

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/9>

\* للحصول على جميع أوراق الصف التاسع في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/9math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/9math1>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للصف التاسع اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade9>

[bot\\_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف التاسع على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

# التحليل والمعادلات Analysis & Equations

# الوحدة الثانية

عالم الصناعة  
Industrial World



تُعدُّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل القومي ، كما تُعتبر عصب الاقتصاد في معظم الدول ، وترتبط الصناعة في الكويت ارتباطًا وثيقًا وفعّالًا بالأنشطة الاقتصادية المختلفة .



## مشروع الوحدة : ( زيارة إلى مصنع الحديد والصلب )



يُعتبر الحديد مكوناً رئيسياً في المباني والمعدات والسيارات ، والأجهزة المنزلية الرئيسية . وتُعدّ صناعة الحديد من أهمّ الصناعات الإستراتيجية ، وتقوم بدور رئيسي في التنمية الصناعية والاقتصادية ، وهي عماد معظم الصناعات الأخرى .

### خطة العمل :

- رحلة إلى مصنع الحديد والصلب .

### خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلّم المتعلّمين إلى مجموعات .
- يقوم أفراد المجموعة بزيارة ميدانية إلى أحد مصانع الحديد في الكويت أو البحث على شبكة الإنترنت .
- يتعرّف أفراد المجموعة على خطوط إنتاج المصنع والمخازن التابعة له .
- لنفترض أنّ المصنع ينتج مكعبات من الحديد تُستخدم كقاعدة لنُصب تذكارية تختلف أحجامها ، يعتمد المصنع البعد ( س + ٣ ) كطول لحرف المكعب ، يُحفر بداخل هذا المكعب لتثبيت قاعدة النصب التذكاري بحيث تكون الحفرة على شكل مكعب طول حرفه ( س + ١ ) ، يحسب أفراد المجموعة حجم الحديد المستخدم .
- إذا أنتج المصنع أبواباً من الحديد مساحة سطحها ( س<sup>٢</sup> - ١٨ س - ٤٠ ) وحدة مربعة ، فأوجد بعدي سطح الباب .

### علاقات وتواصل :

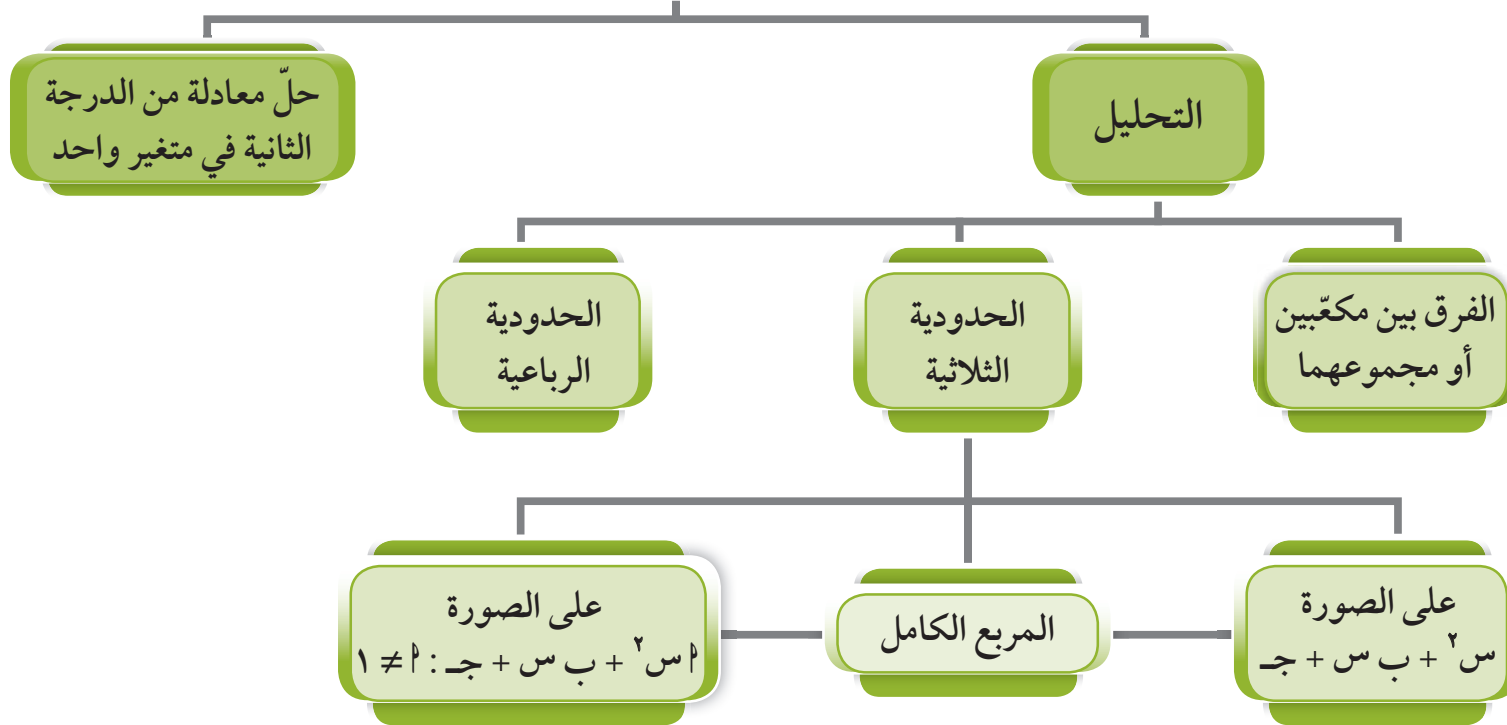
- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكد من صحّة الحلّ .

### عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

# مخطّط تنظيمي للوحدة الثانية

## التحليل والمعادلات



## استعدّ للوحدة الثانية



١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لكلّ ممّا يلي :

ب) ٦ س<sup>٢</sup> ، ٨ س<sup>٣</sup>

..... = أ . م . ع

أ) ٧ ، ١٤

..... = أ . م . ع

٢ حلّ ما يلي تحليلًا تامًّا :

ب) ص<sup>٢</sup> - ٤

أ) ٢ س<sup>٢</sup> - ٨ س

٣ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

ب)  $\sqrt[3]{٠,٠٦٤}$

أ)  $\sqrt[3]{\frac{٨-٨}{٢٧}}$

٤ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

ب) ٣(٢ س<sup>٢</sup> - ٧ س + ٥)

أ) س(س + ٣)

د) (٢ ص - ١) × (٢ ص - ١)

ج) (٣ س - ١) × (٤ + س)

$$\text{و} \quad (س - ص) (س^2 + صس + ص^2)$$

.....  
.....  
.....

$$\text{هـ} \quad (س + ٥)^2$$

.....  
.....  
.....

٥ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

$$\text{ب} \quad س^2 - ١٦ = ٠$$

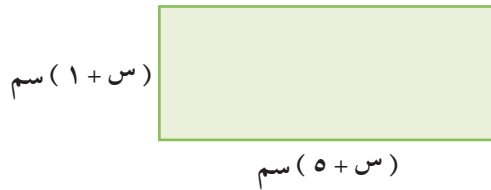
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$\text{أ} \quad ٨ = ٥ + س$$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

٦ أوجد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س - ٣) سم .

.....  
.....  
.....  
.....



٧ منطقة مستطيلة أبعادها موضحة في الشكل المقابل . أوجد مساحتها .

.....  
.....  
.....  
.....

## تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

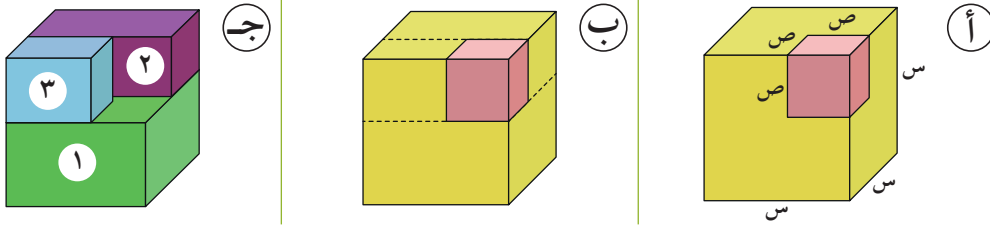
### Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١-٢

سوف تتعلم : تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين .

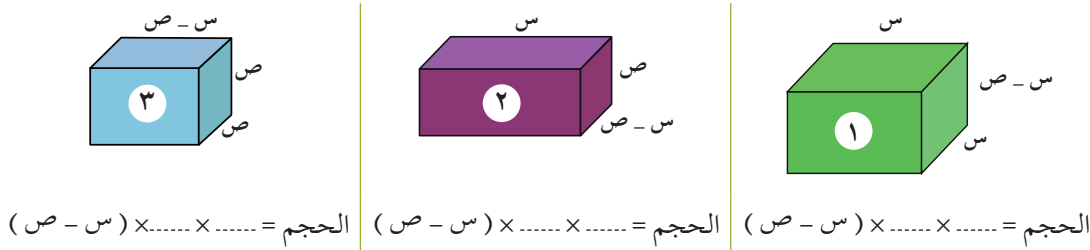
نشاط :

أنتج مصنع للإسفننج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول كما في الشكل (أ) .



أحسب كلاً من : حجم المكعب الكبير = ..... × ..... × ..... = وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير = ..... × ..... × ..... = وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي =  $س^3 - ص^3$  وحدة مكعبة

• يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفننج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسّمات (١) ، (٢) ، (٣) كلٌّ منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي :



الحجم = ..... × ..... × (س - ص) | الحجم = ..... × ..... × (س - ص) | الحجم = ..... × ..... × (س - ص)

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) + حجم الجزء (٢) + حجم الجزء (٣)  
 $س^3 - ص^3 = (س - ص) + (س - ص) + (س - ص)$   
 $= (س - ص) (س^2 + س + ص)$

تحقق من ذلك بإجراء عملية الضرب .

العبارات والمفردات :

- تحليل

Factorising

- الفرق بين مكعبين

Difference

Between Two

Cubes

- مجموع مكعبين

Sum of Two

Cubes

معلومات مفيدة :

الإسفننج الطبيعي يتم استخراجه من حيوان الإسفننج البحري ، ولكن الإسفننج المستخدم في منازلنا هو عبارة عن مادة صناعية يتم تصنيعها من سيليلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية ، وكثيراً ما يُستخدم الإسفننج في تنظيف الألوان ، والأسطح المختلفة ، كما يُستخدم أيضاً في تصنيع بعض قطع الأثاث .



مما سبق نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين  $s^3$  ،  $v^3$  نتبع القاعدة التالية :

$$s^3 - v^3 = (s - v)(s^2 + sv + v^2)$$

يمكن استبدال (ص) بـ (ص - ص) في القاعدة السابقة لنصل إلى الصورة :

$$s^3 + v^3 = (s + v)(s^2 - sv + v^2)$$

وهو ما يمثل مجموع مكعبين .

**مثال :**

حلّ كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

أ  $s^3 - 27$

**الحل :**

$$s^3 - 27 =$$

$$= (s - 3)(s^2 + 3s + 9)$$

ب  $64 - 3b^3$

**الحل :**

$$64 - 3b^3 =$$

$$= (4 - b)(16 + 4b + b^2)$$

**تدرّب (١)** :

حلّ كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

أ  $s^3 - 64 = (s - 4)(s^2 + 4s + 16)$

ب  $1 - 8v^3 = (1 - 2v)(1 + 2v + 4v^2)$

ج  $8l^3 + 27m^3 = (2l + 3m)(4l^2 - 6lm + 9m^2)$

**تدرّب (٢)** :

حلّ كلاً مما يلي تحليلاً تاماً :

أ  $3^3 - 81 = 3(3^2 - 9) = 3(3 - 3)(3 + 3) = 0$

$$= 3(3 - 3)(3^2 + 3 \cdot 3 + 9)$$

ب  $2s^4 + 16s = 2s(s^3 + 8) = 2s(s + 2)(s^2 - 2s + 4)$

$$= 2s(s + 2)(s^2 - 2s + 4)$$

ج  $5 - 40m^3 = 5(1 - 8m^3) = 5(1 - 2m)(1 + 2m + 4m^2)$

$$= 5(1 - 2m)(1 + 2m + 4m^2)$$



### تدرّب (٣) :

حلّ كلّ مما يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $(\dots + \dots - \dots) (\dots + \dots) = \dots + \frac{27}{64} \dots$

ب  $(\dots + \dots + \dots) (\dots - \dots) = \dots - \dots$

ج  $(\dots + \dots) (\dots - \dots) = \dots - \dots$

ملاحظة :

$${}^3({}^2m) = {}^6m$$

$${}^2({}^3m) = \dots$$

### فكر وناقش

هل يمكن تحليل  $({}^6n - {}^6m)$  بطريقتين مختلفتين؟ وضح ذلك؟ وقارن بين ما حصلت عليه.

### تدرّب (٤) :

صندوق على شكل شبه مكعب حجمه  $({}^3l + 27)$  متر مكعب وارتفاعه  $({}^3 + 2)$  متر، وظّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته.

تذكّر أنّ :

$$\text{حجم شبه المكعب} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

### تمرّن :

١ حلّ كلّ مما يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $\dots = 1 + \dots$

ب  $\dots = 8 - \dots$

ج  $\dots = 125 + \dots$

د  $\dots = 27 - \dots$

هـ  $\dots = \dots + \dots$

و  $\dots = 125 \text{ س} - 64 \text{ ص} \dots$

٢ حلّ كلاً مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ  $0,027 - 3ص =$

ب  $3ب \frac{1}{64} + 3پ \frac{8}{27} =$

ج  $54ب^4 - 2ب =$

د  $3هـ 3 + 3ك 81 =$

هـ  $3س^3 - 24س^2 =$

و  $16س^4 + 54س^3 =$

٣ مكعب طول ضلعه (س + ٣) سم ، حُفِرَ بداخله مكعب طول ضلعه (س + ١) سم ، فما حجم الجزء المتبقي من المكعب بعد الحفر .



## تحليل المربّع الكامل Factorising Perfect Square

٢-٢

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل .

العبارات والمفردات :

مربّع كامل  
Perfect Square

نشاط :

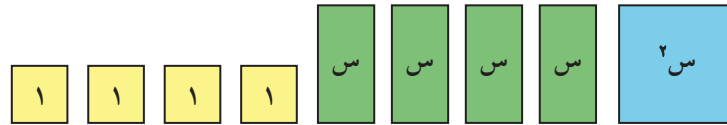
حلّ الحدودية التالية تحليلًا تامًا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$س^٢ + ٤س + ٤$$

أولًا: الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية  $س^٢ + ٤س + ٤$  بطاقات الجبر كما يلي :

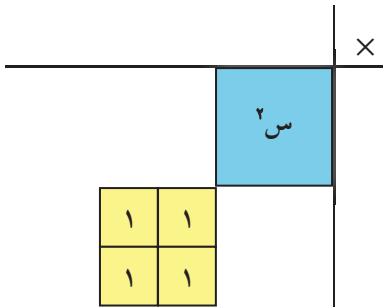


اللوّازم :

بطاقات الجبر	
س × س	س <sup>٢</sup>
س × ١	س
١ × ١	١

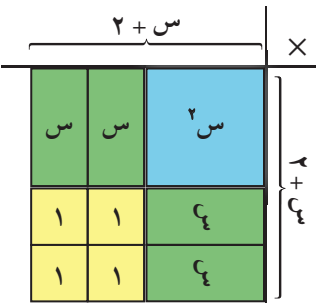
الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقة  $س^٢$  ،  
كذلك ضع بطاقات  $١$  على شكل مصفوفة كما  
في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب بطاقات  $س$  ،  
فلاحظ أنّ طول ضلع المربّع =  $س + ٢$   
∴ مساحة المربّع =  $(س + ٢)(س + ٢)$   
 $س(س + ٢) =$



$$∴ س^٢ + ٤س + ٤ = (س + ٢)(س + ٢)$$

$$س(س + ٢) =$$

ثانيًا: الطريقة الجبرية :

درست في ما سبق :

$$\text{للضرب: } (ب + ٢)^٢ = ٢^٢ + ٢ \times ب + ب^٢ = \text{مربع الحد الأول} + ٢ \times \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني} ،$$

$$(ب - ٢)^٢ = ٢^٢ - ٢ \times ب + ب^٢ = \text{مربع الحد الأول} - ٢ \times \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني} .$$

$$\text{وللتحليل: } ٢^٢ + ٢ \times ب + ب^٢ = (ب + ٢)^٢ = \text{الجذر التربيعي الموجب للحد الأول} + \text{الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث} (٢)$$

$$٢^٢ - ٢ \times ب + ب^٢ = (ب - ٢)^٢ = \text{الجذر التربيعي الموجب للحد الأول} - \text{الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث} (٢)$$

∴ لتحليل الحدودية  $س^٢ + ٤س + ٤$  :

• الجذر التربيعي الموجب للحد الأول =  $س$

• الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث =  $٢$

$$\therefore (س + ٢)^٢ = ٤س + ٤ + س^٢$$

وهذا المقدار  $(س^٢ + ٤س + ٤)$  يسمى **مربعًا كاملًا**

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

**مثال ( ١ ) :**

حدّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية التالية مربعًا كاملًا أم لا ؟ ثم حلّل الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .

$$س^٢ + ١٠س + ٢٥$$

**الحل :**

• هل  $س^٢$  مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم

• هل  $٢٥$  مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم

• هل الحدّ الأوسط **ضعف** حاصل ضرب  $س \times ٥$

**الإجابة :** نعم حيث  $٢ \times س \times ٥ = ١٠س$  ( الحدّ الأوسط )

∴ الحدودية الثلاثية  $س^٢ + ١٠س + ٢٥$  مربع كامل

$$\therefore (س + ٥)^٢ = ٢٥ + ١٠س + س^٢$$

**تدرّب (١)**  :

أيّ من الحدوديات التالية تمثّل مربعًا كاملاً :

**ب**  $ص^2 + 3ص + 9$

**أ**  $س^2 - 14س + 49$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

**د**  $4س^2 + 36س + 9$

**ج**  $9س^2 - 6س - 1$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

**تدرّب (٢)**  :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

**ب**  $16ب^2 - 24ب + 9$   
 $^2(..... - .....) =$

**أ**  $ص^2 + 8ص + 16$   
 $^2(..... + .....) =$

**د**  $1 - 10س + 25س^2$

**ج**  $ص^2 + 16ص + 64$

.....

.....

**مثال (٢) :**

حلّل تحليلًا تامًّا :  $20س^2 - 20س + 5$

**الحل :**

$20س^2 - 20س + 5$

$= 5(4س^2 - 4س + 1)$

$= 5(2س - 1)^2$

(بأخذ العامل المشترك)



### تدرّب (٣) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

ب)  $٤ ب^٣ ج - ٨ ب^٢ ج^٢ + ٤ ب ج^٣$

.....  
.....

أ)  $٩ س^٣ - ٦ س^٢ ص + س ص^٢$

.....  
.....

### مثال (٣) :

أوجد قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية التالية مربعاً كاملاً :

$$٩ س^٢ + ج س ص + ٤٩ ص^٢$$

### الحل :

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

$$\text{الحدّ الأوسط} = \pm ٢ \times ٣ \times ٧ ص$$

$$ج س ص = \pm ٤٢ س ص$$

$$\therefore ج = ٤٢ \text{ أو } ج = -٤٢$$

### تدرّب (٤) :

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة ما يلي :

$$٢(\dots + ١٠٠) = ٢(١٠١)$$

$$٢(\dots) + \dots \times ١٠٠ \times ٢ + ٢(١٠٠) =$$

$$\dots = \dots + \dots + ١٠٠٠٠ =$$

## تمرّن :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا؟

ب  $٤ - ع٤ - ع٢$

أ  $ص٢ + ٢ ص + ص٢$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

د  $٩ ب٢ + ١٢ ب + ١٦$

ج  $١ + ١٠ س + ٢٥ س٢$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

٢ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

ب  $١ + ٦ ب + ٩ ب٢$

أ  $ص٢ - ٢ ص + ١$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

د  $١٢١ س + ٢٢ س٢ + ١٢١ س٣$

ج  $س٣ - ٤ س٢ + ٤ س$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

و  $١٢ س٢ + ٣٦ س + ٢٧ ص٢$

هـ  $س٣ - ٦ س٢ + ٩ س$

.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كلٍّ مما يلي :

ب (٥٩)<sup>٢</sup>

أ (١٠٣)<sup>٢</sup>

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

٤ أوجد قيمة ج التي تجعل كلاً من الحدوديات الثلاثية التالية مربعاً كاملاً :

أ س<sup>٢</sup> + ج س + ٨١

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ب ٤ س<sup>٢</sup> - ج س ص + ٩ ص<sup>٢</sup>

.....
.....
.....
.....
.....
.....

٥ يُراد بناء مصنع على قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها :

(س<sup>٢</sup> + ٢٠ س + ١٠٠) وحدة مربعة . فما طول ضلعها بدلالة س ؟

.....
.....
.....

## تحليل الحدودية الثلاثية : $x^2 + bx + c$ Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

٣-٢

سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $x^2 + bx + c$  .

نشاط :

العبارات والمفردات :

حدودية ثلاثية

Trinomial

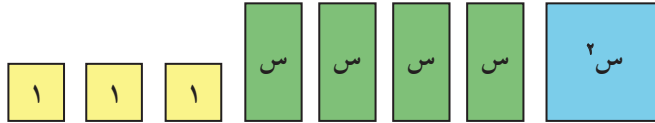
حلل الحدودية التالية تحليلاً تاماً بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$s^2 + 4s + 3$$

أولاً : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية  $s^2 + 4s + 3$  ببطاقات الجبر كما يلي :

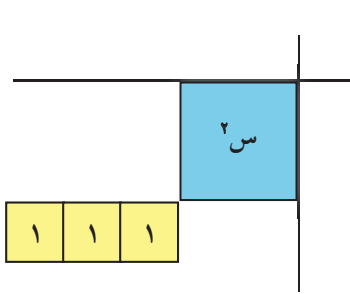


اللوازم :

بطاقات الجبر

$s^2$	$s \times s$
$s$	$s \times 1$
$1$	$1 \times 1$

الخطوة الثانية :

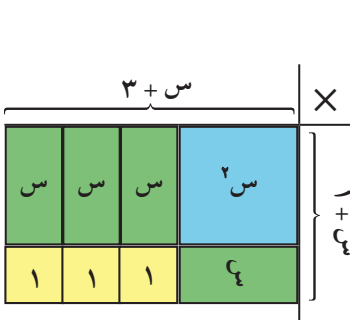


صَحِّحِ البطاقة  $s^2$  في زاوية رقعة الضرب ، ورتّب

بطاقات  $1$  . بما أنّ  $3$  عدد أولي ، فإنه يمكن

ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة  $3 \times 1$  كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :



أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات  $s$

فيكون بذلك طول المستطيل  $(s + 3)$

وعرض المستطيل  $(s + 1)$

$\therefore$  مساحة المستطيل  $= (s + 3)(s + 1)$

$\therefore s^2 + 4s + 3 = (s + 3)(s + 1)$

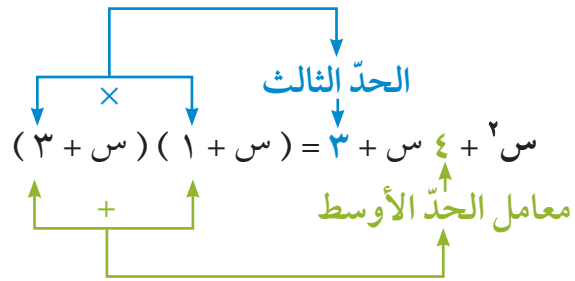
## ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية  $س^2 + ٤س + ٣$  إلى حاصل ضرب عاملين  
نبحث عن عددين يكون :

حاصل ضربهما ٣ الحد الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحد الأوسط

كما في الشكل التالي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة  $س^2 + بس + ج$  إلى عواملها ،  
ابحث عن عددين  $م$  ،  $ن$  حيث  $ب = م + ن$  ،  $ج = م ن$   
فيكون  $س^2 + بس + ج = (س + م)(س + ن)$

## مثال ( ١ ) :

حلّ تحليلًا تامًا :  $س^2 + ٦س + ٥$

**الحل :**

$$س^2 + ٦س + ٥ = (س + ٥)(س + ١)$$

نبحث عن عددين حاصل  
ضربهما ٥ وناتج جمعها ٦

## تدرّب (١) :

حلّ كلّ مما يلي تحليلًا تامًا :

أ  $س^2 + ٨ص + ٧$

ب  $س^2 - ٩س + ١٨$

( ..... + ..... ) ( ..... + ..... ) =

( ..... - ..... ) ( ..... - ..... ) =

## مثال ( ٢ ) :

حلّ تحليلًا تامًا :  $س^2 + ٢س - ٢$

**الحل :**

$$س^2 + ٢س - ٢ = (س + ٢)(س - ١)$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما  
(٢-) وناتج جمعها (١+)



### تدرّب (٢) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ س<sup>٢</sup> + ٢ س - ٣ =

(.....)(.....) =

ب س<sup>٢</sup> - ٥ س ص - ١٤ ص<sup>٢</sup>

(.....)(.....) =

### تدرّب (٣) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ ٥ ص<sup>٢</sup> + ١٥ ص - ٢٠ =

(..... - ..... + .....) ٥ =

(..... + .....)(..... - .....) ٥ =

ب - س<sup>٢</sup> + ٧ ص - ١٢ =

(.....) - =

..... =

### فكر وناقش

أعط ثلاث قيم مختلفة لـ ج في الحدودية :

س<sup>٢</sup> + ٣ س - ج بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين .

### تدرّب (٤) :

حلّل الحدوديات الثلاثية التالية تحليلاً تامّاً :

أ ص<sup>٢</sup> - ٦ ص - ٧ =

.....  
.....

ب س<sup>٣</sup> + ١٢ س<sup>٢</sup> + ٣٢ س

.....  
.....

ج س<sup>٢</sup> - ٢٠ س + ١٠٠ =

.....  
.....

د س<sup>٢</sup> + ٧ س ف - ١٨ ف<sup>٢</sup>

.....  
.....

### فكر وناقش

تقول منار: إنّ تحليل الحدودية س<sup>٢</sup> + ٤ س - ٢١ هو (س - ٣)(س + ٧)

بينما تقول سلمى: إنّ تحليلها هو (س + ٣)(س - ٧) .

أيهما على صواب؟ فسّر إجابتك .

## تمرّن :

١ أكمل بوضع (+) أو (-) في كلّ ممّا يلي :

أ)  $س^2 + ٥س + ٦ = (س \dots \dots ٢)(س \dots \dots ٣)$

ب)  $س^2 - ١٢س = (س \dots \dots ٣)(س \dots \dots ٤)$

٢ حلّ كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ)  $س^2 + ٣س + ٢$

ب)  $س^2 - ٧س + ١٠$

ج)  $ص^2 + ص - ٢٠$

د)  $س^2 - ٥س - ٦$

هـ)  $س^2 - ٥٦س$

و)  $س^2 + ٧س - ٤٤$

ز)  $س^2 - ١٠س + ١٦$

ح)  $م^2 + ١٥م + ٥٤$

ط)  $ص^4 - ١٧ص^٣ + ٣٠ص^٢$

ي)  $س^2 - ٢س + ٢س + ٤$



٣ ينتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ، إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي  $(س^2 + ٩س + ٢٠)$  وحدة مربعة . أوجد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .



## تحليل الحدودية الثلاثية : $٢س + ب س + ج$ Factorising Trinomials : $a x^2 + b x + c$

٤-٢



سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $٢س + ب س + ج$  ، حيث  $١ \neq ٢$  .

نشاط :

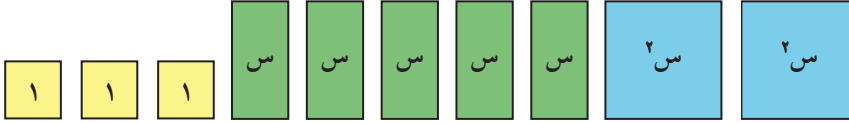
حلّل الحدودية التالية تحليلاً تاماً بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$٢س^٢ + ٥س + ٣$$

أولاً : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :

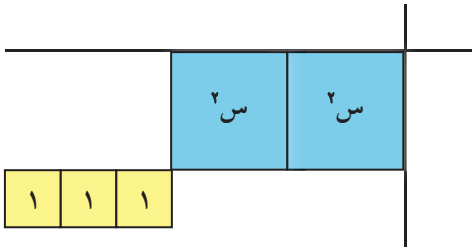


اللوازم :

بطاقات الجبر	
$س \times س$	$س^٢$
$س \times ١$	$س$
$١ \times ١$	$١$

الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقات  $س^٢$  ،  
كذلك ضع بطاقات  $١$  على شكل مصفوفة  
بما أن ٣ عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب  
البطاقات الثلاث بمصفوفة  $٣ \times ١$   
كما في الشكل .



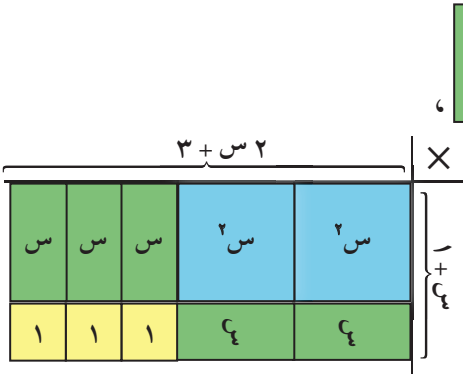
الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات  $س$  ،  
فلاحظ أنّ : طول المستطيل =  $٢س + ٣$

وعرض المستطيل =  $س + ١$

∴ مساحة المستطيل =  $(١ + س)(٣ + ٢س)$

∴  $٢س^٢ + ٥س + ٣ = (١ + س)(٣ + ٢س)$



## ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية  $2س^2 + 5س + 3$  إلى حاصل ضرب عاملين نتبع ما يلي :

الحدّ الأوّل :  $2س^2$

الحدّ الأوسط :  $5س$  (موجب)

الحدّ الثالث :  $3$  (موجب)

بما أنّ الحدّ الثالث موجب والحدّ الأوسط موجب ، نستبعد العوامل السالبة .

∴ عوامل الحدّ الأوّل  $2س^2$  هي  $2س$  ،  $س$

عوامل الحدّ الثالث  $3$  هي  $3$  ،  $1$

المحاولة الأولى :

$$\begin{array}{c} \text{س} \\ \swarrow \quad \searrow \\ (3 + \text{س}) \quad (1 + 2س) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{س} \end{array}$$

$$\text{س} + 6س = 7س \neq \text{الحدّ الأوسط}$$

المحاولة الثانية : (تبديل أماكن عوامل الحدّ الثالث)

$$\begin{array}{c} \text{س}^3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ (1 + \text{س}) \quad (3 + 2س) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{س} \end{array}$$

$$\text{س}^3 + 2س = 5س = \text{الحدّ الأوسط}$$

$$\therefore 2س^2 + 5س + 3 = (1 + \text{س})(3 + 2س)$$

### مثال :

حلّل تحليلاً تاماً :  $٥س^٢ + ٧س + ٢$

### الحل :

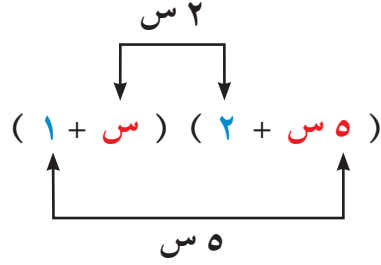
عوامل الحد الأول هي  $٥س$  ،  $س$

الحدّ الأوّل :  $٥س^٢$

الحدّ الأوسط :  $٧س$  (موجب)

عوامل الحد الثالث هي  $٢$  ،  $١$

الحدّ الثالث :  $٢$  (موجب)



$$\text{الحدّ الأوسط} = ٧س = ٥س + ٢س$$

$$\therefore ٥س^٢ + ٧س + ٢ = (١ + س)(٢ + ٥س)$$

بعد إجراء التحليل  
تحقق من صحته .

### تدرّب (١) :

حلّل تحليلاً تاماً كلّاً ممّا يلي :

أ  $٥س^٢ + ٨س + ٣ = (..... + .....)(..... + .....)$

ب  $٤س^٢ - ٤س - ٣ = (..... - .....)(..... + .....)$

ج  $٣س^٢ + ٧س - ٦ = (..... + .....)(..... - .....)$

د  $٦س^٢ - ١٩س + ١٠ص = (.....)(.....)$

### فكر وناقش

أوجد قيمتين للمعامل  $ك$  تسمحان بتحليل الحدودية :

$$٤س^٢ + كس + ١٠$$



تدرّب (٢) 

حلّل تحليلاً تامّاً كلّاً مما يلي :

أ  $٢هـ + ٣هـ - ٥ =$  .....

ب  $٧ك - ١١ل - ٦ل =$  .....

ج  $٤٢ص + ٣٢ص + ٦ = ٢ (.....)$

$٢ = (.....) (.....)$

د  $١٣ع + ٥ع - ٨ع =$  .....

$=$  .....

تمرّن :

حلّل تحليلاً تامّاً كلّاً مما يلي :

٢  $١١ل - ١٢ل + ١ =$

.....  
.....

١  $٢ن + ١٥ن + ٧ =$

.....  
.....

٤  $٨ص + ١٠ص - ٣ل =$

.....  
.....

٣  $٢ك - ١١ك - ٢١ =$

.....  
.....

٦  $٤س - ١٠س - ٥ص =$

.....  
.....

٥  $٢٥س + ١٠س - ١٥ =$

.....  
.....

٨  $٤هـ + ١٢هـ + ٩هـ =$

.....  
.....

٧  $٢١ف - ٧٠ف + ٤٩ف =$

.....  
.....



تدرّب (١) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $س^٢ ه - س^٢ د + ص^٢ ه - ص^٢ د$

$(.....) + (س^٢ ه - س^٢ د) =$

$س^٢ ه - س^٢ د + (..... - .....) =$

$(..... - .....) (س^٢ ه + ص^٢ د) =$

ب  $س^٢ ج + ج^٢ س + ج^٢ س + ج^٢ س$

.....  
.....  
.....

مثال (٢) :

حلّ تحليلاً تامّاً :

$س^٣ - س^٢ س - ٦ + س$

الحل :

$(س^٣ - س^٢ س - ٦ + س) + (س^٢ س - س^٢ س) = س^٣ - س^٢ س - ٦ + س$

$س^٢ س - س^٢ س - (س - س) =$

$(س - س) (س^٢ س - ٦ + س) =$

تدرّب (٢) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $س^٢ س - س^٢ س + س^٢ س$

.....  
.....  
.....

تذكّر أنّ :

(س - ص)

= (ص - س)

ب ٢٠ س<sup>٢</sup> ص + ١٠ ب س<sup>٢</sup> - ٤ ص - ٢٢ ب  
 ٢ = (.....)

.....  
 .....  
 .....

تذكّر أنّ:  
 $٢ - ٢ = ٠$   
 $(٢ - ٢)(٢ + ٢)$

**مثال (٣) :**

حلّ تحليلًا تامًّا :

س<sup>٣</sup> - ٢ س<sup>٢</sup> - ٢ س + ٢

**الحل :**

$(٢ - ٢ س + س) + (س٣ - ٢ س٢) = ٢ - ٢ س + س - ٢ س٢ + س٣$   
 $= (٢ - ٢ س) - (٢ س - س٢)$   
 $= (٢ - ٢ س)(١ + س)$   
 $= (٢ - ٢ س)(١ - س)(١ + س)$

**تدرّب (٣) :**

حلّ كلاً مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ س<sup>٣</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> - ٤ س + ١٢

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ب ص<sup>٣</sup> + ٤ ص<sup>٢</sup> - ٩ ص - ٣٦

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## تمرّن :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١)  $س ل - م س + ل ص - م ص$

.....  
.....  
.....

٢)  $س ٢ + س ٢ + ب ٢ + ص ٢ + ب ص$

.....  
.....  
.....

٣)  $س ٤ + س ٢ + س ٢ + ب ٨ + س ٤ + ب ٤$

.....  
.....  
.....  
.....

٤)  $س ٦ - س ٨ - ص ٨ - س ٣ + ب ٤ + ب ص$

.....  
.....  
.....

٥)  $س ٣ - س ٢ - س ٩ + ١٨$

.....  
.....  
.....  
.....

٦)  $س ٣ + س ٢ - س ٢٥ - ٥٠$

.....  
.....  
.....  
.....



## حلّ معادلة من الدرجة الثانية فيه متغيّر واحد Solving Second Degree Equation in One Variable

٦-٢

سوف تتعلّم : حلّ المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على الصورة العامة :  
 $٢س + ب س + ج = ٠$  .



صمّم مصنع لموادّ البناء مرفق له مخزنان ، أحدهما أرضيته  
مربّعة الشكل والآخر أرضيته مستطيلة الشكل .

١ أكتب مساحة أرضية المخزن (١) بدلالة س :

٢ أكتب مساحة أرضية المخزن (٢) بدلالة س :

٣ أوجد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين

يساوي ١٢٠٠ وحدة مربعة ؟

لايجاد قيم س :

• نكتب المعادلة :  $١٢٠٠ = \dots + \dots$

• نضع المعادلة في صورة  $٢س + ب س + ج = ٠$

•  $\dots = \dots - \dots + \dots$

• نحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :

•  $\dots = (\dots + \dots) (\dots - \dots)$

• نوجد قيم س

### خاصية الضرب الصفري

لكلّ  $٢$  ،  $ب$  عدنان حقيقيان ، إذا كان  $٢ \times ب = ٠$  فإنّ  $٢ = ٠$  أو  $ب = ٠$

مثال :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة :  $(٥ + س)(٦ - س) = ٠$  ، حيث  $س \in \mathbb{C}$   
ثمّ تحقّق من صحّة الحلّ .

الحل :

$$٠ = (٥ + س)(٦ - س)$$

(استخدم خاصية الضرب الصفري)

$$٠ = ٥ + س \quad \text{أو} \quad ٠ = ٦ - س$$

$$س = ٥ - \quad \text{أو} \quad س = ٦$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{ ٥ - , ٦ \}$$

العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة

الثانية في متغيّر واحد

Second Degree

Equation with

One Variable

حلّ معادلة

Solving an

Equation

ملاحظة :

المعادلة من الدرجة

الثانية في متغيّر واحد

تُسمى المعادلة التربيعية .

تذكّر أنّ :

حلّ المعادلة يعني إيجاد

قيم المتغيّر التي تحقّق

المعادلة .

تحقق :

$$\begin{aligned} & \text{عوّض عن س بالعدد ٦} \\ & ٠ \stackrel{?}{=} (٦ - ٦)(٥ + ٦) \\ & ٠ \stackrel{?}{=} ٠ \times ١١ \\ & \checkmark ٠ = ٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{عوّض عن س بالعدد ٥ -} \\ & ٠ \stackrel{?}{=} (٦ - ٥ -)(٥ + ٥ -) \\ & ٠ \stackrel{?}{=} ١١ - \times ٠ \\ & \checkmark ٠ = ٠ \end{aligned}$$

عند حل المعادلة التربيعية سنعتبر قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يذكر غير ذلك.

تدرّب (١) 

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ ص<sup>٢</sup> - ٥ ص = ٠

ص = (..... - .....)

٠ = ..... أو ٠ = .....

∴ مجموعة الحلّ = {..... ، .....}

ب س<sup>٢</sup> = ٩

س<sup>٢</sup> - ..... = .....

٠ = (..... + .....)(..... - .....)

..... أو .....

∴ مجموعة الحلّ = {..... ، .....}

تذكّر أنّ :

- (١) لِحَلِّ معادلة تربيعية : صَعِّ المعادلة في الصُّورة العامة .
- (٢) حَلِّ .
- (٣) اِسْتِخْدِم خاصية الضرب الصفري .

تدرّب (٢) 

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ ص<sup>٢</sup> - ٦ ص + ٥ = ٠

ب س<sup>٢</sup> = ٢ س + ٣٥

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### تدرّب (٣) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة :  $٦ص٢ + ٩ص = ٢ + ٦ص٢$

$$٦ص٢ + ٩ص = ٢ + ٦ص٢$$

$$٦ص٢ + ٩ص = ٢ + ٦ص٢$$

$$٦ص٢ + ٩ص = ٢ + ٦ص٢$$

.....

.....

.....

.....

.....

### تدرّب (٤) :

أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات التالية :

ب (س + ٢) = ١٤٤

أ ع (٦ - ع) = ٧

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### تدرّب (٥) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**تذكّر أنّ :**  
بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :  
ضعفه هو ٢ س  
مربّعه هو س<sup>٢</sup>  
ثلاثة أمثاله هو ٣ س

## فكر وناقش



ما مجموعة حل المعادلة  $s^2 + 1 = 0$  ؟

### تمرّن :

١ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

ب ص  $s^2 - 36 = 0$

أ  $s^2 - 3 = (s + 2)(s - 1) = 0$

د ن  $s^2 - 6n + 9 = 0$

ج ص  $s^2 - 10s + 11 = 0$

و ل  $s^2 = 7l$

هـ ك  $s^2 + 7k + 12 = 0$

ح ص  $s^2 - 12s - 8 = 5s - 6$

ز ن  $s^2 + 3n + 10 = 0$

$$٢ = (١ + س) س$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$١٨ - ص = ٢ ص$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٤ - م = ٩ م$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٠ = ٤٩ - (٣ + س)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ ينتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده :  
٤ سم ، (٢ + س) سم ، (٢ + س) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم<sup>٣</sup> .  
أوجد قيمة س .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



٣ مخزن أحد المصانع أرضيته مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ،  
وكانت مساحتها ٣٠٠ م<sup>٢</sup> . أوجد بعدي أرضية المخزن .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مراجعة الوحدة الثانية  
Revision Unit Two

٧-٢

أولاً : التمارين المقالية

١ حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

ب  $٦٤ + س^٣$

.....  
.....

أ  $س^٢ + ١٦ + ٦٤$

.....  
.....

د  $٢٧ \frac{س}{١٢٥} - م^٦$

.....  
.....

ج  $٤ - س^٣$

.....  
.....

و  $س^٢ - ٣س - ١٨$

.....  
.....

هـ  $س^٢ + ٨س + ٧$

.....  
.....

ح  $ص^٤ + ١١ص^٣ + ٢٨ص^٢$

.....  
.....

ز  $٢س^٢ - ١٤س + ٢٤$

.....  
.....

ي  $٢س^٢ - ٧س + ٦$

.....  
.....

ط  $٩ب - ١٠ك^٢$

.....  
.....

ل  $١٢ل^٢ + ١١ل - م^١٥$

.....  
.....

ك  $٦س^٢ + ٢١س - ١٢$

.....  
.....

$$\text{ن} \quad 9 \text{ س}^2 \text{ ص} - 54 \text{ س ص} + 81 \text{ ص}$$

.....

.....

.....

$$\text{م} \quad 4 \text{ س}^2 + 4 \text{ س} + 1$$

.....

.....

.....

$$\text{ص} \quad 5 \text{ س ص}^2 + 2 \text{ س}^2 - 3 \text{ ص}^3 - 6 \text{ س ص}$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{س} \quad 3 \text{ س}^3 + 2 \text{ س}^2 - 2 \text{ س} - 2$$

.....

.....

.....

.....

٢ أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

$$\text{ب} \quad 14 = 11 - 2 \text{ ص}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{أ} \quad 0 = 6 - 2 \text{ س}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{د} \quad 0 = 4 + 12 \text{ ن} + 9 \text{ ن}^2$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{ج} \quad 21 = 4 \text{ س}^2 - 2 \text{ س}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....



$$٥ + ٣س - ٢س٦ = ٥س - ٢س٩$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٠ = ٣٦ - ٢(٢ - س)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٠ = ٢س - ٢(٢ - ٣س)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٣ = (٢ + س)س$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة : (٦١)

.....

.....

.....

.....

.....

## ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظللّ (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ⓑ	ⓐ	١ $س^3 - \frac{1}{8} = (س - \frac{1}{4})(س^2 + \frac{1}{4}س + \frac{1}{8})$
ⓑ	ⓐ	٢ إذا كانت $س - ص = ٥$ ، $س + ص = ١١$ ، فإن $س^2 - ص^2 = ٥٥$
ⓑ	ⓐ	٣ $س^2 + س + ١ = (س + ١)^2$
ⓑ	ⓐ	٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^2 + ٣س = ٠$ ، $س \in ح$ هي $\{٣ ، ٠\}$
ⓑ	ⓐ	٥ $(س + ص)^2 = س^2 + ص^2$
ⓑ	ⓐ	٦ إذا كان $٤ص^2 + جص + ٩$ مربعًا كاملاً ، فإنّ إحدى قيم $ج$ هي $١٢$

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت  $١٠ = ٢ب$  ،  $٢ = ٢$  فإنّ  $(ب + ٢)(ب - ٢) =$

- ⓐ - ٨      ⓑ ٨      ج ١٢      د ٢٠

٨  $س(س - ٣) - (٣ - س) = ٩ + س$

- ⓐ  $(س - ٣)(س + ٣)$       ⓑ  $(س - ٣)^2$   
 ج  $(س - ٣)(س + ١)$       د  $(س + ٣)^2$

٩ إذا كان  $٣ = م + ل$  ،  $٣م + ٣ل = ٥١$  ، فإنّ  $٢ل - ٢م + م =$

- ⓐ ١٧      ⓑ ٤٨      ج ٥٤      د ١٥٣

١٠  $(س - ٣)^2 - ١٦ =$

- ⓐ  $(س - ٥)(س + ١١)$       ⓑ  $(س + ٥)(س - ١١)$   
 ج  $(س - ١)(س + ٧)$       د  $(س + ١)(س - ٧)$

١١ إذا كان  $2س^2 + م - 7 = (2س - 1)(س + 7)$ ، فإن  $م =$

- أ) ١٣-      ب) ١٣      ج) ١٤      د) ١٥

١٢ مجموعة حلّ المعادلة  $س(س - 2) = 15$  في ح هي:

- أ)  $\{٥, ٣\}$       ب)  $\{٥, ٣\}$   
ج)  $\{٢, ٠\}$       د)  $\{٥, ٣-\}$

١٣  $ص^4 + ٠,٢٧ص =$

- أ)  $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 + ٠,٣ + ٠,٩ص)$   
ب)  $ص(ص - ٠,٣)(ص^2 - ٠,٣ - ٠,٩ص)$   
ج)  $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 - ٠,٣ - ٠,٩ص)$   
د)  $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 - ٠,٦ - ٠,٩ص)$

١٤ قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية  $س^2 - 6س + ج$  مربعًا كاملاً هي:

- أ) ٩-      ب) ٣      ج) ٩      د) ٣٦

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة.

القائمة (٢)	القائمة (١)
أ) $(٣س - ١)(س + ٢)$	<input type="radio"/> ١٥ $٦س^2 - ١١س + ٤ =$
ب) $٣(٣س - ٢)(س + ١)$	<input type="radio"/> ١٦ $٦س^2 - ٥س - ٤ =$
ج) $(٢س - ١)(٣س - ٤)$	<input type="radio"/> ١٧ $٩س^2 + ٣س - ٦ =$
د) $(٢س + ١)(٣س - ٤)$	<input type="radio"/> ١٨ $س(س + ٣) - ٢ =$
هـ) $(٢س - ١)(٣س + ٤)$	