

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي كويتي 100 % ، للدخول إلى المجموعة أو القناة ما عليك سوى الضغط على اسمها

[تطبيق المناهج الكويتية](#)

[القناة الرسمية على تلغرام](#)

[الصفحة الرسمية على الفيسبوك](#)

[قناة روابط تعليمية شاملة لجميع الصفوف](#)

مجموعات التلغرام	قنوات التلغرام	صفحات الفيسبوك	مجموعات الفيسبوك
<a href="#">الصف الأول</a>	<a href="#">الصف الأول</a>	<a href="#">الصف الأول</a>	<a href="#">الصف الأول</a>
<a href="#">الصف الثاني</a>	<a href="#">الصف الثاني</a>	<a href="#">الصف الثاني</a>	<a href="#">الصف الثاني</a>
<a href="#">الصف الثالث</a>	<a href="#">الصف الثالث</a>	<a href="#">الصف الثالث</a>	<a href="#">الصف الثالث</a>
<a href="#">الصف الرابع</a>	<a href="#">الصف الرابع</a>	<a href="#">الصف الرابع</a>	<a href="#">الصف الرابع</a>
<a href="#">الصف الخامس</a>	<a href="#">الصف الخامس</a>	<a href="#">الصف الخامس</a>	<a href="#">الصف الخامس</a>
<a href="#">الصف السادس</a>	<a href="#">الصف السادس</a>	<a href="#">الصف السادس</a>	<a href="#">الصف السادس</a>
<a href="#">الصف السابع</a>	<a href="#">الصف السابع</a>	<a href="#">الصف السابع</a>	<a href="#">الصف السابع</a>
<a href="#">الصف الثامن</a>	<a href="#">الصف الثامن</a>	<a href="#">الصف الثامن</a>	<a href="#">الصف الثامن</a>
<a href="#">الصف التاسع</a>	<a href="#">الصف التاسع</a>	<a href="#">الصف التاسع</a>	<a href="#">الصف التاسع</a>
<a href="#">الصف العاشر</a>	<a href="#">الصف العاشر</a>	<a href="#">الصف العاشر</a>	<a href="#">الصف العاشر</a>
<a href="#">صف 11 أدبي</a>	<a href="#">صف 11 أدبي</a>	<a href="#">صف 11 أدبي</a>	<a href="#">الصف 11 أدبي</a>
<a href="#">صف 11 علمي</a>	<a href="#">صف 11 علمي</a>	<a href="#">صف 11 علمي</a>	<a href="#">الصف 11 علمي</a>
<a href="#">صف 12 أدبي</a>	<a href="#">صف 12 أدبي</a>	<a href="#">صف 12 أدبي</a>	<a href="#">الصف 12 أدبي</a>
<a href="#">صف 12 علمي</a>	<a href="#">صف 12 علمي</a>	<a href="#">صف 12 علمي</a>	<a href="#">الصف 12 علمي</a>

[حساب تويتر](#)

[حساب الانستغرام](#)

[روابط واتساب](#)

[مدرسون في الكويت](#)

تكلم مع البوت التعليمي الأول من نوعه والذي يسمح للطلبة باختيار الصف والفصل والمادة ويرد له البوت الملفات المناسبة

# الحدوديات النسبية Rational Expressions

# الوحدة الثالثة

الرياضة  
Sports

الحدوديات النسبية



تهتم دولة الكويت بالنشء والشباب وتحرص على أن يمارسوا الرياضة في جوّ صحيّ وتحت أيدي خبراء وتوفّر لهم الأماكن المناسبة لممارسة رياضاتهم المفضّلة، ومن هذه الأماكن إستاد جابر الأحمد الدولي وهو إستاد رياضي كويتي متعدّد الأغراض يقع في محافظة الفروانية جنوب مدينة الكويت . افتُتح الإستاد رسميًا في ١٨ ديسمبر ٢٠١٥ م ، وتبلغ الطاقة الاستيعابية للإستاد حوالي ٦٠ ٠٠٠ متفرّج ، ويُعتبَر أكبر إستاد رياضي في الكويت والسابع عربيًا ، والخامس والعشرين عالميًا من حيث السعة .

# شكر وعرفان

شكر خاص لمن تطوع بحل الوحدة  
الثالثة من كتاب الصف التاسع للعام  
الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠  
[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)  
والذي رفض ذكر اسمه

مع ضرورة التنويه على أن هذه  
الحلول لم يتم مراجعتها

## مشروع الوحدة : ( القرية الأولمبية )



يتطلع الرياضيون في الكويت إلى بناء قرية أولمبية متكاملة تشمل جميع الألعاب سواء كانت جماعية أو فردية وهو ما سيعود بالنفع على الرياضة والرياضيين في الكويت .  
سوف نساهم في تصميم بعض المباني الداخلية للقرية الأولمبية .

### خطة العمل :

- المساهمة في تصميم قرية أولمبية بحساب أبعاد ومساحات وتكلفة بعض مرافق القرية الأولمبية .

### خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلم المتعلمين إلى مجموعات .
- لنفترض أنه تم البدء بتحديد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها  $(س^2 - ٤)$  وحدة مربعة وأحد بعديها  $\frac{س^2 - ٢}{س + ١}$  وحدة طول ، أوجد البعد الآخر .
- إذا أردنا إنشاء ملعب لكرة القدم طوله  $\frac{٦٤٠٠٠}{س}$  م وعرضه  $\frac{س}{١٠}$  م ، فاحسب مساحته .



- يُراد إنشاء سور حول ملعب كرة القدم كما في الشكل .
- اكتب نسبة مساحة الملعب إلى المساحة الكلية داخل السور في أبسط صورة .

- إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل المدينة الأولمبية تساوي  $\frac{٣س^٢ + ٢}{٢س + ٤}$  مليار دينار وتكلفة

تأثيث هذا الفندق تساوي  $\frac{٣س^٢ + ١}{٢س + ٤}$  مليار دينار ، فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

### علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات الأوراق وتتاكد من صحّة الحلّ .

### عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات الحلّ .

# مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة

## الحدوديات النسبية

العمليات على الحدوديات النسبية

تبسيط الحدوديات النسبية

الجمع  
والطرح

القسمة

الضرب



استعدّ للوحدة الثالثة



١ أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكلّ مما يلي :

ب) ٨ ، ٦

..... = أ.م.أ  
٢٤

أ) ٧ ، ١٤

..... = أ.م.أ  
١٤

٢ ضغّ كلّاً مما يلي في أبسط صورة :

ب)  $1 \frac{3}{4} = \frac{73}{36}$

أ)  $\frac{2-}{0} = \frac{10-}{20}$

٣ أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

ب)  $\frac{6}{7} \div \frac{22}{35}$

$\frac{11}{10}$

أ)  $\frac{2-}{10} \times \frac{3}{4}$

$\frac{11}{10}$

ب)  $\frac{2}{3} - \frac{5}{7}$

$\frac{1}{21}$

أ)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

$\frac{11}{12}$

٤ أوجد ناتج كلّ مما يلي :

أ)  $9 \text{ س } 2 \div 3 \text{ س } 2$

٣

ب)  $9 \text{ س } 2 \times 3 \text{ س } 2$

٤٧ س ٤

أ)  $9 \text{ س } 2 + 3 \text{ س } 2$

٦ س ٤



٥ أوجد ناتج جمع ٣س - ١، ٩ - ٥س

$$1 + 5 - 9 = -7$$

٦ أوجد الناتج في أبسط صورة: (٣س - ١) - (٢س - ٥)

$$-s + 4$$

٧ أوجد ناتج ٣س × (٢س - ١) + ٣س

$$3s^2 - 3s + 3s = 3s^2$$

٨ اقسِم (٣س - ١٥س + ٢١س) على ٣س

$$s - 5 + \frac{1}{3s}$$

٩ حلل كلاً مما يلي تحليلاً تاماً:

ب) ١٦ - ٢س

$$(4 - s)(4 + s)$$

أ) ٦س + ٣س

$$3s(2 + 1)$$

د) ٢٧ - ٣س

$$(3 - s)(9 + 3s + s^2)$$

ج) ٣٠ + ١١س - ٢س

$$(5 - s)(6 - s)$$

و) ١ + ٣س

$$(1 + 3s)(1 - 3s + 9s^2)$$

هـ) ٦س + ٥س - ٥

$$(s + 1)(5 - 6s)$$

## الحدوديات النسبية وتبسيطها Simplifying Rational Expressions

١-٣

سوف تتعلم : الحدوديات النسبية وتبسيطها .



نشاط :

حوضي سباحة كلاً منهما على شكل شبه مكعب ،  
إذا كان حجم الحوض الأول ١٢ س<sup>٣</sup> ص<sup>٦</sup> وحدة  
مكعبة ، وحجم الحوض الثاني ٢٤ س<sup>٦</sup> ص<sup>٣</sup>  
وحدة مكعبة .

١ أكمل ما يلي :

نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني  
=  $\frac{\text{حجم الحوض الأول}}{\text{حجم الحوض الثاني}}$  =

www.kwedfiles.com

٢ اختصر نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني ، وذلك بقسمة كلٍّ من  
حدّي النسبة على العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

• المقادير التالية :  $\frac{ص^٣}{٢س٣}$  ،  $\frac{س+٢}{ص}$  ،  $\frac{س+٢}{س-٣}$  ،  $\frac{س^٢-٦س+٥}{س^٢-٢٥}$

تسمى **حدوديات نسبية** .

حيث إنّ كلاً من البسط والمقام يمثل حدودية ، والمقام لا يساوي صفرًا .

• عند تبسيط الحدودية النسبية نقوم بقسمة كلٍّ من الحدوديتين في البسط والمقام على  
العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

العبارات والمفردات :

تبسيط

Simplify

حدودية نسبية

Rational  
Expression

معلومات مفيدة :

يقع مجمع أحواض  
السباحة على شارع  
الخليج العربي ، ويشتمل  
على خمسة أحواض  
سباحة تعمل بالماء  
العذب ، منها الحوض  
الأولمبي وحوض  
الغطس وحوض  
للمبتدئين وحوضان  
للألعاب المائية .



تذكّر أنّ :

المقام أئنا وُجد  
لا يساوي صفرًا .



## تدرّب (١)

ضَع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

ب  $\frac{٤ \text{ س } ٢ \text{ ص}}{١٢ \text{ س } ٣ \text{ ص}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

أ  $\frac{١٤ \text{ س}^٥}{٧ \text{ س}^٢} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

ج  $\frac{٢+ع}{(.....+.....)٣} = \frac{٢+ع}{٦+ع٣}$   
 $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

### فكر وناقش

بسّط سالم الحدودية  $\frac{٢-س}{٣+س}$  كما يلي :  $\frac{٢-س}{٣} = \frac{٢-س}{٣+س}$  ،  
 فهل طريقته صحيحة ؟ ولماذا ؟

www.kwedfiles.com

### مثال :

ضَع في أبسط صورة :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢}$$

### الحل :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢}$$

$$\frac{٢ \text{ س} (١ + س)}{(١ + س)(٢ + س)} =$$

$$\frac{\cancel{٢} \text{ س} (١ + س)}{(١ + س)(٢ + س)} =$$

$$\frac{٢ \text{ س}}{٢ + س} =$$

(بتحليل كل من البسط والمقام)

(اقسم على العامل المشترك (س + ١))

تدرّب (٢) :  ضَعْ فِي أَيْسَطِ صُورَةٍ كَلَّامًا يَلِي :

أ  $\frac{س٢ - ٦ + ٥}{س٢ - ٢٥}$

ب  $\frac{س٣ - ٩}{س٢ - ٦ + ٩}$

.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....

تدرّب (٣) :  ضَعْ فِي أَيْسَطِ صُورَةٍ كَلَّامًا يَلِي :

أ  $\frac{س٢ + ١٣ - ٧}{س٢ + ٤ - ٢١}$

.....  
.....  
.....

[www.kwedfiles.com](http://www.kwedfiles.com)

ب  $\frac{س٤ - ٢}{س٢ - ١}$

.....  
.....  
.....

تذكّر أنّ :  
٢ - س = (س - ٢)

ج  $\frac{س٣ - ٨}{س٢ + ٢ + ٤}$

.....  
.....  
.....

فكّر وناقش

أكتب حدودية نسبية تصبح بعد تبسيطها  $\frac{٥}{س+٥}$  .

تمرّن :

١ ضع في أبسط صورة كلاً مما يلي :

$$\frac{10+10}{20}$$

$$\frac{4}{4} + 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{6} \text{ س } 3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{6 \text{ س } 2 + 17 \text{ س} - 28}{20 \text{ س} - 2}$$

$$\frac{(6 \text{ س} - 7)}{(5 \text{ س})}$$

$$\frac{15 \text{ س} + 8 \text{ س} - 2}{9 \text{ س} - 2}$$

$$5 \text{ س} - 3 + 5$$

$$\frac{25 \text{ س} - 2}{125 \text{ س} - 3}$$

$$5 + 5$$
$$5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$\frac{64 \text{ س} + 3}{16 \text{ س} + 4 \text{ س} - 2}$$

$$(4 \text{ س})$$

$$\frac{3 \text{ س} - 3}{3 \text{ س}}$$

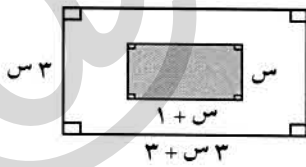
$$1 -$$

$$\frac{4 \text{ س} + 16 \text{ س} + 2 \text{ س} + 12 \text{ س}}{2 \text{ س} - 14 \text{ س} - 2 \text{ س} + 16 \text{ س}}$$

$$\frac{c(3 \text{ س} + 3)}{(1 \text{ س})}$$

٢ في الشكل المقابل :

أكتب نسبة مساحة منطقة المستطيل المظلل إلى مساحة منطقة المستطيل الأكبر في صورة حدودية نسبية ، ثم ضعها في أبسط صورة .



$$\frac{1}{9}$$



## ضرب الحدوديات النسبية Multiplying Rational Expressions

٢-٣

سوف تتعلم : ضرب الحدوديات النسبية .



نشاط :



ملعب لكرة القدم طوله  $\frac{64000}{s}$  م ، وعرضه  $\frac{s}{10}$  م ،  
أحسب مساحته .

المساحة = الطول  $\times$  ..... =

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{64000}{s} =$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}} =$$

$$\text{.....} =$$

إذا كانت  $p$  ،  $b$  ،  $d$  ،  $c$  تمثل حدوديات حيث  $b \neq 0$  ،  $d \neq 0$  ،

$$\text{فإن : } \frac{p}{b} = \frac{p}{d} \times \frac{d}{b}$$

العبارات والمفردات :

ضرب

Multiplying

معلومات مفيدة :

يتراوح طول ملعب  
كرة القدم الدولي  
بين ١٠٠ م ، ١١٠ م  
والعرض يتراوح بين  
٦٤ م ، ٩١ م

مثال ( ١ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

الحل :

( اضرب )

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

( بسّط )

$$\frac{\cancel{(1+m)} m^4}{(1-m) \cancel{(1+m)}} =$$

$$\frac{m^4}{1-m} =$$

تدرّب (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٥ل٣}{٢ل٦} \times \frac{٣ل٥}{٢ل٤} \quad \text{ب}$$

$$\frac{٥ل٣ \times \dots}{\dots \times \dots} =$$

$$\dots =$$

$$\frac{٧}{٢ع} \times \frac{٣ع}{٣٥} \quad \text{أ}$$

$$\dots =$$

$$\dots =$$

$$\frac{٦س}{١-٢س٤} \times \frac{١+٢س٢}{٣} \quad \text{ج}$$

$$\frac{٦س(١+٢س٢)}{(١-٢س٤)٣} =$$

$$\dots (١+٢س٢) =$$

$$(\dots)(\dots) \dots =$$

$$\dots =$$

www.kwefiles.com

مثال (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٥-٢ن}{٣-ن} \times \frac{١٢-ن+٢ن}{٢٠-ن٣+٢ن٢}$$


الحل :

$$\frac{٥-٢ن}{٣-ن} \times \frac{١٢-ن+٢ن}{٢٠-ن٣+٢ن٢}$$

$$\frac{(٥-٢ن)(١٢-ن+٢ن)}{(٣-ن)(٢٠-ن٣+٢ن٢)} =$$

$$\frac{(\cancel{٥-٢ن})(\cancel{٣-ن})(٤+ن)}{(\cancel{٣-ن})(٤+ن)(\cancel{٥-٢ن})} =$$

$$١ =$$

تدرّب (٢) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{أ} \quad (س + ٣) \times \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - ٩}$$



$$\text{ب} \quad \frac{س^٢ - ٤٩}{س^٢ - ٦} \times \frac{س + ٢}{س^٢ + ١٤}$$

[www.kwedfiles.com](http://www.kwedfiles.com)

تمرّن :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{أ} \quad \frac{س^٢}{س} \times \frac{٥}{س}$$

$$\text{ب} \quad \frac{س^٣}{س^٢ - ٦} \times \frac{س^٣}{س^٢ - ٢}$$

$$\frac{٥س}{س}$$

$$\frac{٩}{س}$$

$$\frac{36 - 2s}{6 + s} \times \frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{8 + 4m}{1 - 2m} \times \frac{1 - m}{2 + m}$$

$$\frac{4}{1 + 3m}$$

$$\frac{5 + s - 2s}{5 - s} \times \frac{1}{1 + s - 2s}$$

$$\frac{1}{1 - s}$$

$$(ص 25 - ص 3) \times \frac{3}{5 - ص}$$

$$3(ص + 5)$$

$$\frac{5s}{16 - 2s} \times \frac{64 - 3s}{16 + 4s + 2s}$$

$$\frac{5s}{4 + s}$$

$$\frac{3 + 2s}{14s} \times \frac{7s - 28}{12 - 5s - 2s}$$

$$\frac{1}{5s}$$



## قسمة الحدوديات النسبية Dividing Rational Expressions

٣-٣



سوف تتعلم : قسمة الحدوديات النسبية .

العبارات والمفردات :

قسمة

Dividing

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{5s}{2v} \div \frac{15s^2}{4v} \quad \text{٢}$$

$$\frac{\text{-----}}{5s} \times \frac{15s^2}{\text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----} \times 15s^2}{\text{-----} \times \text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

$$\frac{5}{2} \div \frac{15}{4} \quad \text{١}$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \times \frac{15}{4} =$$

$$\frac{\text{-----} \times 15}{\text{-----} \times \text{-----}} =$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

تذكر أن :

النظير الضربي

للحدودية  $\frac{1}{p}$  هو  $p$  ،  
 $p \neq 0$

إذا كانت  $p$  ،  $b$  ،  $d$  ،  $c$  تمثل حدوديات حيث  $b \neq 0$  ،  $c \neq 0$  ،  $d \neq 0$  ،

$$\frac{p}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{p}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{pd}{bc}$$

تدرّب (١) :

اكتب ما يلي في صورة عملية ضرب ، وغيّر ما يلزم :

$$\frac{9 + 23}{4 - 22} \div \frac{3 + 2}{2 - 2} \quad \text{ب}$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \times \frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$

$$\frac{7}{s} \div \frac{14}{s} \quad \text{أ}$$

$$\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \times \frac{\text{-----}}{\text{-----}} =$$



تدرّب (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ  $\frac{3+s}{4+s} \div \frac{1-s}{4+s}$

$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{1-s}{4+s} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

ب  $\frac{2+m}{3-m} \div \frac{10+m}{3-m}$

$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$\frac{1-n}{6+n4} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$

الحل :

$\frac{1-n}{6+n4} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$

$\frac{6+n4}{1-n} \times \frac{1-n^3}{3-n+2n^2} =$

$\frac{(6+n4)(1-n^3)}{(1-n)(3-n+2n^2)}$

$\frac{(3+n^2)2 \times (1+n+n^2)(1-n)}{(1-n)(3+n^2)(1-n)} =$

$\frac{(1+n+n^2)2}{(1-n)}$

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ  $(1-s) \div \frac{4s^3-4s}{1+s}$

ب  $\frac{2+m}{7-m} \div \frac{18+m11+m^2}{7+m8-m^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٢٣}{١-٢} \div \frac{٢٦}{١-٢}$$

$$\frac{١}{٢}$$

$$\frac{٢س٢}{٣س٥+٢س٢} \div \frac{٣س٣}{٩س٢}$$

$$\frac{٤س٤}{١س٤}$$

$$\frac{٥س٥+١٠س١٥-١٥}{٣س٢+٢س٣} \div \frac{٤٩س٢-١٤س١٤+٤٩}{٤٩س٢}$$

$$\frac{٥(٧س٥)}{(٧س٥)}$$

$$\frac{٩س٣}{س٣} \div (٣س٣)$$

$$\frac{٣}{س٣}$$

$$\frac{٩س٣-٢س٣}{١٦س٢} \div \frac{٢٧س٣}{٢٤س٥-٢س٥}$$

$$\frac{٣}{٢}$$



٢ إذا كانت  $m = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2}$  ،  $n = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 + 4s - 5}$  ، فأوجد :

١  $m \times n$



$$\frac{s}{s+5}$$

٢  $m \div n$

$$\frac{s(s+5)}{(s-1)(s-1)}$$

٣ يُراد إقامة قرية أولمبية على قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها  $(s^2 - 4)$

وحدة مربعة وأحد بعديها  $\frac{s^2 - s - 2}{s + 1}$  وحدة طول .

أوجد البعد الآخر لقطعة الأرض .

$$\text{البعد الآخر هو } (s+2)$$

## جمع الحدوديات النسبية وطرحها

### Adding and Subtracting Rational Expressions

٤-٣



سوف تتعلم : جمع الحدوديات النسبية وطرحها.

جمع الحدوديات النسبية

العبارات والمفردات :

جمع

Adding

طرح

Subtracting

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{2}{7s} + \frac{3}{7s} \quad \text{٢}$$

$$\frac{\dots + \dots}{7s} =$$

$$\frac{\dots}{7s} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \quad \text{١}$$

$$\frac{\dots + \dots}{7} =$$

$$\frac{\dots}{7} =$$

إذا كانت  $a$  ،  $b$  ،  $c$  تمثل حدوديات ،  $c \neq 0$  ، فإنّ :  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

تدرّب (١) :

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

$$\frac{5}{1+n} + \frac{5n}{1+n} \quad \text{ج}$$

$$\frac{\dots + \dots}{\dots} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\frac{3v}{2-v} + \frac{v}{2-v} \quad \text{ب}$$

$$\frac{\dots + \dots}{\dots} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\frac{4}{5+s} + \frac{3}{5+s} \quad \text{أ}$$

$$\frac{\dots + \dots}{5+s} =$$

$$\frac{\dots}{5+s} =$$

لاحظ لإيجاد م.م.أ (المضاعف المشترك الأصغر) للعددين ٨ ، ١٢ نتبع ما يلي :

$$2 \times \textcircled{2} \times \textcircled{2} = 8$$

$$3 \times \textcircled{2} \times \textcircled{2} = 12$$

$$\therefore \text{م.م.أ للعددين } 2 = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

وكذلك لإيجاد م.م.أ للحددين ٦س ، ٤س نتبع نفس الطريقة السابقة :

$$\begin{aligned} 6س &= 2 \times 3 \times س \\ 4س &= 2 \times 2 \times س \end{aligned}$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحددين} = 2 \times 2 \times 3 \times س = 12س$$

وأيضاً لإيجاد م.م.أ للحدوديتين (٤ - ٢س) ، (٦ + ٥س - ٢س)

$$٤ - ٢س = (٢ - س)(٢ + س)$$

$$٦ + ٥س - ٢س = (٢ - س)(٣ - س)$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحدوديتين} = (٢ - س)(٢ + س)(٣ - س)$$

**تدرّب (٢)** 

أوجد م.م.أ في كلِّ مما يأتي :

أ.م.م	الحدوديات	
	س ، ص	١
	٦ ، ١٢ ب	٢
٦ص <sup>٢</sup>	٣ص ، ٢ص <sup>٢</sup>	٣
	ص ، (٥ - ص)	٤
	(١ - س) ، (٢ - س)	٥
(١ + س)(٢ - س)	(١ - س) ، (٤ - ٢س)	٦
	(٣ - ص) ، (٦ + ٢ص)	٧
	(٢ - ص) ، (٢ - ص) ، (٢ + ص)	٨
	(١ - س) ، (١ - ٣س)	٩
	(٩ - ٢س) ، (٩ + ٦س - ٢س)	١٠

### مثال ( ١ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

الحل :

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

$$\frac{3 \times 3}{3 \times 4س} + \frac{2 \times 1}{2 \times 6س^2} =$$

$$\frac{9 + 2}{12س} = \frac{9}{12س} + \frac{2}{12س} =$$

( م . م . أ . للمقامات هو ١٢ س )

### تدرّب ( ٣ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3ب}{1-2ب} + \frac{2}{2+ب}$$

( م . م . أ . للمقامات هو ( ٢ + ب ) ( ١ - ٢ ب ) )

$$\frac{3ب \times (2+ب)}{(2+ب)(1-2ب)} + \frac{2(1-2ب)}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{3ب(2+ب)}{(1-2ب)(2+ب)} + \frac{2(1-2ب)}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{3ب^2 + 6ب + 2 - 4ب}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{3ب^2 + 2ب + 2}{(1-2ب)(2+ب)} =$$

لاحظ أنّ : ( ٣ ب<sup>٢</sup> + ١٠ ب - ٢ ) لا تُحلّل .

مثال ( ٢ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :  $\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2}$

الحل :

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2}$$

( م . م . أ . للمقامات هو (س + ٢) (س - ٢) )

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{(s-2)3}{(2+s)(s-2)} + \frac{12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{3s-6+12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{3s+6}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{\cancel{(2+s)}3}{\cancel{(2+s)}(s-2)} =$$

$$\frac{3}{s-2} =$$

تدرّب (٤) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1+s} + \frac{4}{s^2+3s+2}$$

$$\frac{3}{\dots} + \frac{4}{(\dots)(\dots)} =$$

( م . م . أ . للمقامات هو (س + ١) (س + ٣) )

$$\frac{(s+3) \times \dots}{(s+3)(\dots)} + \frac{\dots}{(\dots)(\dots)} =$$

$$\dots =$$

$$\dots =$$

## تدرّب (٥) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{2س + 4}{س^2 - س - 6} + \frac{س + 3}{س^2 - 9}$$

$$\frac{(.....)^2}{(.....س)(.....س)} + \frac{(س + 3)}{(.....س)(.....س)} =$$

$$\frac{2}{.....} + \frac{1}{.....} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

### طرح الحدوديات النسبية

إذا كانت  $أ$  ،  $ب$  ،  $ج$  تمثل حدوديات ،  $ج \neq ٠$  ،

$$\frac{ب - أ}{ج} = \frac{ب}{ج} - \frac{أ}{ج} \quad \text{فإنّ :}$$

## تدرّب (٦) :

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{2 + هـ}{1 - هـ} - \frac{1 + هـ 2}{1 - هـ} \quad \text{ب}$$

$$\frac{(.....) - (1 + هـ 2)}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

$$\frac{م}{1 - م} - \frac{م 3}{1 - م} \quad \text{أ}$$

$$\frac{..... - م 3}{1 - م} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

### معلومات مفيدة :

يستخدم المتسابقون في مباريات التجديف ، طرح الحدوديات النسبية لمعرفة تأثير مقاومة التيار على انسياب القوارب .





لاحظ أن :

النظير الجمعي

للحدودية :

٣ - ٢ ص هو

- (٣ - ٢ ص)

= - ٣ + ٢ ص

مثال ( ٣ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

الحل :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

$$\frac{(3-n)}{(3-n)(3+n)} - \frac{(3+n)}{(2-n)(3+n)} =$$

$$\frac{\cancel{(3-n)}}{\cancel{(3-n)}(3+n)} - \frac{\cancel{(3+n)}}{(2-n)\cancel{(3+n)}} =$$

$$\frac{1}{(3+n)} - \frac{1}{(2-n)} =$$


www.kwedufiles.com

$$\frac{(2-n) \times 1}{(2-n)(3+n)} - \frac{(3+n) \times 1}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) - (3+n)}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{2+n-3+n}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{0}{(3+n)(2-n)} =$$

تدرّب (٧) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5}{2+s} - \frac{6}{3-s}$$

$$\frac{(\dots) \times 5}{(3-s)(2+s)} - \frac{(2+s) \times 6}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots - 5s}{(2+s)(3-s)} - \frac{\dots + 6s}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{(\dots - 5s) - (\dots + 6s)}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

[www.kwedfiles.com](http://www.kwedfiles.com)

تمرّن :

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1-s} - \frac{4}{1-s} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{1-s}$$

$$\frac{4}{2}$$

$$\frac{3}{2-1} - \frac{1}{1-2} \quad 4$$

$$\frac{4}{(1-2)(1-2)}$$

$$\frac{9}{3+s} - \frac{2s}{3+s} \quad 3$$

$$(3-s)$$

تذكّر أن:  
1-ب = -(ب-1)

$$\frac{3}{2+s} + \frac{4}{s} \quad 6$$

$$\frac{3s + 4(2+s)}{s(2+s)}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{5}{7} \quad 5$$

$$\frac{3-5}{7}$$



$$\frac{3}{4+s2} + \frac{4}{6+s3} \text{ ٨}$$

$$\frac{17}{(s+5)6}$$

$$\frac{4}{3+s} - \frac{s}{5+s} \text{ ٧}$$

$$\frac{s^2 - s - 20}{s^2 + 5s + 10}$$

$$\frac{7s}{3s^2 + 5s} + \frac{1+s^2}{3s^2 + 8s + 5} \text{ ١٠}$$

$$\frac{s^2 + s - 1}{3s^2 + 5s}$$

$$\frac{3}{3+v} - \frac{6-v}{18-3v-2} \text{ ٩}$$

$$\frac{2-}{3+v}$$

$$\frac{6}{9-s} + \frac{1}{3-s} - \frac{4+s}{3+s} \quad (10)$$

1

$$\frac{s}{9+s} - \frac{s}{9-s} \quad (11)$$

6-s

$$(3+s)(2+s)(2-s)$$



www.kwedfiles.com

$$(12) \quad \text{إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل القرية الأولمبية تساوي } \frac{3}{2+s} \text{ مليار دينار}$$

$$\text{وتكلفة تأثيث هذا الفندق تساوي } \frac{1+s}{2+s} \text{ مليار دينار،}$$

فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

$$\text{التكلفة الشاملة} = \frac{3}{2} \text{ مليار دينار}$$

$$= 1 \frac{1}{2} \text{ مليار دينار}$$

مراجعة الوحدة الثالثة  
Revision Unit Three

٥-٣

أولاً: التمارين المقالية

١ ضَع في أبسط صورة كلاً مما يلي:

ب  $\frac{٥-٢س}{١٥-٣س}$

$\frac{١}{٣} =$

١  $\frac{٩+٢٦}{١٢}$

$\frac{٣+٢٢}{٤} =$

د  $\frac{٢-٨ب}{١٦-٢ب}$

$\frac{٢-٨}{٤+٢ب} =$

ج  $\frac{٢س٢+٢س}{٣س٣+٢س}$

$\frac{٢}{٣} =$

و  $\frac{٥-٩ر+٢٢}{٢٥+١٠ر+٢}$

$\frac{١-٩ر}{٥+٢ر} =$

هـ  $\frac{٨+٦ل-٢ل}{٦-ل+٢ل}$

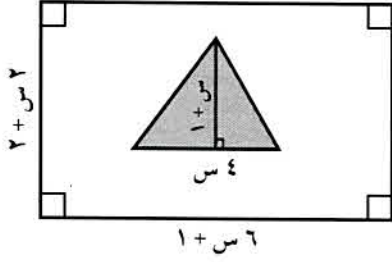
$\frac{٤-ل}{٣+ل} =$

ح  $\frac{١٢٥+٣س٢٧}{١٠-٣س٢-٣س}$

$\frac{١٢٥+٣٠س+٢٧س٢}{٣س-١٠} =$

ز  $\frac{٦+ص١٣-٢ص٧}{٣-٢ص+٢ص}$

$\frac{٦-٧ص}{٣+٢ص} =$



٢ أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية وضعها في أبسط صورة .

$$\frac{٤س(س+٢)}{(٦+س)(س+٢)}$$

$$\frac{س}{٦+س}$$

٣ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

ب  $\frac{٣س^٢ + ١٢س + ١٢}{٢س^٢ + ٧س - ٤} \times \frac{٦س^٢ - ١٣س + ٥}{٩س^٣}$

$$\frac{٣س - ٥}{٣س^٢}$$

أ  $(٦ - س - ٢س) \times \frac{٤س + ٤}{٣ - س}$

$$٤(س+١)(س+٤)$$

د  $\frac{٨س^٣}{٣س^٢ - ٣س} \div \frac{٤س^٢}{٢س + ٢س + ٢س + ٢س}$

$$\frac{٢س}{س - ٢س}$$

ج  $\frac{س^٢ - ٢س + ٢س + ٢س}{٣س + ٢س} \times \frac{س + ٢س}{س - ٢س}$

$$\frac{١}{س - ٢س}$$

$$\frac{ص^2 + 3ص + 2}{ص^2 - 2ص - 3} \div \frac{ص^2 + 5ص + 6}{ص - 3}$$

$$\frac{ص + 3}{ص + 3}$$

$$\frac{ص^2 + 7ص + 3}{ص^2 - 8ص - 5} \div \frac{ص^2 + 10ص - 15}{ص^2 - 6ص + 5}$$

$$\frac{ص(ص - 5)}{ص - 5}$$

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$$\frac{2}{ص + 3} + \frac{ص}{ص + 6}$$

$$\frac{ص^2 + 5ص + 6}{(ص + 3)(ص + 6)}$$

$$\frac{3}{28} + \frac{5}{28}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{6}{ص - 2} - \frac{4}{ص + 3}$$

$$\frac{ص^2 - 6ص - 8}{(ص - 2)(ص + 3)}$$

$$\frac{ص^2 - 2ص}{ص^2 - 2ص + 2} + \frac{ص^2 - 4}{ص^2 - 2ص}$$

$$1 =$$



$$\frac{3+n}{9-2n} - \frac{1-2n}{3-n+2n^2}$$

$$\frac{6}{(3-n)(3+n)}$$

$$\frac{4}{2+s} - \frac{6}{2+s^3+2s^2}$$

$$\frac{4-s}{(2+s)(1+s)}$$

$$\frac{s^2+s+2s^2}{s+s} \times (s^3-s^2) \div (s^2-s)$$

www.kwefiles.com



\* ٦ أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$\left( \frac{s-s}{s} - \frac{s^2}{s^2} \right) \div \left( \frac{s^2}{s} + \frac{s^2}{s} \right)$$

$$\frac{(s^2+s^2)s}{(s^2-s^2)s}$$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	<input checked="" type="radio"/>	١- = $\frac{3-s}{s-3}$
<input checked="" type="radio"/>	أ	$\frac{5}{4+s} = \frac{3}{3+s} + \frac{2}{1+s}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	$\frac{s^3}{2-s^3} = \frac{2s}{2-s^3} - \frac{5s}{2-s^3}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	$\frac{1}{3+s} = (2+s) \div \frac{2+s}{3+s}$

ثانيًا: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

			٥ = $\frac{6m}{2-m} \div \frac{3m}{1-m}$
$\frac{1-m}{(2-m)^2}$ (د)	$\frac{2-m}{(1-m)^2}$ <input checked="" type="radio"/>	$\frac{2m}{(2-m)(1-m)}$ (ب)	$\frac{2-m}{1-m}$ (أ)
			٦ = $\frac{4}{2-s} - \frac{2s}{2-s}$
١ (د)	٤ - ٢ (ج)	٢ + س <input checked="" type="radio"/>	٢ - س (أ)
			٧ الحدودية النسبية التي في أبسط صورة هي :
$\frac{3-3m}{1-m}$ (د)	$\frac{7-s}{s-7}$ (ج)	$\frac{1-2n}{4+n^2}$ <input checked="" type="radio"/>	$\frac{1+s}{1-2s}$ (أ)
			٨ = $\frac{4}{2+s} + \frac{2s}{2+s}$
١ (د)	٢ <input checked="" type="radio"/>	٢ س (ب)	$\frac{6s}{2+s}$ (أ)
			٩ = $\frac{6+3s}{2s} \times \frac{2s}{2+s}$
$\frac{3}{s}$ (د)	٦ س (ج)	$\frac{s}{6}$ (ب)	$\frac{6}{s}$ <input checked="" type="radio"/>
			١٠ = $\frac{1}{1+s} + \frac{ص}{1+ص} - \frac{2ص}{1+ص}$
١ <input checked="" type="radio"/>	$\frac{1+3ص}{1+ص}$ (ج)	$\frac{1+ص}{3+3ص}$ (ب)	١ + ص (أ)