف المستوي، بأنه هو سطح ينطبق عليه مستقيم في أي وضعٍ من أوضاعه .
وبما أن المستقيم غير محدود فالمستوي غير محدود ، ويقسم الفراغ إلى قسمين . وياحبذا أن تُعَرِّج لهم على تفسير الآية :

" وَإِلَى الأَرضِ كَيْفَ سُطِحَتْ " (الغاشية ٢٠) .

وهي أكبر مثال على السطح ، وليست هي مستوياً كما يفهم بعضهم .
ثم وضِّح جيداً المفاهيم الرياضية التالية :
– الكرة الأرضية هي كرة تقريباً، لأن قطرها القطبي أصغر من قطرها الاستوائي بـ ٤٢ كم، حيثُ القطر القطبي ١٢٧١٤كم والقطر الاستوائي ١٢٧٥٦كم . وما ذلك إلا نتيجة الدحي .

قال تعالى : " والأرض بعد ذلك دحاها "(النازعات٣٠) .

– الأفق هو الخط الملامس للأرض، والمستقيم الأفقي هو المستقيم الموازي

لمماس سطح الأرض في تلك النقطة ، باعتبارها كـــرة ، والجهاز ، الذي يدل على الأفق ، هو البوصلة حيث تتجه دوماً مغناطيسياً من الجنوب إلى الشـــمال. والمســـتوى الأفقي هو المبســـتوى الذي يحوي البوصـــلة في ذلك المكان .

- الشاقول وهو المستقيم العمودي على المستوي الأفقي للأرض في نقطة ما ويمر امتداده من مركز الأرض .

- العمود وهوالمستقيم الذي يتعامد مع شيء آخر،مثل مستقيم، مستوي.

- للأرض حركتان: حركة دورانية حول محورها في زمن (٢٤) ســـاعة تقريباً وبسببها يتشكل الليل والنهار ، وحركة إهليجية حول الشمس على شكل قطع ناقص تكون الشمس في أحد بؤرتيه، ومدة الدوران (٣٦٥,٢٥) يوماً تقريباً ومنها يتشكل الفصول الأربعة السنوية .

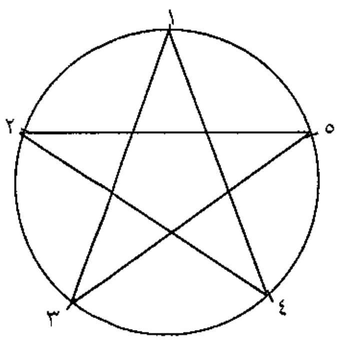
الفصل الخامس

بعض الأنشطة الرياضية المسلية

١- سؤال ذكاء :

عشرة عصافير على شجرة ، أطلق الصياد النار عليهم ، رمى ستةً منهم على الأرض . كم عصفوراً بقي على الشجرة ؟ .

٢- رسم نجمة خماسية :



شكل رقم ((٤٧))

ارسم أي دائرة، اقسم محيطها إلى خمسة أقسام متساوية . عليك أن ترسم هذه النجمة الخماسية دون أن ترفع رأس القلم عن الورقة. تبدأ من أي نقطة من نقاط التقسيم وتسير باتجاهٍ واحد إلى النقطة بعد التالية ، ثم بعد التالية لها، إلى أن تعود للنقطة الأولى . أي إذا بدأنا من النقطة (١) ، نذهب إلى النقطة (٣) ، ثم النقطة (٥) ، ثم النقطة (٢)، ثم النقطة (٤)، ثم النقطة (١). نجد النجمة الخماسية أعلاه .

٣- معرفة نتيجة حساب مباشرة :

اطلب من أحد التلاميذ، أن يُسجل على ورقة أي عدد من بين الأعداد (٢٤ وحتى ١٠٠). ثم يَجْمع له العدد (٧٦)، فيكون الناتج مئة فما فوق، اطلب منه حذف رقم المئات،ثم يَجْمع العدد (١) إلى الباقي، وبعد

ذلك يَطْرح ماانتج معه من العدد الذي سجّله في البدء . تقول له إن الناتج معك (بدون أن تراه) هو العدد - ٢٣ - .

مثال : إذا فرضنا العدد الذي نسجله على الورقة - ٤٧ -

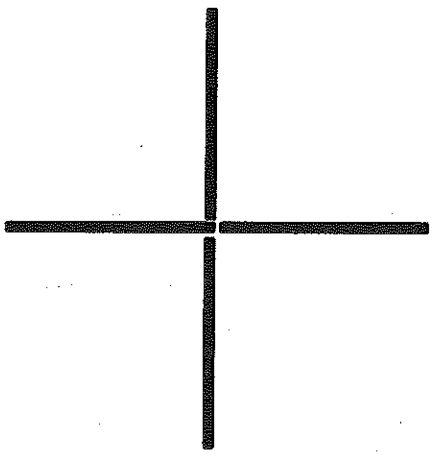
نكتب: ٤٧ + ٧٦ = ١٢٣

١٢٣-١(رقم المئات) = ٢٣ ، نجمع له ١ يصبح الناتج مساوياً ٢٤

نكتب: ٤٧ - ٢٤ = ٢٣ الجواب

٤- رسم مربع صغير :

أحضر أربعة أعـــواد من أعواد الكبريت ، وضعهم كـــما في الشـــــــــكل المجاور : واطلب من أحد التلاميذ بأن يحرك عوداً واحـــــداً فقط ، ليحصـــــــــلَ معه مربعٌ .



شكل رقم ((٤٨))

(الجواب: تحريك العود الأيسر بمقدار عرض العود).

٥-كم عُمْرُ زيدٍ؟

أجاب زيدٌ خُذْ عمري بعد ثلاث سنوات واضربه بثلاثة . ثم اطرح من الناتج ثلاثة أضعاف عمري قبل ثلاث سنوات ، تحصل على عُمْري . فكم يكون عمر زيد ؟ .

طريقة الحل: افرض العمر س وكون المعادلة التالية :

٣ × (س + ٣) – ٣ × (س – ٣) = س

ثم حل هذه المعادلة تجد :

(الجواب ١٨ سنة) .

٦– كتابة عدد برقمين :

ماهو أصغر عدد موجب صحيح، يمكن أن تكتبه برقمين ؟ .

الحـــــل :

إسأل التلاميذ ماهو أصغر عدد موجب صحيح؟ يجيبون واحد .

إسأل التلاميذ ماهو أصغر عدد موجب صحيح مؤلف من رقمين؟ يجيبون –١٠–. لكن السؤال الذي نريده، هو أصغر عدد موجب صحيح نكتبه برقمين . تصل للإجابات التالية :

($١^{٠}$، $١^{١}$، $١^{٢}$، $١^{٣}$، $١^{٤}$، $١^{٥}$، $١^{٦}$، $١^{٧}$، $١^{٨}$، $١^{٩}$، $٢^{٠}$، $٣^{٠}$، $٤^{٠}$، $٥^{٠}$، $٦^{٠}$، $٧^{٠}$، $٨^{٠}$، $٩^{٠}$، $\frac{١}{١}$، $\frac{٢}{٢}$، $\frac{٣}{٣}$، $\frac{٤}{٤}$، $\frac{٥}{٥}$، $\frac{٦}{٦}$، $\frac{٧}{٧}$، $\frac{٨}{٨}$، $\frac{٩}{٩}$) .

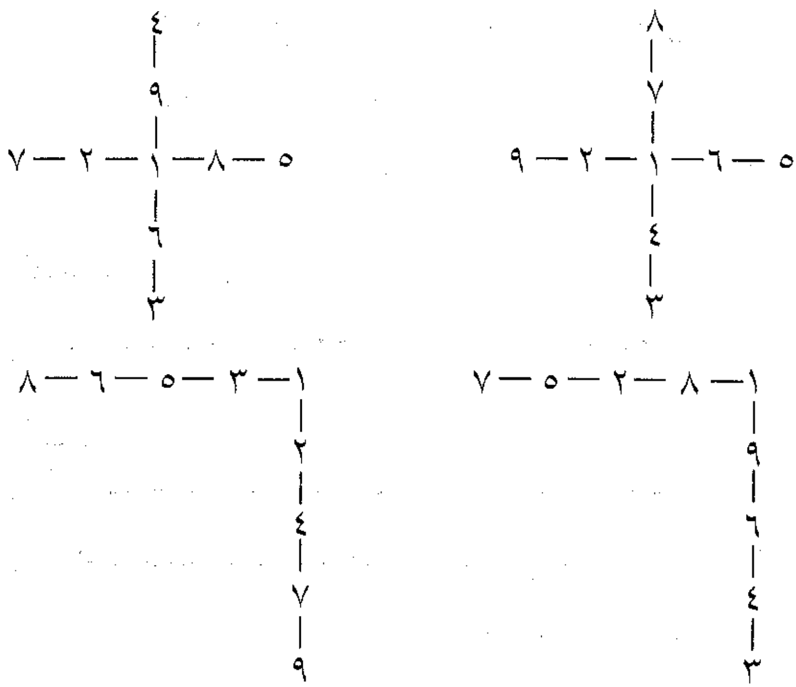
٧– توزيع الأرقام :

أ– كيف توزع الأرقام من (١ إلى٩) في صفين على أن لايتكررأي رقم، ويكون مجموع أرقام كل صف يساوي الآخر ؟

إن عدد هذه الأرقام تسعة فلا تقبل القسمة على ٢، لذلك يجب تكرار رقم منها وهذا غير مطلوب .

الجواب: نوزعها في صفين متقاطعين، نقطة التقاطع نضع فيها الرقم(١).

نجد الإجابات الأربع التالية :



ب – كيف توزع الأرقام من (١ إلى ٩) في جدل مربع مقسوم إلى تسعة مربعات متساوية ، على أن يكون مجموع أي صف أو عمود أو قطر مساوياً ١٥ ؟ .

طريقة الحل: نوزع الأرقام بالتتالي على خط أفقي ، ونبحث عن مجموعة منها متتالية بحيث يكون مجموعها مساوياً ١٥ فنجد :

١ — ٢ — ٣ — ٤ — ٥ — ٦ — ٧ — ٨ — ٩

نضع أرقام هذه المجوعة على أحد قطري المربع الكبير ونوزع باقي الأرقام في الأماكن الباقية ، نحصل على الإجابة .

كتبنا الجواب بأربعة حالات فقط وهي:

٤	٩	٢
٣	٥	٧
٨	١	٦

٨	٣	٤
١	٥	٩
٦	٧	٢

٦	١	٨
٧	٥	٣
٢	٩	٤

٤	٣	٨
٩	٥	١
٢	٧	٦

ج- وزع الأرقام من (٠ إلى ٨) في مربع يحوي تسعة مربعات على أن يكون مجموع أي سطر أو عمود أو قطر يساوي ١٢ .

بعد ترتيب هذه الأعداد على سطر أفقي نجد الثلاثة الوسطى مجموعها . يساوي ١٢، والرقم الأوسط هو٤ نضعه في مركز المربع ، والرقمين الآخرين على باقي أحد القطرين ، ثم نكمل الباقي ، فنجد:

٣	٨	١
٢	٤	٦
٧	٠	٥

٧	٢	٣
٠	٤	٨
٥	٦	١

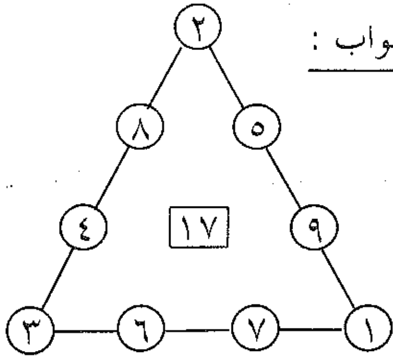
٥	٠	٧
٦	٤	٢
١	٨	٣

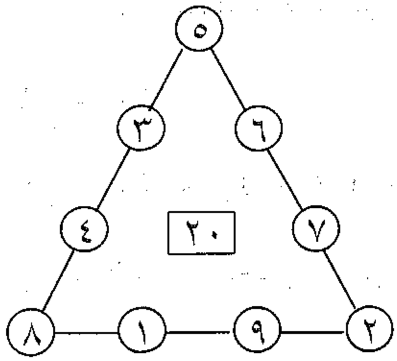
١	٦	٥
٨	٤	٠
٣	٢	٧

٨- المثلث العددي :

ضع الأرقام من (١ إلى ٩) على أضلاع مثلث متطابق الأضلاع دون تكرار ، بحيث يكون مجموع أرقام أي ضلع فيه مساوياً للآخر على أن يكون هذا المجموع : أ) يساوي ١٧ . ب) يساوي ٢٠ .

الجواب :





٨ – متى يتلاقى عقربا الساعة ؟

أخي المعلم هل فكرت يوماً ما متى يتلاقى عقربا الساعة ؟ أنت تعرف أن عقربي الساعة يتلاقيان عند الساعة الثانية عشرة تماماً .

ولكن متى يتلاقيان أيضاً ؟ .

الحـــــل :

إن عقرب الدقائق يدور بسرعة إثنا عشرة ضعفاً من سرعة دوران عقرب الساعات. ولذلك سيلتقيان ١١ مرة ، أنت تعلم مرة واحدة منها وهي الساعة ١٢تماماً. لذا بقي ١٠ مرات أخرى فيكون العدد١١ أساس تلاقي العقربين، للحصول على الإجابة، قسم(٦٠دقيقة) على١١والكسرالعشري الناتج اضربه بـــ٦٠، يتحول إلى ثوانٍ، لكن تجد كسراً عُشرياً للثانية، حوله إلى كسرٍ عادي وذلك بضربه بـــ ١١ تحصل على :

(٥ دقائق وَ ٢٧ ثانية وَ $\frac{٣}{١١}$ من الثانية) .

اكتب حدود متتالية حسابية حدها الأول ١٢ســـــاعة ، وأســـاسها

(١ ساعة وَ ٥ دقائق وَ ٢٧ ثانية وَ $\frac{٣}{١١}$ من الثانية).

لاحظ أنَّ :

كل٦٠دقيقة تساوي ساعة واحدة، وكل ٦٠ ثانية تساوي دقيقة واحدة.

نرتب الإجابات بالجدول التالي :

س	د	ث	+	الأساس	=	س	د	ث
				المرة الأولى ←		١٢	٠	٠
١٢	٠	٠	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	١	٥	٢٧ ٣/١١
١	٥	٢٧ ٣/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٢	١٠	٥٤ ٦/١١
٢	١٠	٥٤ ٦/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٣	١٦	٢١ ٩/١١
٣	١٦	٢١ ٩/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٤	٢١	٤٩ ١/١١
٤	٢١	٤٩ ١/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	-	٥	٢٧	١٦ ٤/١١
٥	٢٧	١٦ ٤/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٦	٣٢	٤٣ ٧/١١
٦	٣٢	٤٣ ٧/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٧	٣٨	١٠ ١٠/١١
٧	٣٨	١٠ ١٠/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٨	٤٣	٣٨ ٢/١١
٨	٤٣	٣٨ ٢/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	٩	٤٩	٥ ٥/١١
٩	٤٩	٥ ٥/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	١٠	٥٤	٣٢ ٨/١١
١٠	٥٤	٣٢ ٨/١١	+	١س وَ ٥ د وَ ٢٧ ٣/١١ ث	=	١٢	٠	٠

٩- تقسيم سائل :

أخوان يملكان ثلاثة أوعية حجومها : ٣ لترات ، ٧ لترات ، ١٠لترات . الوعاءان الأول والثاني فارغان ، والوعاء الثالث مملوء زيتاً . يريدان أن تقاسما ذلك الزيت ولايوجد لديهما غير هذه الأوعية ، ماهي الطريقة ؟ .

الحـــــل :

تسلسل	وعاء ٣ لترات	وعاء ٧ لترات	وعاء ١٠ لترات
١	٠	٠	١٠
٢	٠	٧	٣
٣	٣	٤	٣
٤	٠	٤	٦
٥	٣	١	٦
٦	٠	١	٩
٧	١	٠	٩
٨	١	٧	٢
٩	١ + ٢ = ٣	٥	٢
١٠	٠	٥	٢ + ٣ = ٥

١٠- مشتريات :

رجل خرج للسوق وفي محفظته ١٤٤ ريالاً، تتألف من فئـــة أوراق ذات الـــ ٥ريالات، وقطع معدنية ذات الـــ ١٠٠هللة . عندما عاد الرجل إلى البيت ، فتح محفظته، فوجد أن عدد الأوراق ذات الـــ ٥ ريالات المتبقية تساوي عدد القطع المعدنية الأولى ، وعدد القطع المعدنية المتبقية تساوي عدد الأوراق الأولى . فإذا صرف الرجل ثلثي المبلغ الأول ، فكم كان مع الرجل من كل نوع ؟

الحـــــل:

نفرض عدد الأوراق ذات الـــ ٥ ريالات س ، وعدد القطع المعدنية ذات الـــ ١٠٠هللة ص ، يكون:مع الرجل (٥ س+ ص) ريالاً =١٤٤ريالاً.

بقي مع الرجل (٥ ص + س) ريالاً ، وهي تعادل ثلث ماكان معه .

نكتب المعـــــادلة : ٥ ص + س = ١/٣(٥ س + ص)

بالإصلاح والترتيب : س = ٧ ص

هذه معادلة بمتغيرين لايمكن حلها إلا بمعادلة ثانية، أو بمعرفة أحد المتغيرين.

إذا كان: ص=١، فإن: س =٧ والمبلغ =٥×٧+١=٣٦ريال ≠ ١٤٤

إذا كان: ص=٢، فإن: س =١٤والمبلغ =٥×١٤+٢=٧٢ريال ≠ ١٤٤

إذا كان: ص=٣، فإن: س =٢١والمبلغ =٥×٢١+٣=١٠٨ريال ≠ ١٤٤

إذا كان: ص=٤، فإن: س =٢٨والمبلغ =٥×٢٨+٤=١٤٤ريال = ١٤٤

إذن كان مع الرجل (٢٨) قطعة ذات الـــ ٥ ريالات ،

و (٤) قطع ذات الـــ١٠٠ هللة .

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

خاتمة

أخي المعلم من علامات نجاحك في مهنتك :

١ - الشخصية.

٢ - ضبط التلاميذ في قاعة الدرس .

٣ - الإبداع في المادة .

الأولى : شخصية المعلم أساس مهم في السيطرة على الفصل ، لذلك على المعلم أن يهتم بمظهره الشخصي من حيث الهندام ، وأن يحافظ على وقت الدرس تماماً بدايةً ونهايةً أي لايتأخر في البدء ولايزيد عند انتهاء الحصة ، وهذا يتحقق إذا تقيد المعلم بتوزيع وقت الحصة تماماً.

الثانية : حتى يستطيع المعلم ضبط تلاميذه في قاعة الدرس ، يجب أن يتعرف على جميع تلاميذ فصله (صفه)، من حيثُ :
الاسم، واسم الأب أوالولّي،وعمله،والمجتهد منهم،والضعيف بالرياضيات، وكثير الحركة، والمهَذَّب، وأماكن جلوس كلٍّ منهم بحيثُ تكون خارطة الفصل قائمةً في ذهنه ، مِمّا يؤهله لضبط الفصل، فإذا كان يعمل على السبورة وظهره للتلاميذ ، وصدرت حركةٌ ما، تخل بالدرس ينادي صاحبها (يافلان). فيظن التلاميذ أن المعلم يراهم من وراء ظهره .

الثالثة : أخي المعلم أبدع في مادتك وطالع كلَّ جديدٍ فيها ، ولا تقتصر على الكتاب المدرسي ، واستنتج وسائل إيضاح أكثر، ولو لكُلِّ فكرة

رياضية سواءً حسية أو مرئية أو في الكومبيوتر ، ولابأس أن يتعاون معلمو كل مرحلة فيما بينهم لإيجاد هذه الوسائل .

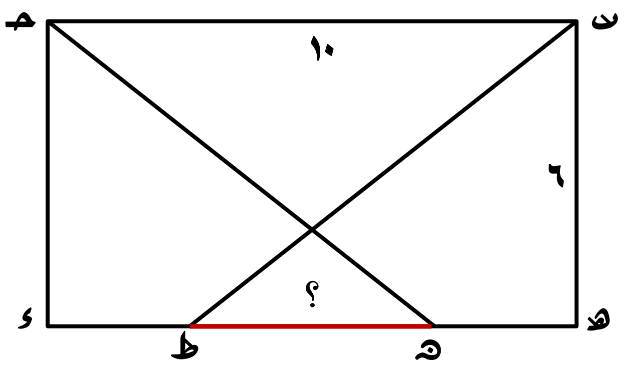
أخي المعلم أختم لك هذا الكتاب بالقصة التالية:

في عام ١٩٥٠م ، كان معلمٌ يدرســـنا في المرحلة المتوسطة، ذوشخصية مرموقة (المظهر ، الأناقة ، الاعتدال، الابتسامة ...)، كان يقف في قاعة الدرس في مكان يشاهد جميع التلاميذ، عندما يرفع أحدنا بصره نحو هذا المعلم يجده ينظر إليه، وكل منَّا مُهيِّئٌ نفسه للإجابة على السؤال الذي سَيُطْرح عليه . لذا ننسى كلَّ شيءٍ خارج قاعة الدرس . وكُنَّا نظن أنه بحرٌ من العلوم. يخجل التلميذ منَّا أن يدخل بعد هذا المعلم لقاعة الدرس، إلا بظرفٍ قاهرٍ . منذ بداية العام الدراسي يتعرف على كلٍّ منّا تمام المعرفة، وبالتالي يسعى كلٌّ منا لإرضائه . وكان يحبنا جميعاً بلا استثناء ، لذلك كان يغرس فينا العِلمَ والأخلاق غَرْساً .

والله الهادي إلى سواء السبيل .

ملحق للفصل الخامس
بعض الأنشطة الرياضية

[١] مستطيل ب جـ د هـ طوله ١٠سم وعرضه ٦سم ،
نصفنا زاويته ∠ ب، ∠ جـ، فقطعا الضلع د هـ في ط ، ن على الترتيب.
كم طول القطعة [ط ن]؟



الحل:

المثلث ب هـ ط قائم الزاوية فيه:

الضلعان القائمان متطابقين

إذن طول [هـ ط] = ٦ سم

وكذلك المثلث جـ د ن قائم الزاوية ومتطابق الضلعين القائمين.

فيكون طول [ن د] = ٦ سم   ومنه $\overline{\text{ط د}}$ = $\overline{\text{هـ د}}$ − $\overline{\text{هـ ط}}$ = ١٠−٦ = ٤سم

وكذلك $\overline{\text{ن د}}$ = ٦ سم   إذن $\overline{\text{ن ط}}$ = $\overline{\text{ن د}}$ − $\overline{\text{ط د}}$ = ٦−٤ = ٢سم

لإيجاد العلاقة:

نفرض الطول س والعرض ص يكون:

$\overline{\text{ن ط}}$ = ٢ص − س

لأن: $\overline{\text{ن ط}}$ = $\overline{\text{ن د}}$ − $\overline{\text{ط د}}$

= ص − (س − ص)

= ص − س + ص = ٢ص − س

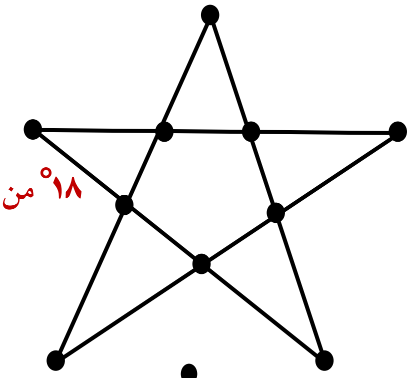
[٢] كيف نُعْطِ الجواب مباشرة عند ضرب الرقم خمسة بأي رقم أو عدد مهما كان؟

الحل:

نقسم الرقم أو العدد على ٢ ونضرب الناتج بعشرة فنحصل على الجواب.

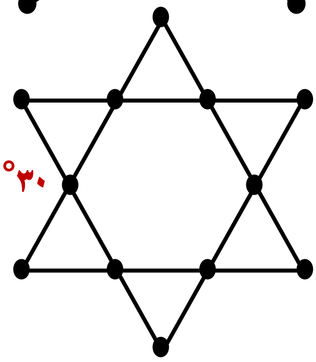
[٣] عندنا عشر شجرات نريد زرعها في حديقة بناء، بشرط أن تكون موزعة على خمسة صفوف في كل صف أربع شجرات.

الحل:



نرسم نجمة خماسية، وعند التقاء أي خطين نضع شجرة واحدة كما في الشكل.

[٤] عندنا ١٢ شجرة نريد زرعها في حديقة بناء، على شرط أن تكون موزعة على ستة صفوف في كل صف أربع شجرات.



الحل:

نرسم نجمة سداسية وعند التقاء أي خطين نضع شجرة.

[٥] طريقة الرسم:

نرسم دائرة ونقسم محيطها بنصف عدد الأشجار ثم نصل كل نقطة من المحيط إلى نقطتين من المحيط بحيث نترك النقطة المجاورة للنقطة التي رسمنا منها.

نتيجة عامة:

١٤ شجرة إلى سبعة صفوف كل صف فيه أربع شجرات.

الجواب: نجمة سباعية.

و١٦ شجرة نجمة ثمانية.

و١٨ شجرة نجمة تساعية.

وهكذا...

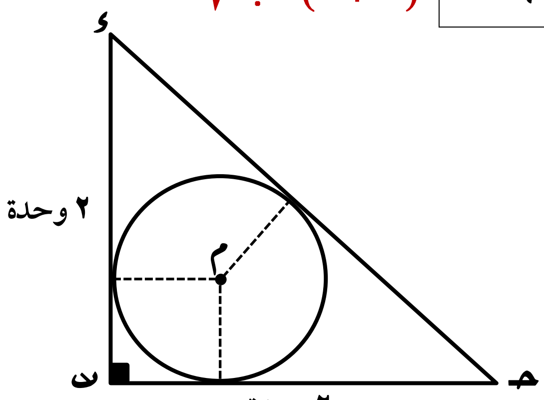
المطلوب: رسم الشكل لهذه الشجرات لكل حالة منها.

[٦] **المطلوب:** إكمال الجدول على نسق السطر الأول أدناه، مستخدمًا أي علامة رياضية تحتاجها من:

+ ، − ، × ، ÷ ، جذر [أي نوع من الجذور]، رفع، .... أو قوس

الرقم	العمليات			الناتج	ما يلزم وضعه
٢	٢	+ ٢	+ ٢	=٦	+ +
٣	٣	٣	٣	=٦	(×) –
٤	٤	٤	٤	=٦	$\sqrt{\ }$ + $\sqrt{\ }$ + $\sqrt{\ }$
٥	٥	٥	٥	=٦	(÷) +
٦	٦	٦	٦	=٦	(×) ÷
٧	٧	٧	٧	=٦	– (÷)
٨	٨	٨	٨	=٦	$\sqrt[3]{\ }$ + $\sqrt[3]{\ }$ + $\sqrt[3]{\ }$
٩	٩	٩	٩	=٦	(+) ÷ $\sqrt{\ }$

[٧] مثلث قائم الزاوية ومتساوي الضلعين القائمين طول كلٍ منهما ٢ وحدة طول. رسمنا بداخلة دائرة تمس أضلاعه الثلاثة. كم مساحة هذه الدائرة.



الحل:

يوجد أكثر من طريقة للحل أبسطها هو هذه الطريقة.

نحسب طول وتر المثلث القائم ب جـ د، بحسب نظرية فيثاغورث يكون:

$$\overline{\text{جـ د}}^{2} = \overline{\text{جـ ب}}^{2} + \overline{\text{ب د}}^{2} = (٢)^{2} + (٢)^{2} = ٤ + ٤ = ٨$$

$$\therefore \overline{\text{جـ د}} = \sqrt{٨} = ٢\sqrt{٢}$$

إذا وصلنا نقاط التماس إلى مركز الدائرة تكون كل منها نصف قطر الدائرة، وكلٍ منها عمود على الضلع المماس للدائرة.

نحسب مساحات المثلثات: م ب جـ ، م جـ د، م د ب بفرض نق نصف قطر الدائرة:

$$\text{مساحة } \triangle \text{ م جـ د} = \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٢} \times \text{نق} = \sqrt{٢}\ \text{نق}$$

مساحة Δ م ء ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × نق = نق

مساحة Δ م ب هـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × نق = نق

مساحة Δ ب هـ ء = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٢ = ٢ وحدة مساحة

∴ $\sqrt{٢}$ نق + نق + نق = ٢

($\sqrt{٢}$ + ٢) نق = ٢ $\Leftarrow$ نق = $\frac{٢}{٢ + \sqrt{٢}}$

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

∴ مساحة الدائرة = $\pi \times \left(\frac{٢}{٢ + \sqrt{٢}}\right)^{٢}$

= ١,٠٧٨٠٢٤١٦٩

١,٠٧٨

[٨] أوجد ناتج المجاميع التالية بحيث لا يستغرق كل مجموع عن أكثر من نصف دقيقة:

الجواب

١	+	٢	+	٣	+	.....	+	١٠٠	=	٥٠٥٠
١٠١	+	١٠٢	+	١٠٣	+	.....	+	٢٠٠	=	١٥٠٥٠
٢٠١	+	٢٠٢	+	٢٠٣	+	.....	+	٣٠٠	=	٢٥٠٥٠
٣٠١	+	٣٠٢	+	٣٠٣	+	.....	+	٤٠٠	=	٣٥٠٥٠
٤٠١	+	٤٠٢	+	٤٠٣	+	.....	+	٥٠٠	=	٤٥٠٥٠
٥٠١	+	٥٠٢	+	٥٠٣	+	.....	+	٦٠٠	=	٥٥٠٥٠
٦٠١	+	٦٠٢	+	٦٠٣	+	.....	+	٧٠٠	=	٦٥٠٥٠
٧٠١	+	٧٠٢	+	٧٠٣	+	.....	+	٨٠٠	=	٧٥٠٥٠
٨٠١	+	٨٠٢	+	٨٠٣	+	.....	+	٩٠٠	=	٨٥٠٥٠
٩٠١	+	٩٠٢	+	٩٠٣	+	.....	+	١٠٠٠	=	٩٥٠٥٠
										٥٠٠٥٠٠
١	+	٢	+	٣	+	.....	+	١٠٠	=	٥٠٠٥٠٠

ماذا تلاحظ من المجموع الأول للمجموعات العشر الأولى والمجموعة الأخيرة.

وماذا تلاحظ من نتائج المجاميع الأولى؟

وكذلك المجموعات التالية:

١ + ٢ + ٣ + ... + ٢٠٠ =

١ + ٢ + ٣ + ... + ٦٠٠ =

وهكذا للأعداد الزوجية من المئات ٤٠٠، ٦٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠

[٩] إذا كان لدينا المجموع مج = ٤ + ٨ + ١٢ + ... + ١٠٠

كم عدد هذه الأعداد؟

الحل:

١٠٠ = ٤ + ٤ × ﻫ ⇐ ﻫ = ٩٦ ÷ ٤ = ٢٤ عدد

بطريقة أخرى:

إذا كان لدينا هذه الأعداد: ٤، ٨، ١٢، .... ، ١٠٠ ما هو عددها؟

الحل:

الفرق بين كل عددين متتالين هو ٤

بفرض ﻫ عدد هذه الأعداد يكون:

١٠٠ = ٤ + ٤ × ﻫ ⇐ ﻫ = ٩٦ ÷ ٤ = ٢٤

[١٠] عندنا ١٧ خروف، نريد أن نقسمهم على ٣ أشخاص، بحيث يأخذ الأول النصف، والثاني الثلث، والثالث التسع، دون أن نقسم أي خروف.

الحل:

(١) طريقة أول علمية:

$$\frac{١}{٢_{٩}} + \frac{١}{٣_{٦}} + \frac{١}{٩_{٢}} = \frac{٩+٦+٢}{١٨} = \frac{١٧}{١٨}$$

لو نظرنا للبسط نجد أن للأول ٩ والثاني ٦ والثالث ٢.

وهذا هو المجموع الكلي للخواريف المراد توزيعها.

(٢) طريقة ثانية:

نضيف خروفًا إلىٰ الـ **١٧** فيصبح عددها **١٨** خروفًا.

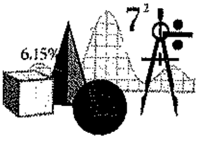
نُعْطِ الأول النصف **٩**

ونُعْطِ الثاني الثلث **٦**

ونُعْطِ الثالث التسع **٢**

فيكون ما تم توزيعه هو **١٧** خروف ويبقىٰ واحد يرجع ليّ وهو الذي أضفته.

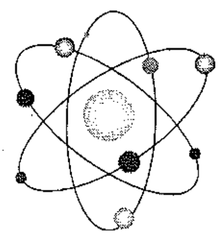
فهرس الأشكال


6.15%
7²

الفهـــــــــــرس

الفصل الرابع ٤٤

تم بحمد الله تعالى هذا الكتاب



يطلب من

دار أطلس الخضراء للنشر والتوزيع

الرياض - ت : ٤٢٦٦٩٦٣ - ف: ٤٢٥٧٩٠٦

ردمك : ٩٩٦٠ - ٩٣٥٢ - ١ - ٣