▼ (1) الجبر والدوال: القسم الأول ▼

01 الحد التالي في النمط $3, 7, 12, 18, \ldots$ يساوي (ابدأ من اليسار) ..

Ⓐ 19 Ⓑ 20 Ⓒ 21 Ⓓ 25

02 إذا كانت العبارة p صائبة فأي العبارات التالية خاطئة؟

Ⓐ $\sim(\sim p)$ Ⓑ $p \to p$ Ⓒ $p \vee \sim p$ Ⓓ $\sim p \wedge p$

03 إذا كانت العبارتان p, q غير صائبتين فأي العبارات التالية صائبة؟

Ⓐ $p \wedge q$ Ⓑ $p \vee p$ Ⓒ $\sim p \to q$ Ⓓ $\sim q \to \sim p$

04 في جدول صواب العبارة $(\sim p \wedge q)$ المجاور قيمة الصدق التي تحل محل x, y ..

p	q	$(\sim p \wedge q)$
T	T	F
T	F	x
F	T	y
F	F	F

Ⓐ $x = \text{T}, y = \text{T}$ Ⓑ $x = \text{T}, y = \text{F}$ Ⓒ $x = \text{F}, y = \text{T}$ Ⓓ $x = \text{F}, y = \text{F}$

05 أي العبارات التالية رمز لـ المعاكس الإيجابي للعبارة $p \to q$ ؟

Ⓐ $\sim p \to q$ Ⓑ $q \to p$ Ⓒ $\sim p \to \sim q$ Ⓓ $\sim q \to \sim p$

06 معكوس العبارة الشرطية «إذا كان مجموع قياسي زاويتين $90°$ فإنهما متتامتان» هو ..

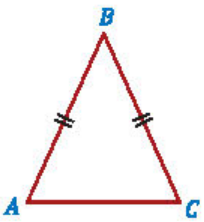
Ⓐ إذا كانت الزاويتان متتامتين فإن مجموع قياسيهما $90°$.

Ⓑ إذا كان مجموع قياسي زاويتين لا يساوي $90°$ فإنهما غير متتامتين.

Ⓒ إذا كان مجموع قياسي زاويتين لا يساوي $90°$ فإنهما متتامتان.

Ⓓ إذا كانت الزاويتان غير متتامتين فإن مجموع قياسيهما $90°$.

07 من الشكل المجاور؛ أي العبارات التالية لها قيمة صواب العبارة $AB = BC$ ..



Ⓐ $m\angle A = m\angle C$ Ⓑ $AC = BC$ Ⓒ $m\angle A = m\angle B$ Ⓓ $AB = AC$

الأنماط

النمط: استقراء لبعض المعلومات التي تستمر على نفس الوتيرة لتخمين ما يأتي بعدها.

المنطق

العبارة المنطقية: جملة خبرية إما صائبة فقط (T) وإما خاطئة فقط (F) ويرمز لها بأحد الرموز $p, q, r, s, \ldots$.

نفي العبارة المنطقية: إذا كان رمز عبارة ما p فإن رمز نفيها $\sim p$ (تُقرأ نفي p).

العبارة المنطقية البسيطة تحوي خبراً واحداً، والعبارة المنطقية المركبة تحوي أكثر من خبر.

عبارة الوصل المنطقي: رمزها $p \wedge q$ ، وتكون صائبة (T) عندما p و q صائبتان معاً، وخاطئة فيما عدا ذلك.

عبارة الفصل المنطقي: رمزها $p \vee q$ ، وتكون خاطئة (F) عندما p و q خاطئتان معاً، وصائبة فيما عدا ذلك.

العبارة الشرطية: رمزها $p \to q$ ، ونقرأها إذا كان p فإن q ، وتكون خاطئة في حالة واحدة فقط إذا كان الفرض صائباً والنتيجة خاطئة، وصائبة فيما عدا ذلك.

العبارات الشرطية المرتبطة ..

العبارة	مكوناتها
الشرطية	فرض معطى ونتيجة
العكس	تبديل الفرض والنتيجة
المعكوس	نفي كل من الفرض والنتيجة
المعاكس	نفي كل من الفرض والنتيجة
الإيجابي	في عكس العبارة الشرطية

جدول صدق العبارات المنطقية ..

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \to q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

almanahj.com/ae

08 العدد $-\sqrt{25}$ ينتمي لمجموعة الأعداد ..

Ⓐ غير النسبية Ⓑ الصحيحة

Ⓒ الكلية Ⓓ الطبيعية

09 ما العدد الذي ينتمي إلى مجموعة الأعداد غير النسبية؟

Ⓐ $\sqrt{8}$ Ⓑ $\frac{22}{7}$

Ⓒ $-\sqrt{121}$ Ⓓ $0.\overline{32}$

10 أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt{35}$ ..

Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 5 Ⓓ 6

11 العدد المختلف من بين الأعداد $\sqrt{21}, \sqrt{35}, \sqrt{67}, \sqrt{81}$ هو العدد ..

Ⓐ $\sqrt{21}$ Ⓑ $\sqrt{35}$

Ⓒ $\sqrt{67}$ Ⓓ $\sqrt{81}$

12 إذا كان $x \in [-3, 3]$ فإن $x^2 \in$ ------ .

Ⓐ $[-9, 9]$ Ⓑ $[-3, 3]$

Ⓒ $[0, 9]$ Ⓓ $[-9, 0]$

13 الصفة المميزة $\{x | -3 \leq x \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$ هي مجموعة الأعداد ..

Ⓐ $-2, -1, 0, 1, 2$ Ⓑ $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

Ⓒ $-3, -2, -1, 1, 2$ Ⓓ $-2, -1, 0, 1$

14 الصفة المميزة لـ $x \leq -3$ هي ..

Ⓐ $\{x | x < -3, x \in \mathbf{R}\}$ Ⓑ $\{x | x \leq -3, x \in \mathbf{W}\}$

Ⓒ $\{x | x \leq -3, x \in \mathbf{R}\}$ Ⓓ $\{x | x \leq -3, x \in \mathbf{N}\}$

15 حل المتباينة $4 < x \leq 7$ هو الفترة ..

Ⓐ $(4, 7)$ Ⓑ $[4, 7)$

Ⓒ $[4, 7]$ Ⓓ $(4, 7]$

16 حل المتباينة $x > 2$ هو الفترة ..

Ⓐ $[2, \infty)$ Ⓑ $(2, \infty)$

Ⓒ $(-\infty, 2]$ Ⓓ $(-\infty, 2)$

الأعداد الحقيقية

- مجموعة الأعداد النسبية **Q** : العدد النسبي عدد يمكن كتابته على صورة $\frac{\text{عدد صحيح}}{\text{عدد صحيح لا يساوي الصفر}}$.
- مجموعة الأعداد غير النسبية **I** : العدد غير النسبي عدد صورته العشرية ليست منتهية ولا دورية.
- العدد الدوري: العدد .....0.333333 يسمى عدداً دورياً ويرمز له بالرمز $0.\overline{3}$.
- العدد الدوري ينتمي لمجموعة الأعداد النسبية.
- مجموعة الأعداد الحقيقية **R** : تساوي اتحاد مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية.
- تنبيه: ∞ و $-\infty$ لا ينتميان للأعداد الحقيقية.
- المجموعات الجزئية من **R** :

الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	النسبية	$0.125, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$
I	غير النسبية	$\pi, \sqrt{3}, \sqrt{5}$
Z	الصحيحة	$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
W	الكلية	$0, 1, 2, 3, \ldots$
N	الطبيعية	$1, 2, 3, \ldots$

الفترات في مجموعة الأعداد الحقيقية R

الصفة المميزة للمجموعة تستعمل لتعريف خصائص الأعداد ضمن المجموعة.

- الفترات المحدودة وغير المحدودة:

فترات	$a \leq x \leq b$	$a < x < b$
محدودة	$[a, b]$	(a, b)
فترات غير محدودة	$x \leq a$	$x > a$
	$(-\infty, a]$	(a, ∞)

- تنبيه1: مجموعة الأعداد الحقيقية R تُكتب على صورة فترة بالشكل $(-\infty, \infty)$.
- تنبيه2: في رمز الفترة ..

رمز التباين $\leq$ يدل على القوس المغلق] ،

ورمز التباين $<$ يدل على القوس المفتوح (

almanahj.com/ae

من خواص الأعداد الحقيقية

◄ خاصيتا التبديل (الإبدال) والتجميع في الجمع والضرب:

$$a.b = b.a$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

◄ خاصية التوزيع: $a(b + c) = ab + ac$

◄ النظير الجمعي لعدد هو نفس العدد بعكس إشارته.

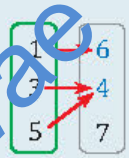
◄ النظير الضربي للعدد $\frac{a}{b}$ هو العدد $\frac{b}{a}$.

العلاقة والدالة

◄ **الدالة:** علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد في المدى.

◄ **الدالة المتباينة:** دالة لا يرتبط فيها أكثر من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى.

◄ للدالة $\{(1,6),(3,4),(5,4)\}$ ..



المجال: $\{1,3,5\}$ ، المدى: $\{6,4\}$

إيجاد قيمة الدالة $f(x)$ عند نقطة بالتعويض

◄ مثال: إذا كانت $f(x) = x^2 - 3$ فإن ..

$$f(4) = (4)^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$f(a+1) = (a+1)^2 - 3$$
$$= a^2 + 2a + 1 - 3$$
$$= a^2 + 2a - 2$$

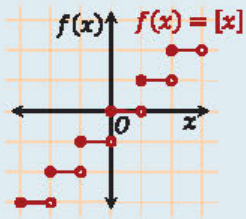
◄ في الدالة متعددة التعريف يتم التعويض بالعدد في الجزء الذي يحقق شروطها.

صحيح العدد والدالة الدرجية

◄ صحيح العدد x رمزه $[x]$ ، وقيمته تساوي العدد الصحيح الأقل من أو يساوي x .

◄ مثال توضيحي: $[-3.7] = -4$, $[3.7] = 3$.

◄ الدالة الدرجية: $f(x) = [x]$.



◄ مجالها: مجموعة الأعداد الحقيقية R .

◄ مداها: مجموعة الأعداد الصحيحة Z .

---

17 ◄ الخاصية المستخدمة في العبارة الرياضية $3x - y = -y + 3x$ هي ..

Ⓐ خاصية الإبدال Ⓑ خاصية التجميع

Ⓒ خاصية التوزيع Ⓓ خاصية الانغلاق

---

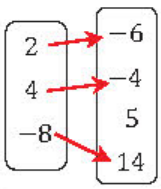
18 ◄ النظير الضربي للعدد -3 ..

Ⓐ -3 Ⓑ $\frac{1}{3}$

Ⓒ $\frac{-1}{3}$ Ⓓ 3

---

19 ◄ مدى الدالة المبينة بالشكل المجاور ..



Ⓐ $\{-6,14\}$ Ⓑ $\{2,4,-8\}$

Ⓒ $\{-6,-4,5,14\}$ Ⓓ $\{-6,-4,14\}$

---

20 ◄ مجال الدالة $\{(1,2),(3,4),(4,5)\}$ ..

Ⓐ $\{6,2\}$ Ⓑ $\{1,3,4\}$

Ⓒ $\{3,5\}$ Ⓓ $\{1,4,5\}$

---

21 ◄ إذا كانت $f(x) = 4x^2 - 8$ فإن $f(x-1)$ تساوي ..

Ⓐ $4x^2 - 8x - 4$ Ⓑ $4x^2 - 2x - 9$

Ⓒ $4x^2 - 8x - 12$ Ⓓ $4x^2 - 9$

---

22 ◄ إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x-4 & x < 2 \\ x^2+1 & x \geq 2 \end{cases}$ فإن $f(2)$ تساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ 1

Ⓒ 5 Ⓓ 8

---

23 ◄ إذا كانت $f(x) = [x]$ فإن $f(-4.6)$ تساوي ..

Ⓐ -4 Ⓑ -5

Ⓒ 4 Ⓓ 4.6

---

24 ◄ مجال الدالة $f(x) = [x] + 1$ ..

Ⓐ R Ⓑ Z

Ⓒ $[1,\infty)$ Ⓓ $(-\infty,1]$

---

25 ◄ مدى الدالة $f(x) = [x] - 2$ ..

Ⓐ R Ⓑ Z

Ⓒ $[2,\infty)$ Ⓓ $(-\infty,-2]$

almanahj.com/ae

26 | 1 إذا كانت $f(x) = |1 - x|$ فإن $f(-1)$ تساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ -1

Ⓒ 0 Ⓓ 2

27 | 1 مجال الدالة $f(x) = |x - 3| + 4$ هو ..

Ⓐ $(3, \infty)$ Ⓑ الأعداد الحقيقية غير السالبة

Ⓒ $(4, \infty)$ Ⓓ R

28 | 1 مدى الدالة $f(x) = |x - 5| + 3$ هو ..

Ⓐ $[5, \infty)$ Ⓑ $[3, \infty)$

Ⓒ $[0, \infty)$ Ⓓ $(-\infty, \infty)$

29 | 1 من النقاط التي تقع في منطقة حل المتباينة $x - 2y \leq 1$ النقطة ..

Ⓐ $(2, -1)$ Ⓑ $(2, 1)$

Ⓒ $(0, -1)$ Ⓓ $(1, 0)$

30 | 1 النقطة $(0, 0)$ تقع في منطقة حل المتباينة ..

Ⓐ $x + 2 \leq 1 + |y|$ Ⓑ $y - 6 < |-2x|$

Ⓒ $y \leq 2|x| - 3$ Ⓓ $y > |-2x|$

31 | 1 منطقة حل المتباينة $x < 2$ هي المنطقة التي تقع ..... المستقيم $x = 2$.

Ⓐ يمين Ⓑ يسار

Ⓒ أعلى Ⓓ أسفل

32 | 1 المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ من الرتبة ..

Ⓐ 6 Ⓑ 2×3

Ⓒ 3×2 Ⓓ 3×3

33 | 1 قيمة العنصر a_{21} في المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ..

Ⓐ 3 Ⓑ -2

Ⓒ 7 Ⓓ 4

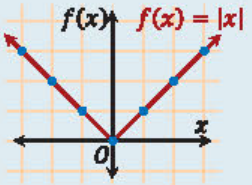
34 | 1 من تساوي المصفوفتين $\begin{bmatrix} 5 & x-3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ فإن x تساوي ..

Ⓐ 4 Ⓑ 5

Ⓒ 10 Ⓓ 21

القيمة المطلقة للعدد ودالة المقياس

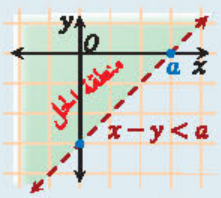
- القيمة المطلقة للعدد: $|\pm a| = a$.
- دالة المقياس: $f(x) = |x|$.



- مجالها: مجموعة الأعداد الحقيقية R .
- مداها: مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة.
- الصورة العامة : $f(x) = |x - a| + b$.
- مجالها: مجموعة الأعداد الحقيقية R ومداها: $[b, \infty)$.

المتباينات الخطية

- هي عبارة رياضية تحوي المتغيرين x, y وإحدى علامات التباين $<$ أو $>$ أو $\leq$ أو $\geq$.



- إذا كانت نقطة ما تحقق متباينة فهي تقع في منطقة حل المتباينة، والعكس صحيح.
- النقطة $(0, 0)$ تقع في منطقة الحل.
- المستقيم الأفقي معادلته $y = c$ ، والمستقيم الرأسي معادلته $x = k$ ، حيث c, k ثوابت.

المصفوفات

- رتبة المصفوفة: المصفوفة المكونة من m صفًا و n عمودًا يطلق عليها مصفوفة من الرتبة $m \times n$.
- بتحديد الصف ثم العمود نحصل على العنصر؛ فمثلاً: a_{35} تعني العنصر في تقاطع الصف الثالث مع العمود الخامس.
- مثال توضيحي: $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$
  - رتبة $\underline{A}$ تساوي 3×2 .

عدد الصفوف ، عدد الأعمدة

- العنصر a_{21} هو 0 .

(تقاطع الصف الثاني مع العمود الأول)

- المصفوفتان المتساويتان: كل عنصر في المصفوفة الأولى يساوي نظيره من المصفوفة الثانية.

almanahj.com/ae

العمليات على المصفوفات

- **جمع أو طرح مصفوفتين:**
- لجمع أو طرح مصفوفتين يجب أن تكون لهما الرتبة نفسها، ويكون الناتج من الرتبة نفسها.
- **الطريقة:** نجمع كل عنصر في المصفوفة الأولى مع نظيره في الثانية، والطرح بالطريقة نفسها.
- **ضرب مصفوفة بعدد:** نضرب العدد بكل عنصر من عناصر المصفوفة.
- **ضرب مصفوفتين:**

عملية ضرب ممكنة	عملية ضرب غير ممكنة
$\underline{A}_{m\times r}\cdot\underline{B}_{r\times t}$	$\underline{A}_{m\times r}\cdot\underline{B}_{n\times t}$

ويكون ناتج الضرب من الرتبة $m\times t$، وتكون عملية الضرب كالتالي:

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}e & g\\ f & h\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ae+bf & ag+bh\\ ce+df & cg+dh\end{bmatrix}$$

للحصول على أعلى الدرجات في الاختبار لا يكفي حفظ الأساليب والصيغ الرياضية بل يجب فهمها وتطبيقها

35 إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة 3×5 فإن رتبة المصفوفة $\underline{A}-\underline{B}$ هي ..

Ⓐ 3×5 Ⓑ 5×3
Ⓒ 3×2 Ⓓ 3×3

36 ناتج $\begin{bmatrix}3 & 7\\ -2 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 5 & -4\end{bmatrix}$ يساوي ..

Ⓐ $\begin{bmatrix}2 & 7\\ 3 & -7\end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix}4 & 7\\ -7 & 1\end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix}-4 & -7\\ 7 & -1\end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix}-4 & 7\\ 3 & -6\end{bmatrix}$

37 ناتج $\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 0\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & -2\end{bmatrix}$ يساوي ..

Ⓐ $\begin{bmatrix}7 & -3\\ 4 & -2\end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix}7 & 1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix}5 & -3\\ 2 & -4\end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix}5 & 1\\ 4 & -4\end{bmatrix}$

38 إذا كانت $\underline{Y}\cdot\underline{X}$ من الرتبة 3×2 والمصفوفة $\underline{X}$ من الرتبة 3×4 فما رتبة المصفوفة $\underline{Y}$ ؟

Ⓐ 2×3 Ⓑ 3×2
Ⓒ 2×4 Ⓓ 4×2

39 ناتج ضرب $\begin{bmatrix}3\\ 5\\ -2\end{bmatrix}\times[1 \quad 2 \quad 0]$ يساوي ..

Ⓐ $[21]$ Ⓑ $[3 \quad 10 \quad 0]$
Ⓒ $[13]$ Ⓓ $[3 \quad 10]$

40 إذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ فإن $\underline{A}.\underline{A}$ يساوي ..

Ⓐ $\begin{bmatrix}4 & 3\\ 3 & -4\end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 3 & 4\end{bmatrix}$
Ⓒ $\begin{bmatrix}3 & -4\\ -4 & 3\end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix}3 & -4\\ 4 & 3\end{bmatrix}$

41 إذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}5 & 1\\ 8 & 3\\ 6 & 2\end{bmatrix}$ و $\underline{B}=\begin{bmatrix}0 & -5\\ 1 & 4\\ -2 & 3\end{bmatrix}$ فأي العمليات الجبرية التالية على $\underline{A}$ و $\underline{B}$ يكون ناتجها $\begin{bmatrix}5 & 11\\ 6 & -5\\ 10 & -4\end{bmatrix}$ ؟

Ⓐ $\underline{A}+2\underline{B}$ Ⓑ $\underline{A}-2\underline{B}$
Ⓒ $2\underline{A}+\underline{B}$ Ⓓ $2\underline{A}-\underline{B}$

almanahj.com/ae

42 قيمة المحددة $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ تساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ 0

Ⓒ 2 Ⓓ 22

43 إذا لم يكن للمصفوفة $\begin{bmatrix} 3^{x+1} & 729 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$ نظير ضربي فإن x تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 1

Ⓒ 2 Ⓓ 3

44 النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ يساوي ..

Ⓐ $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

Ⓒ $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

45 قيمة المحددة $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & -1 \end{vmatrix}$ تساوي ..

Ⓐ 164 Ⓑ -2

Ⓒ 80 Ⓓ -164

46 مساحة مثلث إحداثيات رؤوسه $A(0,0), B(-2,8), C(4,12)$ ..

Ⓐ 56 Ⓑ 28

Ⓒ 20 Ⓓ 14

47 قيمة $i^{14} + i^{15} + i^{16} + i^{17}$ تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 1

Ⓒ $2i$ Ⓓ $2i + 1$

48 أوجد $(1 - i)^8$.

Ⓐ 16 Ⓑ -16

Ⓒ $16i$ Ⓓ $-16i$

49 تبسيط العدد $\sqrt{-18}$ هو ..

Ⓐ -9 Ⓑ $3i\sqrt{2}$

Ⓒ $2i\sqrt{3}$ Ⓓ $3\sqrt{2}$

50 حل المعادلة $x^2 + 9 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة هو ..

Ⓐ -9 Ⓑ ± 3

Ⓒ $\pm 3i$ Ⓓ ليس لها حل

المُحدِّدات والنظير الضربي

◀ محددة مصفوفة من النوع (الرتبة) 2×2 تسمى **مُحدِّدة** الدرجة الثانية؛ وتعطى من العلاقة ..

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

القطر الرئيس

◀ النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو ..

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

◀ إذا كانت محددة المصفوفة تساوي صفراً فإن المصفوفة ليس لها نظير ضربي.

◀ **مُحدِّدة الدرجة الثالثة:** نحسب قيمتها بقاعدة الأقطار، فمثلاً ..

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

(0+24+10) (3+60+0)

$$\therefore \begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (3+60+0)-(0+24+10) = 29$$

◀ مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a,b), (c,d), (e,f)$ تساوي $|A|$ حيث ..

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

الوحدة التخيلية والعدد المركب

◀ **الوحدة التخيلية:** $i = \sqrt{-1}$.

◀ بعض قوى الوحدة التخيلية ..

$i^2 = -1$ $\quad$ $i^3 = -i$

$i^4 = 1$ $\quad$ $i^{(4$ أي عدد من مضاعفات$)} = 1$

◀ **مثال توضيحي1:**

$$i^{17} = i^{16+1} = i^{16} \times i = 1 \times i = i$$

◀ **العدد المركب:** يكتب على الصورة ..

$$a + ib$$

الجزء الحقيقي، الجزء التخيلي

◀ **مثال توضيحي:**

$$(1+i)^6 = [(1+i)^2]^3 = [(1+2i+i^2)]^3$$
$$= [1+2i+(-1)]^3$$
$$= [2i]^3$$
$$= 2^3 \times i^3$$
$$= 8(-i) = -8i$$

almanahj.com/ae

51 ◄ ناتج ضرب $2i \times 5i$ يساوي ..

Ⓐ -10 Ⓑ $-10i$

Ⓒ $10i$ Ⓓ 10

52 ◄ ناتج ضرب $(1+5i)(1-5i)$ يساوي ..

Ⓐ -24 Ⓑ $26i$

Ⓒ 26 Ⓓ $-24i$

53 ◄ تبسيط العبارة $(4+6i)-(-1+2i)$ هو ..

Ⓐ $-4i$ Ⓑ $5+4i$

Ⓒ 5 Ⓓ $4i$

54 ◄ ما قيمتا x, y الحقيقيتان اللتان تجعلان $(5+4i)-(x+yi)=-1-3i$ صحيحة؟

Ⓐ $x=6\ ,\ y=7$ Ⓑ $x=4\ ,\ y=5$

Ⓒ $x=4\ ,\ y=5$ Ⓓ $x=4\ ,\ y=7$

55 ◄ تبسيط المقدار $\frac{8+6i}{2i}$ هو ..

Ⓐ $3+4i$ Ⓑ $3-4i$

Ⓒ $4-3i$ Ⓓ $4+3i$

56 ◄ العدد $\frac{1}{2+6i}$ في أبسط صورة ..

Ⓐ $\frac{-1}{16}+\frac{3}{16}i$ Ⓑ $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

Ⓒ $\frac{1}{20}-\frac{3}{20}i$ Ⓓ $\frac{1}{16}+\frac{3}{16}i$

57 ◄ قيمة المميز للمعادلة $x^2-2x+1=0$ تساوي ..

Ⓐ -8 Ⓑ 0

Ⓒ 2 Ⓓ 8

58 ◄ المعادلة $-x+4x^2-2=0$ لها ..

Ⓐ جذران حقيقيان مختلفان Ⓑ جذران مركبان

Ⓒ جذران حقيقي ومركب Ⓓ جذران حقيقيان متطابقان

59 ◄ مجموعة حل المعادلة $x^2-4x+5=0$ هي ..

Ⓐ $\{2+i, 2-i\}$ Ⓑ $\{2\}$

Ⓒ $\{i, -i\}$ Ⓓ $\{5-4i\}$

مرافق العدد المركب وتساوي عددين مركبين

◄ مرافق العدد المركب $a+bi$ هو $a-bi$.

◄ تنبيهان:

١ ◄ العدد الحقيقي عدد مركب.

٢ ◄ مرافق العدد الحقيقي هو نفسه.

◄ ضرب عددين مترافقين ..

$$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$$

◄ لتبسيط عبارة تحوي أعداداً مركبة نبسط الجزء الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي.

◄ العددان المركبان المتساويان فيهما: الجزءان الحقيقيان متساويان، والجزءان التخيليان متساويان.

◄ مثال توضيحي:

$$x+6i=3-2yi$$

$$\Rightarrow x=3\ ,\ 6=-2y \quad \Rightarrow \quad y=-3$$

◄ لتبسيط كسر مقامه عدد مركب نضرب في مرافق المقام بسطًا ومقامًا.

◄ مثال توضيحي: نُبسط المقدار $\frac{3}{2+4i}$ كالتالي ..

$$\frac{3}{2+3i}\cdot\frac{2-3i}{2-3i}=\frac{3(2-3i)}{2^2+3^2}=\frac{6-9i}{13}=\frac{6}{13}-\frac{9i}{13}$$

حل المعادلة التربيعية

◄ حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هو ..

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

◄ المميز: b^2-4ac يحدد نوع الجذرين ..

$b^2-4ac=0$	للمعادلة جذر حقيقي واحد
$b^2-4ac>0$	للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان
$b^2-4ac<0$	للمعادلة جذران مركبان

almanahj.com/ae

60 ◀ وحيدة الحد $4n^2m^5$ من الدرجة ..

Ⓐ الثانية Ⓑ الرابعة

Ⓒ الخامسة Ⓓ السابعة

61 ◀ تبسيط العبارة $(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6})$ هو ..

Ⓐ $\frac{-9x^2}{y^3}$ Ⓑ $\frac{-14x^2}{y^3}$

Ⓒ $\frac{-14x^2}{y}$ Ⓓ $\frac{-14x}{y^3}$

62 ◀ تبسيط العبارة $\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7}$ هو ..

Ⓐ $-5\frac{c}{d}$ Ⓑ $-5\frac{c^4}{d^3}$

Ⓒ $5\frac{c^3}{d^4}$ Ⓓ $-5\frac{c^3}{d^4}$

63 ◀ أيّ كثيرات الحدود التالية درجتها 3؟

Ⓐ $x^3+x^2-4x^4$ Ⓑ $-2x^2-3x+1$

Ⓒ x^2+x+12^3 Ⓓ $1+x-x^3$

64 ◀ العبارة $5x^2+2y-3x-2y$ في أبسط صورة ..

Ⓐ 0 Ⓑ $4y$

Ⓒ $10x^2+4y$ Ⓓ $5x^2-3x$

65 ◀ المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $2x^4-3x^2-x$ يساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

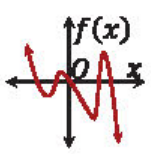
Ⓒ 4 Ⓓ 12

66 ◀ أيّ كثيرات الحدود التالية كثيرة حدود أولية؟

Ⓐ $2x+4$ Ⓑ x^2-y^2

Ⓒ $3x-7$ Ⓓ $3x^2-7x$

67 ◀ من الشكل المجاور؛ عدد الأصفار الحقيقية لكثيرة الحدود $f(x)$ يساوي ..



Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 5

تبسيط العبارة الجبرية

◀ درجة وحيدة الحد: تساوي أس المتغير، أو مجموع أسس متغيراتها إذا احتوت على أكثر من متغير.

◀ مثال توضيحي:

وحيدة الحد $2x^2y^3$ من الدرجة الخامسة $(2+3)$

◀ $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

◀ $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

◀ $b^{-n} = \frac{1}{b^n}$.

كثيرة الحدود

◀ درجة كثيرة الحدود: درجة وحيدة الحد ذات الدرجة الأعلى.

◀ المعامل الرئيس لكثيرة الحدود: معامل الحد الذي له أكبر أس فيها.

◀ مثال توضيحي:

كثيرة الحدود $2x^2y^3-3y^2+5$ من الدرجة الخامسة $(2+3)$ ، والمعامل الرئيس 2

◀ تبسيط كثيرة الحدود: تجمع الحدود المتشابهة.

◀ كثيرة الحدود الأولية: هي التي لا يمكن تحليلها.

◀ مثال توضيحي:

كثيرة الحدود $3x^2+5x$ ليست أولية لأنه يمكن تحليلها بالشكل $x(3x+5)$

صفر الدالة

◀ صفر دالة كثيرة حدود هو تقاطع منحنى الدالة مع محور x .

almanahj.com/ae

العمليات على كثيرات الحدود

- نستعمل خاصية التوزيع للتبسيط.
- نتخلص من الأقواس، ثم نجمع الحدود المتشابهة.
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
- لتحليل المقدار $x^2 + bx + c$ إلى عوامل نبحث عند عددين مجموعهما b وحاصل ضربهما c ؛ وليكن العددان m, n فيكون التحليل ..

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

مثلاً ..

$$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$$

∴ عوامل $x^2 + 4x - 5$ هي $(x + 5)$ و $(x - 1)$

- مثال توضيحي:

نُوجد ناتج $(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$ كالتالي:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 2)}$$

$$= \frac{\cancel{(x - 2)}(x - 1)}{\cancel{(x - 2)}}$$

$$= (x - 1)$$

68 ◂ أبسط صورة للعبارة $(-x^2 + 3x + 4) + (x^2 - x)$ تساوي ..

Ⓐ 4 Ⓑ $x - 1$

Ⓒ $2x + 4$ Ⓓ $2x^2 - 4x + 4$

69 ◂ أي مما يلي يكافئ $(-4x^2 + 2x + 3) - 3(2x^2 - 5x + 1)$ ؟

Ⓐ $2x^2$ Ⓑ $-10x^2$

Ⓒ $2x^2 + 17x$ Ⓓ $-10x^2 + 17x$

70 ◂ العبارة $\frac{1}{3}x^2(6x^2 + 9x - 3)$ في أبسط صورة تساوي ..

Ⓐ $2x^4 + 3x^3 - x^2$ Ⓑ $2x^4 - 3x^3 - 1$

Ⓒ $2x^4 - 3x^3$ Ⓓ $x^4 - x^3 - x^2$

71 ◂ العبارة $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ في أبسط صورة تساوي ..

Ⓐ $x - 1$ Ⓑ $x^3 - 1$

Ⓒ $x^3 + 1$ Ⓓ $x^3 + 2x - 1$

72 ◂ إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x$ فإن $(f \cdot g)(x)$ تساوي ..

Ⓐ $x^3 + 1$ Ⓑ $x^3 + x$

Ⓒ $3x^3$ Ⓓ $x^2 + 1$

73 ◂ إذا كانت $f(x) = 8x^2$ و $g(x) = 2x$ فإن $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ تساوي ..

Ⓐ $4x$ Ⓑ $6x$

Ⓒ $4x^2$ Ⓓ $4x^3$

74 ◂ ناتج قسمة $(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$ يساوي ..

Ⓐ x Ⓑ $x - 1$

Ⓒ $x + 12$ Ⓓ $x - 12$

75 ◂ ناتج الضرب $(a^2 + 4a - 12)(a - 2)^{-1}$ يساوي ..

Ⓐ $a - 1$ Ⓑ $a - 2$

Ⓒ $a + 6$ Ⓓ $a - 6$

76 ◂ أي مما يلي ليس عاملاً لكثيرة الحدود $x^3 - x^2 - 2x$ ؟

Ⓐ x Ⓑ $x - 1$

Ⓒ $x + 1$ Ⓓ $x - 2$

almanahj.com/ae

77 ما باقي قسمة $f(x) = x^3 + x^2 - 3$ على $x - 1$ ؟

Ⓐ -1 Ⓑ 0

Ⓒ 1 Ⓓ 4

78 إذا كان باقي قسمة $(x^3 + kx + 3)$ على $(x + 2)$ يساوي 1 فإن ..

Ⓐ $k = 0$ Ⓑ $k = -1$

Ⓒ $k = -2$ Ⓓ $k = -3$

79 أحد عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 + x^2 - 12$ يساوي ..

Ⓐ $x - 1$ Ⓑ $x - 2$

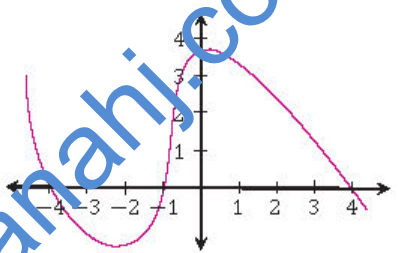
Ⓒ $x + 1$ Ⓓ $x + 2$

80 أي العوامل التالية يكون باقي قسمة $f(x) = x^2 - 5x + 7$ عليه مساويًا 3 ؟

Ⓐ $x - 4$ Ⓑ $x - 2$

Ⓒ $x + 2$ Ⓓ $x + 4$

81 في الشكل المجاور؛ أيٌّ مما يلي ليس عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$؟



Ⓐ $x + 4$ Ⓑ $x + 1$

Ⓒ $x - 4$ Ⓓ $x - 1$

82 إذا كانت $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$ فعند أي نقطة تقطع الدالة المحور y ؟

Ⓐ $(0,3)$ Ⓑ $(3,0)$

Ⓒ $(0,2)$ Ⓓ $(0,-3)$

83 عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $2x^4 - 3x^3 + 5x - 12$ يساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4

84 كثيرة حدود من أصفارها العددان $(1 + 2i)$ و -1 ؛ إن أقل درجة ممكنة لها ..

Ⓐ الأولى Ⓑ الثانية

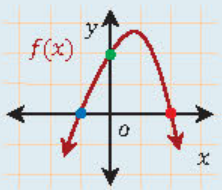
Ⓒ الثالثة Ⓓ الرابعة

نظرية الباقي والعوامل

- **النظرية:** إذا قُسمت كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x - r)$ فإن باقي القسمة مقدار ثابت ويساوي $f(r)$.
- **مثال:** باقي قسمة $f(x) = x^2 - 3$ على $x - 2$ يساوي $f(2)$ ..

باقي القسمة $= f(2) = (2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$

- **فائدة:** إذا كان $f(r) = 0$ فمعنى ذلك أن $(x - r)$ عامل من عوامل $f(x)$.
- **تحديد عوامل $f(x)$ من الرسم ..**
- نُحدد الأصفار $-1, 2$ (تقاطع منحنى $f(x)$ مع المحور x).



- نُحدد العوامل ..

$(x - (-1)), (x - 2)$

∴ العوامل هي $(x + 1), (x - 2)$

- **تحديد نقطة تقاطع $f(x)$ مع المحور y ..**
- جبريًا: عند النقطة $(0, f(0))$.

مثال: الدالة $f(x) = x^2 - 4$ تقطع المحور y عند النقطة ..

$(0, f(0)) = (0, (0)^2 - 4) = (0, -4)$

- بيانيًا: عند النقطة التي يتقاطع المنحنى مع المحور y .

مثال: من الشكل السابق ..

$f(x)$ تتقاطع مع المحور y في $(0,2)$

نظرية الأصفار (الجذور) المركبة المترافقة

- يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة.
- **مثال:** $(-2x^5 - 3x + 8)$ لها 5 جذور مركبة.
- إذا كان العدد المركب $(a + ib)$ صفرًا لدالة كثيرة حدود فإن مرافقه $(a - ib)$ صفر للدالة أيضًا.
- **مثال:** إذا كان $(3 + 2i)$ صفرًا لدالة كثيرة الحدود $f(x)$ فإن $(3 - 2i)$ صفر لـ $f(x)$ أيضًا.

almanahj.com/ae

تركيب دالتين ومعكوس الدالة

◄ للدالتين $f(x), g(x)$ فإن ..

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

◄ مثال1 ..

$$f(x) = \{(9,-7)\}\ ,\ g(x) = \{(3,9)\}$$
$$\Rightarrow [f \circ g](x) = \{(3,-7)\}$$

◄ مثال2 ..

$$f(x) = 3x\ ,\ g(x) = x + 1$$
$$\Rightarrow [f \circ g](x) = 3(x+1) = 3x + 3$$

◄ معكوس الدالة: نُوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = 3x - 1$ كالتالي ..

$$y = 3x - 1$$

نستبدل y بـ x ، وكل x بـ y ..

$$x = 3y - 1$$

ثم نحل المعادلة بالنسبة للمتغير y ..

$$x + 1 = 3y \quad \Rightarrow \quad y = \frac{x+1}{3}$$
$$\therefore \quad f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$$

دالة الجذر التربيعي

◄ الدالة الجذرية $f(x) = \sqrt{x-a} + b$ مجالها $\{x | x \geq a\}$ ، ومداها $\{y | y \geq b\}$.

◄ مجال دالة الجذر التربيعي يشمل ـ فقط ـ القيم التي تجعل ما تحت الجذر غير سالب.

◄ لتبسيط كسر مقامه يحوي جذوراً: نضرب في مرافق المقام بسطاً ومقاماً.

◄ لحل معادلة أو متباينة أحد طرفيها يحوي جذراً تربيعياً: نتخلص من الجذر بتربيع الطرفين.

85 ◄ إذا كانت $g = \{(4,3),(2,-1)\}$ ، $f = \{(3,5),(-1,6)\}$ فإن $[f \circ g]$ تساوي ..

Ⓐ $\{(3,5),(-1,6)\}$ Ⓑ $\{(3,4),(6,2)\}$

Ⓒ $\{(4,3),(2,-1)\}$ Ⓓ $\{(4,5),(2,6)\}$

86 ◄ إذا كانت $g(x) = x^2 + 2$ و $f(x) = x - 6$ فإن $[f \circ g](x)$ تساوي ..

Ⓐ $x^2 - 4$ Ⓑ $x^2 - 12x + 38$

Ⓒ $x^2 + 2$ Ⓓ $x - 6$

87 ◄ إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x - 3$ فما قيمة x التي تجعل $[f \circ g](x) = [g \circ f](x)$ ؟

Ⓐ 0 Ⓑ 1

Ⓒ 2 Ⓓ 3

88 ◄ إذا كانت $f(x) = \frac{x-3}{5}$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{x-3}{5}$ Ⓑ $5x + 3$

Ⓒ $5x + 5$ Ⓓ $\frac{5}{x-3}$

89 ◄ أوجد مجال الدالة $f(x) = \sqrt{2x-6}$.

Ⓐ $[6, \infty)$ Ⓑ $[3, \infty)$

Ⓒ $[0, \infty)$ Ⓓ $(-\infty, \infty)$

90 ◄ الأعداد الصحيحة التي لا تنتمي لمجال الدالة $g(x) = \sqrt{4x^2 - 25}$ عددها ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 5

91 ◄ مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x-3} + 5$ هو ..

Ⓐ $\{x | x \geq 3\}$ Ⓑ $\{y | y \geq 0\}$

Ⓒ $\{y | y \geq 5\}$ Ⓓ $\{y | y \geq -5\}$

92 ◄ أحد أصفار الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$ يقع في الفترة ..

Ⓐ $[4, 5]$ Ⓑ $[5, 6]$

Ⓒ $[6, 7]$ Ⓓ $[7, 8]$

almanahj.com/ae

93 ◄ تبسيط العبارة $\frac{2}{\sqrt{6}-2}$ هو ..

Ⓐ $\sqrt{6}-2$ Ⓑ $\sqrt{6}+2$

Ⓒ $\sqrt{6}$ Ⓓ 4

94 ◄ حل المعادلة $\sqrt{x+1}=2$ هو ..

Ⓐ $x=-3$ Ⓑ $x=1$

Ⓒ $x=3$ Ⓓ $x=5$

95 ◄ حل المتباينة $\sqrt{2x-1}>3$ هو ..

Ⓐ $x>5$ Ⓑ $x>2$

Ⓒ $x<5$ Ⓓ $x<2$

96 ◄ الصورة الجذرية للعبارة $a^{\frac{2}{3}}$ هي ..

Ⓐ $\sqrt[3]{a^2}$ Ⓑ $\sqrt[3]{a}$

Ⓒ $\sqrt[5]{a}$ Ⓓ $\sqrt{a^3}$

97 ◄ الصورة الأسية للعبارة $\sqrt[7]{x^5}$ تساوي ..

Ⓐ $x^{\frac{7}{5}}$ Ⓑ $x^{\frac{5}{7}}$

Ⓒ $x^{\frac{1}{5}}$ Ⓓ $x^{\frac{1}{7}}$

98 ◄ تبسيط المقدار $\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$ هو ..

Ⓐ $2|x-3|$ Ⓑ $4|x-3|^3$

Ⓒ $2|x-3|^3$ Ⓓ $2(x-3)^3$

99 ◄ أي العبارات الجذرية التالية تكافئ العبارة الجذرية $\sqrt{18a^2b^8}$ ؟

Ⓐ $3\sqrt{2}|a|b^2$ Ⓑ $2\sqrt{3}|a|b^4$

Ⓒ $3\sqrt{2}|a|b^4$ Ⓓ $3\sqrt{2}a^2b^4$

100 ◄ تبسيط العبارة $a^{\frac{2}{5}}\cdot a^{\frac{3}{5}}$ هو ..

Ⓐ $a^{\frac{1}{5}}$ Ⓑ $a^{\frac{2}{5}}$

Ⓒ a Ⓓ $a^{\frac{3}{5}}$

101 ◄ ناتج العبارة $5^{\frac{2}{3}}\cdot 5^{\frac{4}{3}}\cdot 5$ يساوي ..

Ⓐ 5 Ⓑ 25

Ⓒ 125 Ⓓ 625

الصورة الجذرية والصورة الأسية

◄ الصورة الجذرية لـ $a^{\frac{b}{c}}$ هي $\sqrt[c]{a^b}$.

◄ الصورة الأسية لـ $\sqrt[c]{a^b}$ هي $a^{\frac{b}{c}}$.

◄ تنبيه: يجب وضع القيمة المطلقة إذا كان دليل الجذر زوجيًا، وأس ما تحت الجذر زوجيًا، وكان أس الناتج فرديًا.

◄ مثال توضيحي:

$$\sqrt[8]{(a-1)^{24}}=|a-1|^{\frac{24}{8}}=|a-1|^3$$

◄ عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس.

◄ عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس.

almanahj.com/ae

العبارة النسبية

◄ العبارة النسبية تكون غير معرّفة عند القيم التي تجعل المقام مساويًا للصفر.

◄ لتبسيط العبارة النسبية نحلل كلاً من البسط والمقام ثم نختصر العوامل المشتركة بينهما؛ فمثلاً ..

$$\frac{3x}{2y}\cdot\frac{4y^2}{x^2}=\frac{3\cdot x\cdot 2^2\cdot y^2}{2\cdot y\cdot x^2}=\frac{3\cdot \cancel{x}\cdot 2^{\cancel{2}}\cdot \cancel{y^2}}{\cancel{2}\cdot \cancel{y}\cdot \cancel{x^2}}=\frac{6y}{x}$$

◄ إيجاد LCM (المضاعف المشترك الأصغر) لعددين أو لكثيرتي حدود: نُحلل كلاً منهما إلى عوامل ثم نضرب العوامل التي لها أكبر أس.

العمليات على العبارات النسبية

◄ ضرب عبارتين نسبيتين: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

◄ قسمة عبارتين نسبيتين: نضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه ..

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

◄ جمع عبارتين نسبيتين: نوجد LCM للمقامات ..

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

◄ طرح عبارتين نسبيتين: نوجد LCM للمقامات ..

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$$

◄ تبسيط الكسر المركب: نكتب الكسر على صورة قسمة عبارتين.

102 | 1 العبارة $\frac{x-5}{(x-1)(x+2)}$ تكون غير معرّفة عندما x تساوي ..

Ⓐ 1 ، 2 Ⓑ 1 ، -2

Ⓒ -1 ، 2 ، 5 Ⓓ -1 ، 2

103 | 1 تبسيط العبارة $\frac{x-1}{x^2-6x+5}$ هو ..

Ⓐ $\frac{1}{x-5}$ Ⓑ $\frac{1}{x-1}$

Ⓒ $x-5$ Ⓓ $\frac{x-1}{x-5}$

104 | 1 LCM للمقدارين $20x^3y^5$ و $4x^2y^6$ هو ..

Ⓐ $20x^3y^6$ Ⓑ $20x^2y^5$

Ⓒ $20x^2y^6$ Ⓓ $20x^5y^{11}$

105 | 1 ناتج القسمة $\frac{2x}{b}\div\frac{x}{4b}$ يساوي ..

Ⓐ 8 Ⓑ x

Ⓒ b Ⓓ $\frac{1}{2}$

106 | 1 تبسيط العبارة $\frac{1}{b}+\frac{2}{b-1}$ هو ..

Ⓐ $\frac{3}{b}$ Ⓑ $\frac{3b-1}{b(b-1)}$

Ⓒ $\frac{3}{b(b-1)}$ Ⓓ $\frac{1}{b(b-1)}$

107 | 1 تبسيط العبارة $\frac{1+\frac{1}{y}}{1-\frac{1}{y}}$ هو ..

Ⓐ $\frac{1}{y}$ Ⓑ $\frac{y-1}{y+1}$

Ⓒ $\frac{y+1}{y-1}$ Ⓓ 1

108 | 1 العبارة $\frac{5}{b}-\frac{7}{ab}$ في أبسط صورة تساوي ..

Ⓐ $\frac{2}{ab}$ Ⓑ $\frac{7-5a}{ab}$

Ⓒ $\frac{7-5a}{b}$ Ⓓ $\frac{2}{a}$

109 | 1 تبسيط العبارة $\frac{n^5}{n-6}\cdot\frac{n^2-6n}{n^8}$ هو ..

Ⓐ $\frac{1}{n}$ Ⓑ $\frac{1}{n^2}$

Ⓒ $\frac{1}{n^3}$ Ⓓ n

almanahj.com/ae

▼ (2) الجبر والدوال: القسم الثاني ▼

01 2 ◄ تكون الدالة $f(x)=\frac{1}{x+5}+4$ غير معرّفة عند ..

Ⓐ $x=-5$ Ⓑ $x=0$

Ⓒ $x=4$ Ⓓ $x=5$

02 2 ◄ للدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}+5$ خط تقارب رأسي عند ..

Ⓐ $x=-1$ Ⓑ $x=0$

Ⓒ $x=1$ Ⓓ $x=5$

03 2 ◄ مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{2x+6}}{x}$ هو ..

Ⓐ $\{x|x\geq -3, x\in R\}$ Ⓑ $\{x|x\geq 3, x\neq 0, x\in R\}$

Ⓒ $\{x|x\geq 3, x\in R\}$ Ⓓ $\{x|x\geq -3, x\neq 0, x\in R\}$

04 2 ◄ مجال الدالة $f(x)=\frac{x-3}{2x-5}$ هو ..

Ⓐ $x=\frac{5}{2}$ Ⓑ $x\neq\frac{5}{2}$

Ⓒ $x=3$ Ⓓ $x=\frac{2}{5}$

05 2 ◄ للدالة $f(x)=\frac{x-3}{2x-5}$ خط تقارب رأسي عند ..

Ⓐ $x=\frac{5}{2}$ Ⓑ $x\neq\frac{5}{2}$

Ⓒ $x=3$ Ⓓ $x=\frac{2}{5}$

06 2 ◄ الدالة $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ لها نقطة انفصال عند ..

Ⓐ $x=-2$ Ⓑ $x=2$

Ⓒ $x=4$ Ⓓ $x=0$

07 2 ◄ للدالة $f(x)=\frac{x+3}{x^2-2}$ خط تقارب أفقي هو ..

Ⓐ $y=2$ Ⓑ $y=0$

Ⓒ $y=1$ Ⓓ $y=\frac{-3}{2}$

08 2 ◄ للدالة $f(x)=\frac{2x^2}{3x^2-2}$ خط تقارب أفقي هو ..

Ⓐ $x=\frac{2}{3}$ Ⓑ $y=\frac{2}{3}$

Ⓒ $y=-1$ Ⓓ $y=0$

دالة المقلوب

- الدالة الأم: $f(x)=\frac{1}{x}$ ، $x\neq 0$.
- المجال: كل الأعداد الحقيقية عدا $x=0$.
- المدى: كل الأعداد الحقيقية عدا $y=0$.
- الصورة العامة: $f(x)=\frac{a}{x-h}+k$.
- تكون غير معرفة عند $x=h$.
- خط التقارب الرأسي: $x=h$.
- خط التقارب الأفقي: $y=k$.

الدالة النسبية

- الصورة العامة: $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ ، $b(x)\neq 0$ ، حيث $a(x), b(x)$ لا يوجد بينهما عوامل مشتركة.
- المجال: $b(x)\neq 0$.
- يوجد للدالة خط تقارب رأسي عند $b(x)=0$.
- نقطة الانفصال: نقطة تحدث عندها فجوة في التمثيل البياني لبعض الدوال النسبية، وتكون الدالة غير معرفة عند تلك النقطة.
- مثال توضيحي: للدالة $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ ..

$$\Rightarrow f(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)}=\frac{x+2}{x-3}$$

المجال: $x\neq 2, x\neq 3$ وخط تقارب رأسي: عند $x=3$ ونقطة انفصال: عند $x=2$

- يوجد للدالة خط تقارب أفقي واحد على الأكثر.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$ فلا يوجد خط تقارب أفقي.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$ فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم $y=0$.
- إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$ فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم ..

$$y=\frac{\text{المعامل الرئيس لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيس لـ } b(x)}$$

- فائدة: درجة $a(x)$ تساوي أكبر أس للمتغير x .

almanahj.com/ae

دالتا التغير الطردي والمشترك

◄ التغير الطردي: تتغير y طرديًا مع x إذا وُجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $y = kx$ (ثابت التغير).

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

◄ التغير المشترك: تتغير y تغيراً مشتركًا مع x و z إذا وُجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $y = kxz$ (ثابت التغير).

$$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$$

دالتا التغير العكسي والمركب

◄ التغير العكسي: تتغير y عكسيًا مع x إذا وُجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $xy = k$ (ثابت التغير).

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

◄ التغير المركب: تتغير y طرديًا مع x وعكسيًا مع z.

$$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$$

حل المعادلة النسبية

◄ حل المعادلة النسبية هو القيم التي تحقق المعادلة.

فائدة: في بعض التمارين يُفضل تجربة الخيارات.

المتتابعة الحسابية

◄ كل حد فيها يُحدَّد بإضافة عدد ثابت إلى الحد الذي يسبقه والعدد الثابت يسمى أساس المتتابعة.

◄ الحد النوني: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

أساس المتتابعة، حدها الأول، عدد حدودها

◄ الأوساط الحسابية هي الحدود الواقعة بين حدين غير متتاليين في متتابعة حسابية.

◄ لأي ثلاث حدود متتالية (a, b, c) في متتابعة حسابية فإن $b = \frac{a+c}{2}$.

09/2 ◄ إذا كانت r تتغير طرديًا مع t ، وكانت $r = -2$ عندما $t = 4$ فإن قيمة r عندما $t = -6$ تساوي ..

Ⓐ 20 Ⓑ 30
Ⓒ 04 Ⓓ 06

10/2 ◄ إذا كانت r تتغير تغيراً مشتركًا مع t, v ، وكانت $r = 70$ عندما $t = 4, v = 10$ فإن قيمة r عندما $t = 8, v = 2$ تساوي ..

Ⓐ 10 Ⓑ 28
Ⓒ 04 Ⓓ 05

11/2 ◄ إذا كانت x تتغير عكسيًا مع y وكانت $x = -12$ عندما $y = 2$ فما قيمة y عندما $x = 6$ ؟

Ⓐ 4 Ⓑ 1
Ⓒ −1 Ⓓ −4

12/2 ◄ إذا كانت p تتغير طرديًا مع r وعكسيًا مع t ، وكانت $r = 2$ عندما $t = 10$ فإن قيمة t عندما $p = 4, r = 2$ تساوي $p = -5, r = 10$ ..

Ⓐ 10 Ⓑ 80
Ⓒ −80 Ⓓ −125

13/2 ◄ قيمة x التي تحقق المعادلة النسبية $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2}{x}$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$
Ⓒ 1 Ⓓ 2

14/2 ◄ صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية $12, 3, -6, \ldots$ هي ..

Ⓐ $-9n + 21$ Ⓑ $9n + 21$
Ⓒ $9n - 21$ Ⓓ $-9n$

15/2 ◄ متتابعة حسابية فيها: $a_9 = 76$ ، $a_{10} = 83$ ؛ ما حدها الأول؟

Ⓐ 27 Ⓑ 20
Ⓒ 13 Ⓓ 7

16/2 ◄ الحد الثامن في المتتابعة الحسابية $2x + 5, x + 5, x + 2, \ldots$ يساوي ..

Ⓐ 25 Ⓑ 26
Ⓒ 28 Ⓓ 30

almanahj.com/ae

17 ◄ متتابعة حسابية $\ldots, 35, 39, 43$ ؛ العدد 7 هو الحد ..

Ⓐ 5 Ⓑ 7

Ⓒ 10 Ⓓ 13

18 ◄ مجموع المتسلسلة $2 + 4 + 6 + \cdots + 100$ يساوي ..

Ⓐ 100 Ⓑ 550

Ⓒ 2000 Ⓓ 2550

19 ◄ مجموع أول 10 حدود من المتسلسلة الحسابية $7 + 9 + 11 + \cdots$ يساوي ..

Ⓐ 150 Ⓑ 160

Ⓒ 170 Ⓓ 180

20 ◄ عدد حدود المتسلسلة الحسابية $\sum_{k=5}^{12}(3k+7)$ يساوي ..... حدود.

Ⓐ 7 Ⓑ 8

Ⓒ 9 Ⓓ 10

21 ◄ مجموع المتسلسلة الحسابية $\sum_{k=4}^{18}(6k-1)$ يساوي ..

Ⓐ 320 Ⓑ 975

Ⓒ 370 Ⓓ 400

22 ◄ العبارة $1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$ تكافئ ..

Ⓐ $\sum_{k=1}^{3} k^{\frac{1}{k}}$ Ⓑ $\sum_{k=1}^{3} k^{-k}$

Ⓒ $\sum_{k=1}^{3} k^{k}$ Ⓓ $\sum_{k=1}^{3} \sqrt{k}$

23 ◄ في المتتابعة الهندسية $\ldots, 4, 8, 16, 32$ الأساس r يساوي ..

Ⓐ 8 Ⓑ 4

Ⓒ 2 Ⓓ 6

24 ◄ الحد الخامس في المتتابعة الهندسية $\ldots, 8, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}$ يساوي ..

Ⓐ $\frac{81}{32}$ Ⓑ $\frac{27}{16}$

Ⓒ $\frac{3}{4}$ Ⓓ $\frac{1}{8}$

25 ◄ متتابعة هندسية مجموع حدودها الثلاثة الأولى يساوي 26 ، ومجموع حدودها الثلاثة التالية 702 ، أوجد أساسها.

Ⓐ 27 Ⓑ 3

Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{27}$

مجموع المتسلسلة الحسابية

◄ المجموع بالصيغة العامة:

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

عدد الحدود، الحد الأول، الحد الأخير

◄ المجموع بالصيغة البديلة:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

عدد الحدود، الحد الأول، أساس المتتابعة

◄ المجموع باستخدام الرمز $\sum$ (سيجما) ..

صيغة حدود المتسلسلة $\sum_{k=1}^{n} f(k)$ ، n آخر قيمة لـ k ، 1 أول قيمة لـ k

◄ للحصول على عدد حدود المتسلسلة ..

نطرح أول قيمة لـ k من آخر قيمة لـ k ثم نضيف 1

◄ للحصول على الحد الأول في المتسلسلة ..

نعوض بأول قيمة لـ k في صيغة حدود المتسلسلة

◄ الأساس d يساوي معامل k .

◄ مثال توضيحي: في المتسلسلة $\sum_{k=3}^{7}(2k+1)$ ..

عدد الحدود $= 7 - 3 + 1 = 5$

الحد الأول $a_1 = 2(3) + 1 = 7$ ، الأساس $d = 2$

المتتابعة الهندسية

◄ يمكن الحصول على أي حد فيها بضرب الحد السابق له في عدد ثابت غير الصفر.

◄ العدد الثابت يسمى أساس المتتابعة.

◄ الحد النوني: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.

أساس المتتابعة، حدها الأول، عدد حدودها

◄ الأوساط الهندسية: الحدود الواقعة بين حدين غير متتاليين في متتابعة هندسية.

◄ المجموع: $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$.

almanahj.com/ae

المتسلسلة الهندسية غير المنتهية

- متسلسلة لها عدد لانهائي من الحدود.
- نستعمل رمز المجموع $\sum$ لتمثيل المتسلسلة الهندسية غير المنتهية.

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_1 (r)^{k-1}$$

الحد الأول، أساس المتسلسلة

- تكون متقاربة عندما يكون أساسها $|r| < 1$.
- تكون متباعدة عندما يكون أساسها $|r| > 1$.
- مجموع المتسلسلة المتقاربة $S = \frac{a_1}{1-r}$ ، $|r| < 1$
- يمكن استعمال صيغة مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية لتحويل كسر عشري دوري إلى كسر اعتيادي.
- مثال توضيحي:

$$0.\overline{22} = 0.2 + 0.02 + 0.002 + \cdots$$
$$a_1 = 0.2 \ , \ r = 0.1$$
$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{0.2}{1-0.1} = \frac{0.2}{0.9} = \frac{2}{9}$$

مفكوك ذات الحدين

- المقصود به: إيجاد مفكوك المقدار $(a+b)^n$.
- عدد حدود مفكوك $(a+b)^n$ يساوي $n+1$.
- الحد الأول هو $a^n b^0$ أي a^n .
- في الحد التالي: ينقص أس a بمقدار 1 ، ويزيد أس b بمقدار 1 ؛ ... وهكذا.
- الحد الأخير هو $a^0 b^n$ أي b^n .

معاملات مفكوك المقدار $(a+b)^n$ نستعمل مثلث باسكال ..

$(a+b)^0$				1				0
$(a+b)^1$			1		1			1
$(a+b)^2$		1		2		1		2
$(a+b)^3$	1		3		3		1	3
$(a+b)^4$	1	4		6		4	1	4

- مثال:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

26 ◄ الحد النوني للمتتابعة الهندسية ... 5, 10, 20, 40, يساوي ..

(A) $5(2)^{n-1}$ (B) $2(5)^{n-1}$
(C) $5(2)^n$ (D) $(2)^{n-1}$

27 ◄ الأساس r في المتسلسلة الهندسية المتقاربة ..

(A) $|r| < 1$ (B) $|r| > 1$
(C) $|r| = 1$ (D) $r = 0$

28 ◄ مجموع متسلسلة هندسية لانهائية حدها الأول 25 وأساسها $\frac{1}{2}$ يساوي ..

(A) 25 (B) 50
(C) 60 (D) 100

29 ◄ أي المتسلسلات الآتية مجموعها يساوي واحداً ..

(A) $\sum_{k=1}^{2} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ (B) $\sum_{k=1}^{\infty} 1$
(C) $\sum_{k=1}^{\infty} (2)^{-k}$ (D) $\sum_{k=1}^{10} (3k-2)$

30 ◄ الكسر العشري الدوري $0.\overline{11}$ يساوي ..

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{11}$

31 ◄ عند فك ذات الحدين $(a+b)^9$ فإن عدد الحدود الناتجة سيكون ..

(A) 9 (B) 10
(C) 11 (D) 12

32 ◄ الحد الثالث في مفكوك $(x+y)^3$ يساوي ..

(A) x^2y (B) $3x^2y$
(C) $3xy^2$ (D) xy^2

33 ◄ الحد الأول في مفكوك $(x+1)^{10}$ حسب قوى x التنازلية يساوي ..

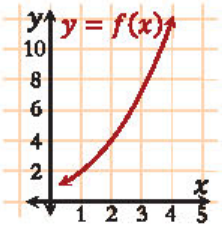
(A) x^9 (B) x^{10}
(C) x^{11} (D) 1

34 ◄ ما رقم الحد الذي قيمته 6 في مفكوك $\left(\frac{1}{x}+x\right)^4$ ؟

(A) 2 (B) 3
(C) 4 (D) 5

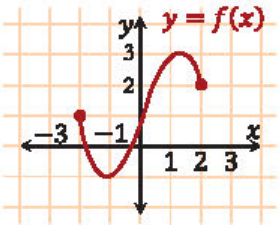
almanahj.com/ae

35 إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الدالة $y = f(x)$ فإن قيمة $f(2)$ تساوي ..



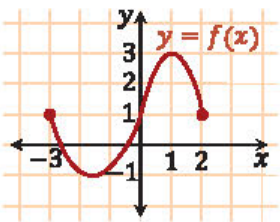
Ⓐ 10 Ⓑ 1
Ⓒ 4 Ⓓ 2

36 من الشكل المجاور؛ مجال الدالة $y = f(x)$ هو ..



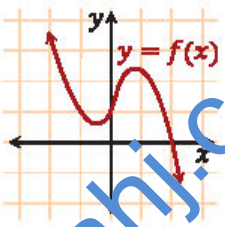
Ⓐ $[0, 3]$ Ⓑ $[-2, 2]$
Ⓒ $(-2, 2)$ Ⓓ $[-1, 3]$

37 من الشكل المجاور؛ مدى الدالة $y = f(x)$ هو ..



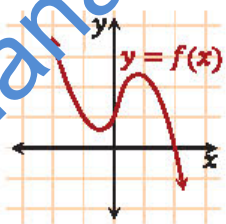
Ⓐ $[-1, 3]$ Ⓑ $[-1, 2]$
Ⓒ $(-3, 2)$ Ⓓ $[-3, 2]$

38 من الشكل المجاور؛ المقطع x للدالة $y = f(x)$ هو ..



Ⓐ 0 Ⓑ 1
Ⓒ 2 Ⓓ $[1, 2]$

39 من الشكل المجاور؛ المقطع y للدالة $y = f(x)$ هو ..



Ⓐ 0 Ⓑ 1
Ⓒ 2 Ⓓ $[1, 2]$

40 أي الدوال التالية زوجية؟

Ⓐ $f(x) = x^2 + |x|$ Ⓑ $f(x) = x^3$
Ⓒ $f(x) = x^2 + x$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

41 أي الدوال التالية فردية؟

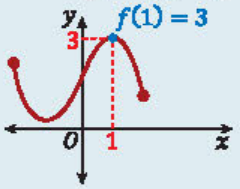
Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3 - 1$
Ⓒ $f(x) = x^2 + x$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

42 الدالة $f(x) = x^3 + 5x^2 - x$ هي دالة ..

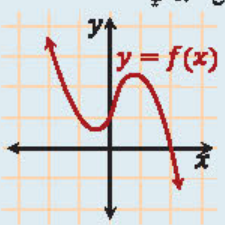
Ⓐ ليست فردية وليست زوجية Ⓑ فردية وزوجية معًا
Ⓒ زوجية Ⓓ فردية

تحليل التمثيل البياني للدالة

- **تحليل التمثيل البياني للدالة:** هو تقدير قيم الدالة وإيجاد مجالها ومداها ومقطعها مع محوري x, y وأصفارها.
- **قيمة الدالة عند نقطة:** طول العمود الواصل من النقطة على محور x إلى منحنى الدالة.



- **المجال:** نستعمل القيم على محور x لتحديده.
- **المدى:** نستعمل القيم على محور y لتحديده.
- **المقطع x :** نقاط تقاطع الدالة مع محور x .
- **المقطع y :** نقطة تقاطع الدالة مع محور y .
- **وصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة:**



- الطرف الأيمن: $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$
- الطرف الأيسر: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

- **الدالة الزوجية:** التعرف عليها ..

بيانيًا	جبريًا
متماثلة حول المحور y	$f(-x) = f(x)$

الدالة الفردية: التعرف عليها ..

بيانيًا	جبريًا
متماثلة حول نقطة الأصل	$f(-x) = -f(x)$

- **مثال:** للدالة $f(x) = x^4 + 1$ نجد أن ..

$f(-x) = (-x)^4 + 1 = x^4 + 1 = f(x)$

$\therefore$ الدالة $f(x)$ زوجية

- **تنبيه:** الأس الزوجي يلغي السالب، وكذلك القيمة المطلقة تلغي السالب، أما الأس الفردي لا يلغي السالب.

لا تخف من الدوال: لا يوجد شيء صعب في الدوال؛ فهي تتميز بأنه لا يوجد فيها كثير من الصيغ والقوانين التي يجب حفظها، وكل ما عليك هو فهم الرموز والصيغ والاهتمام بالترتيب والأقواس

almanahj.com/ae

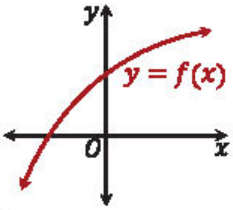
تزايد وتناقص وثبوت الدالة

- تكون الدالة f **متزايدة** على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في هذه الفترة (كلما اتجهنا إلى اليمين ارتفع منحنى الدالة).
- تكون الدالة f **متناقصة** على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في هذه الفترة (كلما اتجهنا إلى اليمين انخفض منحنى الدالة).
- تكون الدالة f **ثابتة** على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في هذه الفترة. (كلما اتجهنا إلى اليمين لا يرتفع ولا ينخفض منحنى الدالة).

القيم القصوى المحلية والمطلقة للدالة

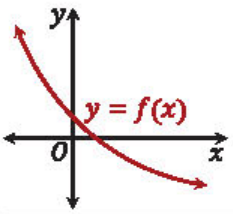
- **القيم القصوى:** النقاط التي تُغيّر الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها مكونة قمة أو قاعًا في منحنى الدالة، وتسمى **نقاطًا حرجة**.
- **القيمة العظمى المحلية:** إذا وجدت قيمة للدالة أكبر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة.
- **القيمة العظمى المطلقة:** إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها.
- **القيمة الصغرى المحلية:** إذا وجدت قيمة للدالة أصغر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة.
- **القيمة الصغرى المطلقة:** إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها.

43 / 2 من الشكل المجاور؛ الدالة $y = f(x)$ ..



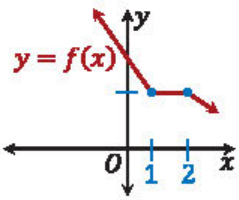
Ⓐ متزايدة Ⓑ متناقصة
Ⓒ ثابتة Ⓓ متذبذبة

44 / 2 من الشكل المجاور؛ الدالة $y = f(x)$ ..



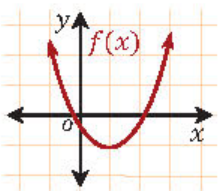
Ⓐ متزايدة Ⓑ متناقصة
Ⓒ ثابتة Ⓓ متذبذبة

45 / 2 من الشكل المجاور؛ الدالة $y = f(x)$ في الفترة $(1,2)$ تكون ..



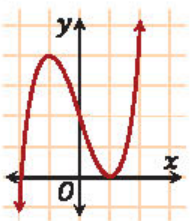
Ⓐ متزايدة Ⓑ متناقصة
Ⓒ ثابتة Ⓓ متذبذبة

46 / 2 ما الفترة التي تتزايد فيها الدالة $f(x)$ ؟



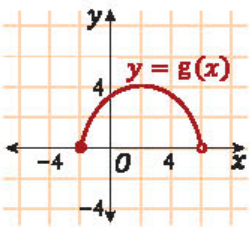
Ⓐ $(0,\infty)$ Ⓑ $(-\infty,1)$
Ⓒ $(-1,\infty)$ Ⓓ $(1,\infty)$

47 / 2 من الشكل المجاور؛ القيمة الصغرى المحلية للدالة تساوي ..



Ⓐ 4 Ⓑ 1
Ⓒ 0 Ⓓ −2

48 / 2 من الشكل المجاور؛ القيمة العظمى المطلقة تساوي ..



Ⓐ −2 Ⓑ 2
Ⓒ 4 Ⓓ 6

49 / 2 لتكن $f(x)$ دالة متصلة على R ؛ فإذا كانت لها قيمة صغرى محلية وحيدة عند $x = 3$ ، وقيمة عظمى محلية وحيدة عند $x = -2$ فأي العبارات التالية صحيح؟

Ⓐ القيمة العظمى المحلية > القيمة الصغرى المحلية

Ⓑ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Ⓒ يوجد صفر للدالة في الفترة $[-2,3]$

Ⓓ الدالة زوجية

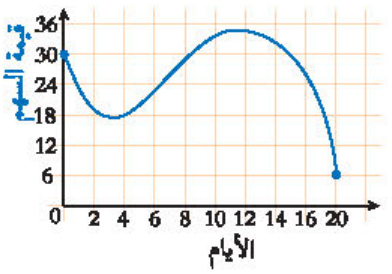
almanahj.com/ae

50 متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[1,3]$ يساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ 2

Ⓒ 4 Ⓓ 8

51 من الشكل المجاور؛ متوسط معدل تغير قيمة السهم خلال الفترة $[0,20]$ تساوي ..



Ⓐ $-\frac{5}{6}$ Ⓑ $-\frac{6}{5}$

Ⓒ -10 Ⓓ 10

52 المسافة التي يقطعها جسم ساقط من مكان مرتفع تعطى بالدالة $d(t) = 16t^2$ ؛ السرعة المتوسطة على الفترة من **0** إلى **2** ثانية تساوي ..

Ⓐ 64 Ⓑ 32

Ⓒ 0 Ⓓ -32

53 الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $f(x) = (x-1)^2 + \frac{1}{2}$ هي ..

Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

Ⓒ $f(x) = \sqrt{x}$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

54 الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $f(x) = \frac{15}{x} + 3$ هي ..

Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

Ⓒ $f(x) = \sqrt{x}$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

55 الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $f(x) = (x+2)^3 + 4$ هي ..

Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

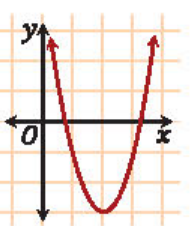
Ⓒ $f(x) = \sqrt{x}$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

56 الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $f(x) = \sqrt{x-3} + 4$ هي ..

Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

Ⓒ $f(x) = \sqrt{x}$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

57 من الشكل المجاور؛ الدالة الرئيسة (الأم) تساوي ..



Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

Ⓒ $f(x) = \sqrt{x}$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

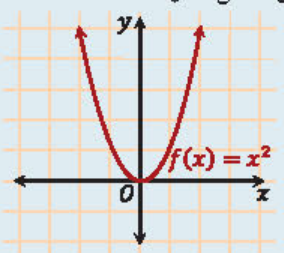
متوسط معدل التغير للدالة

- متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بالنقطتين.
- المستقيم المار بالنقطتين على منحنى الدالة يُسمى قاطعاً، ويرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec} .
- متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو ..

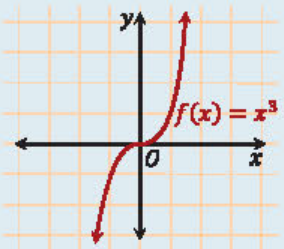
$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

الدوال الرئيسة (الأم) لبعض الدوال

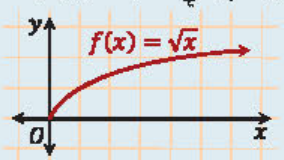
- الدالة التربيعية: $f(x) = x^2$ ؛ وتُمثل بقطع مكافئ على شكل الحرف U .



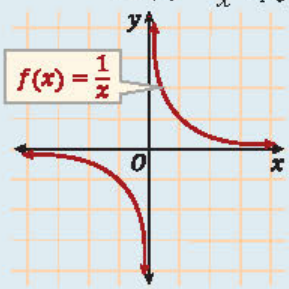
- الدالة التكعيبية: $f(x) = x^3$ ؛ وتمثل بمنحنٍ متماثل بالنسبة لنقطة الأصل.



- دالة الجذر التربيعي: $f(x) = \sqrt{x}$.



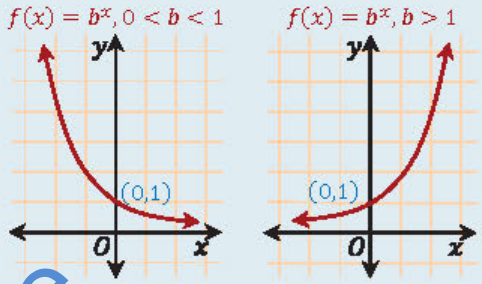
- دالة المقلوب: $f(x) = \frac{1}{x}$.



almanahj.com/ae

الدوال والمعادلات الأسية

◄ الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = b^x$.



◄ المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية R .

◄ المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .

◄ مقطع المحور y : في النقطة (0,1) .

◄ مقطع المحور x : لا يوجد.

◄ تنبيه: الدالة $f(x) = b^x$ متزايدة إذا كانت $b > 1$ ، ومتناقصة إذا كانت $0 < b < 1$.

◄ المعادلة الأسية: تظهر فيها المتغيرات في مواقع الأسس.

◄ إذا كان $b > 0, b \neq 1$ فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

◄ مثال:

$$2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

المتباينات الأسية

◄ المتباينة الأسية: تظهر فيها المتغيرات في مواقع الأسس.

◄ إذا كان $b > 1$ ..

$$b^x > b^y \Leftrightarrow x > y$$

◄ مثال:

$$2^x > 2^5 \Rightarrow x > 5$$

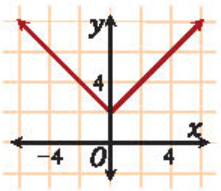
◄ إذا كان $0 < b < 1$ ..

$$b^x > b^y \Leftrightarrow x < y$$

◄ مثال:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow x < 3$$

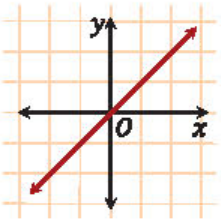
58 / 2 ◄ من الشكل المجاور؛ الدالة الرئيسة (الأم) تساوي ..



Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

Ⓒ $f(x) = |x|$ Ⓓ $f(x) = \frac{1}{x}$

59 / 2 ◄ الدالة الممثلة بالشكل المجاور هي الدالة ..



Ⓐ $f(x) = x^2$ Ⓑ $f(x) = x^3$

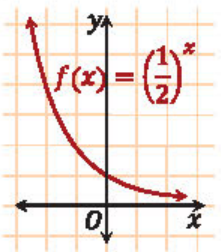
Ⓒ $f(x) = c$ Ⓓ $f(x) = x$

60 / 2 ◄ منحنى الدالة الأسية $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ يقطع محور y في النقطة ..

Ⓐ (0,0) Ⓑ (0,1)

Ⓒ (1,0) Ⓓ (1,1)

61 / 2 ◄ مدى الدالة $f(x)$ المبينة بالشكل المجاور تساوي ..



Ⓐ R Ⓑ R^+

Ⓒ Z Ⓓ W

62 / 2 ◄ إذا كانت $3^{x-1} = 27$ فإن x تساوي ..

Ⓐ -2 Ⓑ 2

Ⓒ 4 Ⓓ 5

63 / 2 ◄ ما قيمة x التي تحقق المعادلة $7^{x-1} + 7 = 8$ ؟

Ⓐ -1 Ⓑ 0

Ⓒ 1 Ⓓ 2

64 / 2 ◄ إذا كانت $3^x \geq 9$ فإن ..

Ⓐ $x \leq 9$ Ⓑ $x < 2$

Ⓒ $x \geq 2$ Ⓓ $x > 2$

65 / 2 ◄ ما قيمة x التي تحقق المتباينة $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{8} < 0$ ؟

Ⓐ $x < -8$ Ⓑ $x < -3$

Ⓒ $x > \frac{1}{2}$ Ⓓ $x > 3$

almanahj.com/ae

66 ما قيمة $\log_4 \frac{1}{64}$ ؟

Ⓐ -3 Ⓑ $-\frac{1}{3}$

Ⓒ $-\frac{1}{3}$ Ⓓ 3

67 ما الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $(625)^{\frac{1}{4}} = 5$ ؟

Ⓐ $\log_{625} 5 = \frac{1}{4}$ Ⓑ $\log_5 625 = \frac{1}{4}$

Ⓒ $\log_5 625 = 4$ Ⓓ $\log_{\frac{1}{4}} 5 = 625$

68 الصورة الأسية المكافئة للصورة اللوغاريتمية $\log_x 8 = 3$ هي ..

Ⓐ $x^3 = 8$ Ⓑ $3^x = 8$

Ⓒ $8^3 = x$ Ⓓ $x^8 = 3$

69 إذا كان $\log_2 x = 3$ فإن x تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ [illegible]

Ⓒ 5 Ⓓ 8

70 إذا كان $\log_5 x = \log_5 (3)^2$ فإن x تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 6 Ⓓ 9

71 قيمة العبارة $\log_2 (\log_2 x^{24}) - \log_2 (\log_2 x^3)$ تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 8

72 قيمة العبارة اللوغاريتمية $3 \log_3 (9) - \log_5 \left(\frac{1}{25}\right)$ تساوي ..

Ⓐ 12 Ⓑ 10

Ⓒ 8 Ⓓ 4

73 قيمة العبارة اللوغاريتمية $2 \log_5 12 - \log_5 8 - 2\log_5 3$ تساوي ..

Ⓐ $\log_5 2$ Ⓑ $\log_5 2.5$

Ⓒ $\log_5 3$ Ⓓ 1

74 المقدار $\log_5 (x+1) + \log_5 x - 2 \log_5 (1+x)$ يساوي ..

Ⓐ $3 \log_5 x - \log_5 1$ Ⓑ $3 \log_5 x$

Ⓒ $\log_5 x^3$ Ⓓ $\log_5 \frac{x}{1+x}$

اللوغاريتمات

- اللوغاريتم: الأس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة؛ حيث x, b عددان موجبان و $b \neq 1$.
- مثال توضيحي: قيمة $\log_5 25$ تساوي 2 لأن .. $25 = 5^2$
- علاقة الصورة الأسية باللوغاريتمية: $b^y = x \Leftrightarrow y = \log_b x$
- لا يوجد لوغاريتم لعدد سالب.

خصائص اللوغاريتمات

- $\log_b 1 = 0$ ، $\log_b b = 1$ ، $\log_b b^x = x$.
- اللوغاريتم العشري: لوغاريتم أساسه 10 ، ويُكتب دون كتابة الأساس 10 .
- أمثلة: $\log 1000 = 3$, $\log 100 = 2$, $\log 10 = 1$
- خاصية المساواة: إذا كان $b > 1$ فإن .. $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$
- خاصية التباين1: ليكن $b > 1, x > 0$ ؛ عندها فإنه ..

إذا كان $\log_b x > y$ فإن $x > b^y$

إذا كان $\log_b x < y$ فإن $0 < x < b^y$

- خاصية التباين2: إذا كان $b > 1$ فإن .. $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
- خاصية الضرب: $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$
- خاصية القسمة: $\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$
- خاصية لوغاريتم القوة: $\log_b m^p = p \log_b m$

almanahj.com/ae

75/2 ◄ حل المعادلة $2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$ هو ..

Ⓐ $x = 2$ Ⓑ $x = 3$

Ⓒ $x = 6$ Ⓓ $x = 9$

76/2 ◄ أي مما يلي يمثل حلاً للمعادلة $\log_4 x - \log_4(x-1) = \frac{1}{2}$ ؟

Ⓐ $-\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$

Ⓒ -2 Ⓓ 2

77/2 ◄ إذا كان $\log_4 x \geq 2$ فإن ..

Ⓐ $x \geq 2$ Ⓑ $x \geq 4$

Ⓒ $x \geq 8$ Ⓓ $x \geq 16$

78/2 ◄ قيمة العبارة $\log 10000$ تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 10

79/2 ◄ قيمة العبارات $\log_3 9$, $\log_2 4$, $\log_{25} 5$, $\log 100$ متساوية عدا ..

Ⓐ $\log_3 9$ Ⓑ $\log_2 4$

Ⓒ $\log_{25} 5$ Ⓓ $\log 100$

80/2 ◄ منحنى الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_b x$ يقطع محور x في النقطة ..

Ⓐ $(0,0)$ Ⓑ $(0,1)$

Ⓒ $(1,1)$ Ⓓ $(1,0)$

81/2 ◄ ما المقطع y للدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_2(x+1) + 3$ ؟

Ⓐ 3 Ⓑ 2

Ⓒ 1 Ⓓ 0

82/2 ◄ مجال الدالة $f(x) = \log_2 x$ يساوي ..

Ⓐ R Ⓑ Z

Ⓒ R^+ Ⓓ W

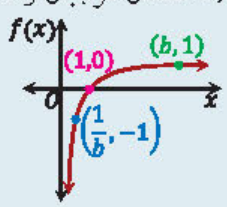
83/2 ◄ مدى الدالة $f(x) = \log_3 x$ يساوي ..

Ⓐ R Ⓑ $[3, \infty)$

Ⓒ R^+ Ⓓ W

الدالة اللوغاريتمية

◄ الدالة $f(x) = \log_b x$ تسمى الدالة اللوغاريتمية الأم؛ حيث x, b عددان موجبان و $b \neq 1$.



◄ **المجال:** الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .

◄ **المدى:** الأعداد الحقيقية R .

◄ **الصورة العامة:** $f(x) = \log_b(x-h) + k$.

◄ **المجال:** مجموعة حل المتباينة $x - h > 0$.

◄ **المقطع y :** $y = f(0)$.

◄ مثال: الدالة $f(x) = \log_5(x+5) + 2$ ..

◄ المجال:

$x + 5 > 0 \Rightarrow x > -5$

◄ المقطع y :

$y = f(0) = \log_5(0+5) + 2 = 1 + 2 = 3$

almanahj.com/ae

84 ◄ في المستوى القطبي؛ تمثيل النقطة $(2,50°)$ هو نفس تمثيل النقطة ..

Ⓐ $(50,2°)$ Ⓑ $(2,130°)$

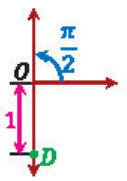
Ⓒ $(-2,-50°)$ Ⓓ $(-2,230°)$

85 ◄ أي من النقاط التالية يعد تمثيلاً آخر للنقطة $\left(-2,\frac{7\pi}{6}\right)$ في المستوى القطبي؟

Ⓐ $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$ Ⓑ $\left(-2,\frac{\pi}{6}\right)$

Ⓒ $\left(2,\frac{-11\pi}{6}\right)$ Ⓓ $\left(-2,\frac{11\pi}{6}\right)$

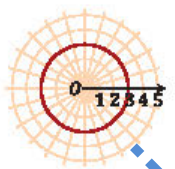
86 ◄ من الشكل المجاور: تمثيل النقطة D يساوي ..



Ⓐ $\left(-1,\frac{\pi}{2}\right)$ Ⓑ $\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$

Ⓒ $(-1,\pi)$ Ⓓ $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

87 ◄ الشكل المجاور يمثل المعادلة ..



Ⓐ $r=2$ Ⓑ $r=3$

Ⓒ $r=4$ Ⓓ $r=6$

88 ◄ التمثيل البياني للمعادلة القطبية $r=4$ عبارة عن دائرة طول قطرها ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 8

89 ◄ التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta=30°$ عبارة عن ..

Ⓐ دائرة قطرها 15 Ⓑ دائرة قطرها 30

Ⓒ مستقيم ميله $\frac{\sqrt{3}}{3}$ Ⓓ مستقيم ميله $\sqrt{3}$

90 ◄ المسافة بين النقطتين $P_1=(0,40°), P_2=(3,60°)$ تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 3

Ⓒ 40 Ⓓ 60

91 ◄ إذا كانت المسافة بين النقطتين $P_1=(3,\theta), P_2=(4,120°)$ تساوي $\sqrt{13}$ وحدة فما قيمة θ ؟

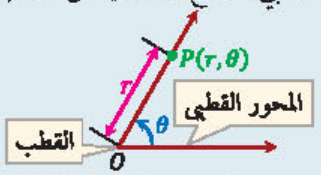
Ⓐ 30° Ⓑ 45°

Ⓒ 60° Ⓓ 90°

المستوى القطبي

◄ القطب: نقطة الأصل O .

◄ المحور القطبي: شعاع يمتد أفقيًا من القطب لليمين.



◄ الإحداثيات القطبية لنقطة $P(r,\theta)$: r هي المسافة المتجهة من القطب إلى النقطة P ، و θ هي الزاوية المتجهة من المحور القطبي إلى $\overrightarrow{OP}$.

◄ θ موجبة معناه أن الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعة بدءًا من المحور القطبي.

◄ θ سالبة معناه أن الدوران مع اتجاه عقارب الساعة بدءًا من المحور القطبي.

◄ إذا كانت r موجبة فإن P واقعة على ضلع الانتهاء للزاوية θ .

◄ إذا كانت r سالبة فإن P واقعة على الشعاع المقابل (الامتداد) لضلع الانتهاء للزاوية θ .

◄ يمكن تمثيل النقطة (r,θ) بالإحداثيات ..

$(r,\theta+360°n)$ أو $(-r,\theta+(2n+1)180°)$

◄ المعادلة القطبية: معادلة معطاه بدلالة الإحداثيات القطبية.

◄ التمثيل البياني للمعادلة القطبية: هو مجموعة كل النقاط (r,θ) التي تحقق إحداثيات المعادلة القطبية.

المعادلة القطبية $r=k$ تُمثل بيانيًا بدائرة نصف قطرها k .

◄ المعادلة القطبية $\theta=h°$ تُمثل بيانيًا بخط مستقيم يميل على المحور القطبي بزاوية θ .

◄ البعد بين نقطتين في المستوى القطبي: إذا كانت $P_1=(r_1,\theta_1), P_2=(r_2,\theta_2)$ نقطتان في المستوى القطبي فإن المسافة P_1P_2 تُعطى بالصيغة ..

$$P_1P_2=\sqrt{{r_1}^2+{r_2}^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}$$

almanahj.com/ae

التحويل بين الإحداثيات القطبية والديكارتية

◄ تحويل الإحداثي القطبي إلى إحداثي ديكارتي:

$$(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$$

◄ تحويل الإحداثي الديكارتي إلى إحداثي قطبي:

أولاً: نُوجد r بالصيغة $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

ثانياً: نُوجد θ ..

عندما $x > 0$ فإن $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

عندما $x < 0$ فإن $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + \pi$

◄ تحويل المعادلات القطبية للديكارتية ..

$$r^2 = x^2 + y^2,\ \tan\theta = \frac{y}{x}$$
$$x = r\cos\theta\ ,\ y = r\sin\theta$$

◄ تحويل المعادلات الديكارتية للقطبية ..

$$x = r\cos\theta\ ,\ y = r\sin\theta$$

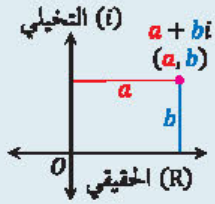
العدد المركب ونظرية ديموافر

◄ العدد المركب بالصورة الديكارتية ..

$a + bi$

الجزء الحقيقي، الجزء التخيلي

◄ نُمثل العدد المركب $a + bi$ بتحديد الزوج المرتب (a, b) على المستوى المركب.



◄ القيمة المطلقة للعدد المركب z :

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

◄ الصورة القطبية للعدد المركب:

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

المقياس، السعة

---

92 ◄ الإحداثيات الديكارتية للنقطة $T(-4, 60°)$ هي ..

Ⓐ $(-2, -2\sqrt{3})$ Ⓑ $(-2\sqrt{3}, -2)$

Ⓒ $(2, 2\sqrt{3})$ Ⓓ $(2\sqrt{3}, 2)$

---

93 ◄ إذا كان للنقطة P الإحداثيات الديكارتية $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ فإن الإحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة P هي ..

Ⓐ $(\sqrt{2}, 30°)$ Ⓑ $(2, 30°)$

Ⓒ $(\sqrt{2}, 45°)$ Ⓓ $(2, 45°)$

---

94 ◄ المعادلة الديكارتية $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ بالصيغة القطبية هي ..

Ⓐ $r = 4\cos\theta + 2$ Ⓑ $r^2 = 4\cos\theta + 2$

Ⓒ $r^2 - 4r\cos\theta + 2 = 0$ Ⓓ $r^2 = 4\cos\theta$

---

95 ◄ المعادلة الديكارتية $x = 2$ بالصيغة القطبية هي ..

Ⓐ $r = 2\cos\theta$ Ⓑ $r = 2\sin\theta$

Ⓒ $r = 2\sec\theta$ Ⓓ $r = 2\tan\theta$

---

96 ◄ الصورة القطبية للمعادلة الديكارتية $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ هي ..

Ⓐ $r = \sin\theta$ Ⓑ $r = 2\sin\theta$

Ⓒ $r = 4\sin\theta$ Ⓓ $r = 8\sin\theta$

---

97 ◄ القيمة المطلقة للعدد المركب $3 + 4i$ تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 5

---

98 ◄ الصورة القطبية للعدد المركب $a + bi$ هي ..

Ⓐ $\cos\theta + i\sin\theta$ Ⓑ $\sin\theta + i\cos\theta$

Ⓒ $r(\sin\theta + i\cos\theta)$ Ⓓ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$

---

99 ◄ سعة العدد المركب $z = 7\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ تساوي ..

Ⓐ 30° Ⓑ 60°

Ⓒ 90° Ⓓ 120°

---

100 ◄ الصورة الديكارتية للعدد المركب $2(\cos 45° + i\sin 45°)$ هي ..

Ⓐ $\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$ Ⓑ $2i\sqrt{2}$

Ⓒ $2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$ Ⓓ $2 + 2i$

almanahj.com/ae

101 ◄ قيمة المقدار $(\cos 15^\circ + i \cos 75^\circ)^6$ تساوي ..

Ⓐ i Ⓑ $-i$

Ⓒ 1 Ⓓ -1

102 ◄ قيمة المقدار $\left(1+\sqrt{3}i\right)^3$ تساوي ..

Ⓐ -8 Ⓑ -3

Ⓒ 3 Ⓓ 8

103 ◄ عند إيجاد الجذور التكعيبية للعدد المركب $8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ فإن مقياس الجذر الثاني يساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 4

Ⓒ 8 Ⓓ 16

104 ◄ عند إيجاد الجذور الخماسية للعدد المركب $3(\cos\pi+i\sin\pi)$ فإن سعة الجذر الأول تساوي ..

Ⓐ $\frac{\pi}{5}$ Ⓑ $\frac{\pi}{3}$

Ⓒ π Ⓓ 5π

105 ◄ عند إيجاد الجذور الرباعية للعدد واحد فإن مقياس الجذر الثالث يساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4

▼ (3) الهندسة المستوية ▼

01 ◄ أي ..... يمر بهما مستقيم واحد فقط.

Ⓐ نقطتين Ⓑ مستقيمين

Ⓒ مستوى Ⓓ مستويين

02 ◄ أي ..... لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد.

Ⓐ نقطة واحدة Ⓑ نقطتين مختلفتين

Ⓒ 3 نقاط مختلفة Ⓓ 4 نقاط مختلفة

03 ◄ إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في ..

Ⓐ نقطة Ⓑ نقطتين

Ⓒ مستقيم Ⓓ مستوى

نظرية ديموافر

◄ نظرية ديموافر: إذا كان $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ عدداً مُركّباً على الصورة القطبية فإن ..

$$z^n=r^n[\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)]$$

◄ تنبيه1: لتطبيق نظرية ديموافر على العدد المركب يجب وضعه على الصورة القطبية أولاً.

◄ تنبيه2: $\cos\theta=\sin(90-\theta)$.

الجذور النونية المختلفة

◄ الجذور النونية المختلفة للعدد المركب $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ تعطى بالصيغة ..

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

$$,k=0,1,\ldots,n-1$$

◄ جميع الجذور النونية المختلفة لأي عدد مركب لها المقياس نفسه ويساوي $r^{\frac{1}{n}}$.

◄ سعة الجذر الأول تساوي $\frac{\theta}{n}$ ثم تزداد الجذور الأخرى على التوالي بإضافة $\frac{2\pi}{n}$.

◄ لإيجاد الجذور النونية للعدد 1 نضع العدد 1 على الصورة القطبية $1(\cos0+i\sin0)$.

◄ جميع الجذور النونية المختلفة للعدد واحد لها المقياس نفسه ويساوي 1 .

النقاط والمستقيمات والمستويات

◄ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

◄ أي ثلاث نقاط مختلفة لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

◄ أي مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

◄ كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

◄ إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

◄ إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما مستقيم.

almanahj.com/ae

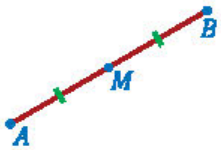
04 / 3 ◄ إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما ..

Ⓐ نقطة Ⓑ نقطتين

Ⓒ مستقيم Ⓓ مستوى

---

05 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ إذا كان $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ وكان $AM = 5$ فإن ..... = AB .



Ⓐ 2.5 Ⓑ 5

Ⓒ 7.5 Ⓓ 10

---

06 / 3 ◄ إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين 5 : 1 فإن قياس الزاوية الصغرى يساوي ..

Ⓐ 15° Ⓑ 30°

Ⓒ 60° Ⓓ 90°

---

07 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 20

Ⓒ 40 Ⓓ 60

---

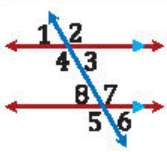
08 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 20

Ⓒ 30 Ⓓ 60

---

09 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ الزاويتان $\angle 7, \angle 2$ ..

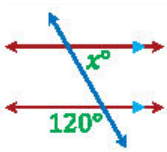


Ⓐ متناظرتان Ⓑ متبادلتان داخلياً

Ⓒ متحالفتان Ⓓ متبادلتان خارجياً

---

10 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..

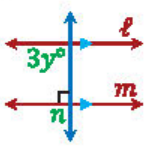


Ⓐ 20 Ⓑ 60

Ⓒ 120 Ⓓ 180

---

11 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة y تساوي ..

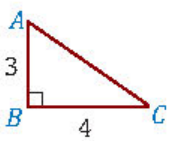


Ⓐ 3 Ⓑ 30

Ⓒ 90 Ⓓ 180

---

12 / 3 ◄ في الشكل المجاور؛ طول $\overline{AC}$ يساوي ..



Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 5 Ⓓ 7

نظرية نقطة المنتصف

◄ إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ فإن ..

$\overline{AM} \cong \overline{MB}$

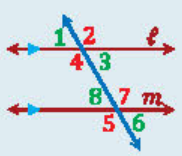
بعض العلاقات بين الزوايا

◄ الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما 90° .

◄ إذا كانت زاويتان متجاورتين على مستقيم فإنهما متكاملتان (مجموع قياسيهما 180°).

◄ الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

الزوايا والمستقيمات المتوازية



◄ الزوايا المتناظرة متطابقة ..

$m\angle 1 = m\angle 8$, $m\angle 2 = m\angle 7$

$m\angle 4 = m\angle 5$, $m\angle 3 = m\angle 6$

◄ الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة ..

$m\angle 4 = m\angle 7$, $m\angle 3 = m\angle 8$

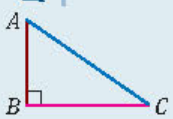
◄ الزوايا المتحالفة متكاملة ..

$m\angle 3 + m\angle 7 = 180°$

$m\angle 4 + m\angle 8 = 180°$

نظرية فيثاغورس

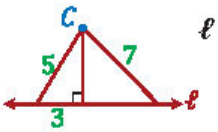
◄ في الشكل المجاور:



$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

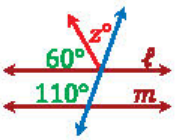
almanahj.com/ae

13 في الشكل المجاور؛ البُعد بين النقطة C والمستقيم ℓ يساوي ..... وحدات.



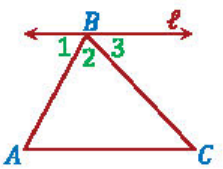
Ⓐ 3 Ⓑ 4
Ⓒ 5 Ⓓ 7

14 في الشكل المجاور؛ شرط توازي المستقيمين ℓ, m هو أن قيمة z تساوي ..



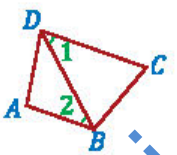
Ⓐ 30 Ⓑ 50
Ⓒ 60 Ⓓ 110

15 في الشكل المجاور؛ لإثبات أن المستقيم $\overline{AC} \parallel \ell$ يكفي أن نتأكد أن ..



Ⓐ $\angle 3 \cong \angle 1$ Ⓑ $\angle 3 \cong \angle 2$
Ⓒ $\angle 1 \cong \angle C$ Ⓓ $\angle 1 \cong \angle A$

16 في الشكل المجاور؛ إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ فإن

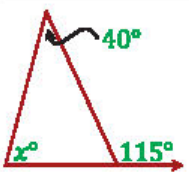


Ⓐ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ Ⓑ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
Ⓒ $\overline{AB} \parallel \overline{DB}$ Ⓓ $\overline{CB} \parallel \overline{DB}$

17 في الشكل المجاور؛ إذا كانت $x = 3$ فإن ΔABC ..

Ⓐ متطابق الأضلاع Ⓑ متطابق الضلعين
Ⓒ مختلف الأضلاع Ⓓ قائم الزاوية

18 في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 40 Ⓑ 75
Ⓒ 115 Ⓓ 180

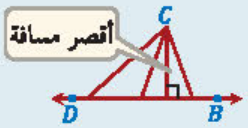
19 المثلث ABC قائم الزاوية ومتطابق الضلعين؛ إن قياس أي زاوية من زاويتيه الحادتين يساوي ..

Ⓐ 60° Ⓑ 45°
Ⓒ 30° Ⓓ 20°

20 احسب قياس أي زاوية خارجية لمثلث متطابق الأضلاع.

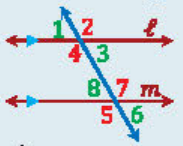
Ⓐ 30° Ⓑ 60°
Ⓒ 90° Ⓓ 120°

البُعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه



طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة

إثبات توازي مستقيمين



- المستقيمان ℓ, m متوازيان إذا وُجدت ..
  - زاويتان متناظرتان متطابقتان.
  - أو زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان.
  - أو زاويتان متحالفتان متكاملتان.

المثلث

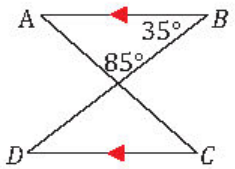
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية 180° .
- تصنيف المثلثات من حيث الأضلاع ..
  - مثلث الأضلاع، متطابق الضلعين، متطابق الأضلاع
- تصنيف المثلثات من حيث الزوايا ..
  - حاد الزوايا، قائم الزاوية، منفرج الزاوية
- قياس الزاوية الخارجية لمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.
- قياس زاوية المثلث متطابق الأضلاع 60° .
- زاويتا قاعدة المثلث متطابق الضلعين متطابقتان.

almanahj.com/ae

21 ◄ إذا كان قياس زاويتي مثلث 40° ، 110° فأي القياسات التالية لا يمكن أن يكون لزاوية خارجية للمثلث؟

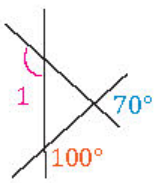
Ⓐ 160° Ⓑ 150° Ⓒ 140° Ⓓ 70°

22 ◄ في الشكل المجاور $m\angle C$ يساوي ..



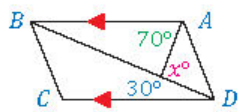
Ⓐ 85° Ⓑ 60° Ⓒ 50° Ⓓ 35°

23 ◄ في الشكل المجاور؛ $m\angle 1$ يساوي ..



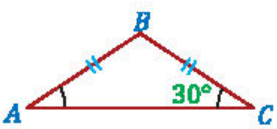
Ⓐ 170° Ⓑ 150° Ⓒ 100° Ⓓ 70°

24 ◄ في الشكل المجاور؛ ما قيمة x ؟



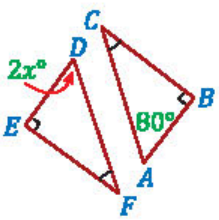
Ⓐ 90° Ⓑ 100° Ⓒ 110° Ⓓ 120°

25 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة $m\angle B$ تساوي ..



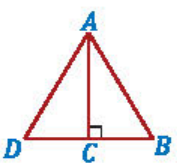
Ⓐ 30° Ⓑ 60° Ⓒ 120° Ⓓ 180°

26 ◄ في الشكل المجاور؛ إذا كان $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ فإن قيمة x تساوي ..



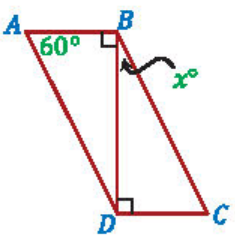
Ⓐ 20 Ⓑ 40 Ⓒ 80 Ⓓ 160

27 ◄ في الشكل المجاور؛ الشرط الناقص ليكون $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ هو ..



Ⓐ $\overline{AC} \cong \overline{DC}$ Ⓑ $m\angle B \cong m\angle DAC$ Ⓒ $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ Ⓓ $m\angle DAC \cong m\angle ACB$

28 ◄ في الشكل المجاور؛ إذا كان $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ فإن قيمة x تساوي ..



Ⓐ 30 Ⓑ 60 Ⓒ 90 Ⓓ 120

تطابق المثلثات

◄ تطابق مضلعين: يتطابق المضلعان إذا كانت: أضلاعهما المتناظرة متطابقة و زواياهما المتناظرة متطابقة.

◄ إذا تطابقت 3 أضلاع في أحدهما مع نظائرها في الآخر (التطابق بثلاثة أضلاع SSS).

◄ إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع نظائرها في الآخر (التطابق بضلع ـ زاوية ـ ضلع SAS).

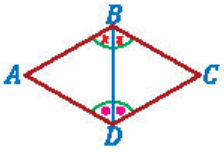
◄ التطابق بزاوية ـ ضلع ـ زاوية (ASA).

◄ التطابق بزاوية ـ زاوية ـ ضلع (AAS).

A تعني زاوية، S تعني ضلعًا

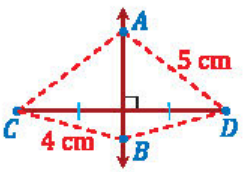
almanahj.com/ae

29 في الشكل المجاور؛ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ بحسب مُسلّمة ..



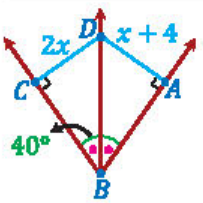
Ⓐ SSS Ⓑ SAS Ⓒ ASA Ⓓ AAS

30 في الشكل المجاور؛ $CA =$ ..... cm .



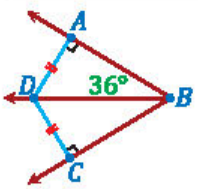
Ⓐ 4 Ⓑ 5 Ⓒ 9 Ⓓ 20

31 في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



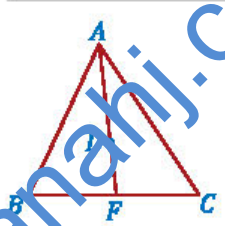
Ⓐ 2 Ⓑ 4 Ⓒ 20 Ⓓ 40

32 في الشكل المجاور؛ $m\angle ABC$ تساوي ..



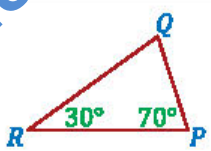
Ⓐ 18° Ⓑ 36° Ⓒ 72° Ⓓ 90°

33 في الشكل المجاور؛ إذا كانت D مركز المثلث ABC و $AF = 12$ فإن $DA =$ ..... .



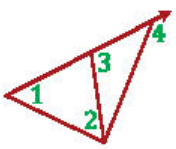
Ⓐ 4 Ⓑ 6 Ⓒ 8 Ⓓ 12

34 في ΔPRQ بالشكل المجاور؛ RP ..... RQ .



Ⓐ = Ⓑ < Ⓒ > Ⓓ ≅

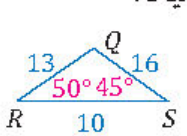
35 في الشكل المجاور؛ الزاوية التي لها أكبر قياس هي ..



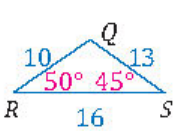
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4

36 أربعة طلاب حددوا بعض القياسات للمثلث QRS ؛ أيّ منهم كان تحديده صحيحًا؟

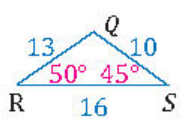
Ⓐ محمد



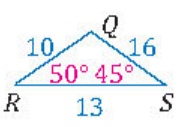
Ⓑ أحمد



Ⓒ عمر



Ⓓ عليّ



المنصفات

- أي نقطة تقع على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بُعدين متساويين من طرفيها.
- أي نقطة تقع على منصف زاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها.

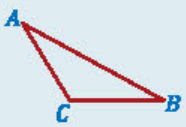
مركز المثلث

- إذا كانت D مركز المثلث ABC فإن ..

$$AD = \frac{2}{3}AF \quad \text{و} \quad DF = \frac{1}{3}AF$$

بعد المركز عن الرأس، بعد المركز عن القاعدة

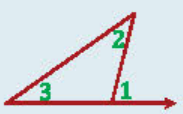
المتباينات في المثلث



- إذا كان $AB > AC$ فإن ..

$$m\angle C > m\angle B$$

والعكس صحيح.



- متباينة الزاوية الخارجية ..

$$m\angle 1 > m\angle 2$$
$$m\angle 1 > m\angle 3$$

- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.
- مدى طول الضلع الثالث للمثلث ..

$$y + z > x > |y - z|$$

almanahj.com/ae

37/3 في الشكل المجاور؛ أي مما يلي لا يمكن أن يكون قيمة n ؟

Ⓐ 7 Ⓑ 13
Ⓒ 10 Ⓓ 22

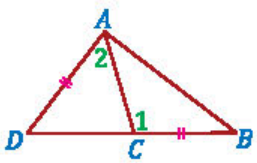
38/3 إذا كانت الأعداد 8 و 5 و x أطوالاً لأضلاع مثلث فإن أكبر قيمة صحيحة للعدد x هي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 4
Ⓒ 12 Ⓓ 13

39/3 لإثبات صحة العبارة «إذا كانت $3x < 12$ فإن $x < 4$» بالبرهان غير المباشر فإن الافتراض الضروري الذي تبدأ به هو ..... صحيحة.

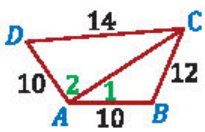
Ⓐ $x \leq 4$ Ⓑ $x \geq 4$
Ⓒ $3x < 12$ Ⓓ $3x > 12$

40/3 في الشكل المجاور؛ إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ فإن DC ..... AB .



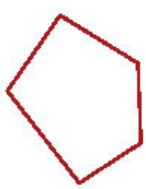
Ⓐ = Ⓑ <
Ⓒ > Ⓓ ≅

41/3 في الشكل المجاور؛ $m\angle 1$ ..... $m\angle 2$.



Ⓐ = Ⓑ <
Ⓒ > Ⓓ ≅

42/3 في الشكل المجاور؛ مجموع قياسات الزوايا الداخلية تساوي ..



Ⓐ 180° Ⓑ 360°
Ⓒ 540° Ⓓ 720°

43/3 ما قياس الزاوية الداخلية في المضلع التساعي المنتظم؟

Ⓐ 140° Ⓑ 150°
Ⓒ 160° Ⓓ 170°

44/3 كم عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلية 135°؟

Ⓐ 5 Ⓑ 6
Ⓒ 7 Ⓓ 8

البرهان غير المباشر

نُحدد النتيجة ثم نفرض خطأها؛ وباستخدام التبرير المنطقي نصل لتناقض بسبب فرض خطأ النتيجة.

المتباينات في مثلثين

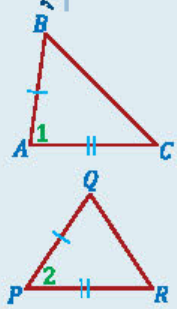
إذا كان $\overline{PQ} \cong \overline{AB}$

و $\overline{PR} \cong \overline{AC}$

و $m\angle 1 > m\angle 2$

فإن $BC > QR$

والعكس صحيح



المضلعات

تسمية المضلع: يُسمى المضلع بعدد أضلاعه.

مجموع زواياه الداخلية ..

$$S = 180°(n - 2)$$

مجموع الزوايا الداخلية، عدد الأضلاع

المضلع المنتظم: أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة.

قياس زاوية المضلع المنتظم ..

$$m = \frac{180°(n-2)}{n}$$

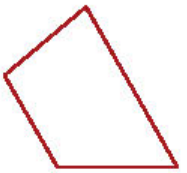
قياس زاوية المضلع المنتظم، عدد الأضلاع

الزاوية الخارجية: هي الزاوية بين ضلع وامتداد الضلع المجاور له.

مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع 360° .

almanahj.com/ae

45/3 ◂ في الشكل المجاور؛ إذا كانت النسبة بين قياسات زواياه هي 3 : 4 : 5 : 6 فإن قياس أكبر زاوية ..

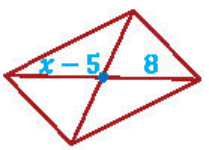


Ⓐ 60° Ⓑ 100°
Ⓒ 120° Ⓓ 150°

46/3 ◂ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع سباعي تساوي مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع ..

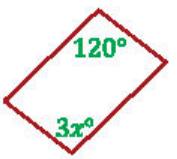
Ⓐ ثلاثي Ⓑ رباعي
Ⓒ خماسي Ⓓ سباعي

47/3 ◂ قيمة x في متوازي الأضلاع المجاور تساوي ..



Ⓐ 3 Ⓑ 5
Ⓒ 8 Ⓓ 13

48/3 ◂ قيمة x في متوازي الأضلاع المجاور تساوي ..



Ⓐ 30 Ⓑ 40
Ⓒ 50 Ⓓ 60

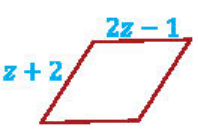
49/3 ◂ قيمة y في المستطيل المجاور تساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 5
Ⓒ $\sqrt{27}$ Ⓓ 26

50/3 ◂ أيٌّ العبارات التالية صحيحة دائمًا؟

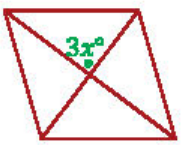
Ⓐ كل متوازي أضلاع مربع Ⓑ كل مستطيل مربع
Ⓒ كل مستطيل متوازي أضلاع Ⓓ كل متوازي أضلاع مستطيل

51/3 ◂ قيمة z التي تجعل متوازي الأضلاع المجاور معينًا ..



Ⓐ 1 Ⓑ 2
Ⓒ 3 Ⓓ 4

52/3 ◂ في المعين المجاور قيمة x تساوي ..



Ⓐ 180 Ⓑ 90
Ⓒ 60 Ⓓ 30

الشكل الرباعي

مجموع الزوايا الداخلية للمضلع الرباعي 360°

الحل العكسي (الحل بتجريب الخيارات):

ابدأ بتجريب الخيار Ⓐ أو Ⓑ فإن لم يكن صحيحًا فإنك على الأقل ستعرف ما إذا كنت تبحث عن مقدار أكبر أو أصغر، ثم انتقل إلى تجريب العدد الأوسط من الخيارات الثلاثة

متوازي الأضلاع

- شكل رباعي كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.
- خواصه:

كل ضلعين متقابلين متطابقان.

القطران ينصف كل منهما الآخر.

كل زاويتين متقابلين متطابقتان.

كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.

المستطيل

- تعريفه: متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم.
- خواصه: نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطري المستطيل متطابقان.

المعين

- تعريفه: متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة.
- خواصه: خواص متوازي الأضلاع نفسها بالإضافة إلى أن قطري المعين متعامدان وينصفان زوايا الرؤوس.

almanahj.com/ae

المربع

◄ تعريفه: متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم.

◄ خواصه: نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خواص المستطيل والمعين.

فائدة: قُطرا المربع ينصف كل منهما الآخر ومتطابقان ومتعامدان.

تنبيه: المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعين.

شبه المنحرف

◄ تعريفه: شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان.

◄ شبه المنحرف متطابق الساقين: شبه منحرف فيه الضلعان غير المتوازيين متطابقان.

◄ زاويتا كل قاعدة لشبه منحرف متطابق الساقين متطابقتان.

◄ قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان.

$EF = \frac{AB+DC}{2}$

طول القطعة المتوسطة

◄ مثال:

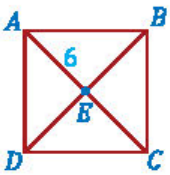
$EF = \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6$

53 ◄ القطران متعامدان في المعين و ..

Ⓐ متوازي الأضلاع Ⓑ المستطيل

Ⓒ المربع Ⓓ شبه المنحرف

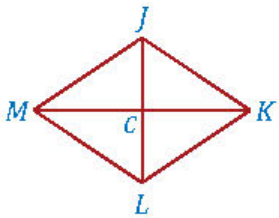
54 ◄ في المربع $ABCD$ المجاور؛ إذا كان $AE = 6$ فإن BD يساوي ..



Ⓐ 3 Ⓑ 6

Ⓒ 12 Ⓓ 24

55 ◄ في المعين $JKLM$ ؛ إذا كان $JK = 10$, $CK = 8$ فأوجد JC .



Ⓐ 4 Ⓑ 6

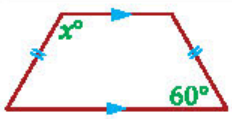
Ⓒ 8 Ⓓ 10

56 ◄ قطرا كل من الأشكال الرباعية التالية متطابقان دائماً باستثناء ..

Ⓐ المربع Ⓑ المستطيل

Ⓒ متوازي الأضلاع Ⓓ شبه المنحرف متطابق الساقين

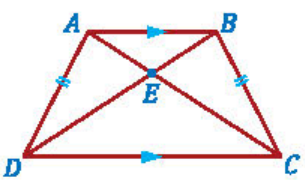
57 ◄ قيمة x في شبه المنحرف متطابق الساقين المجاور تساوي ..



Ⓐ 30 Ⓑ 60

Ⓒ 120 Ⓓ 150

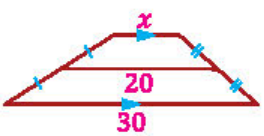
58 ◄ في شبه المنحرف متطابق الساقين المجاور؛ إذا كان $AC = 12$ و $DE = 8$ فإن EB يساوي ..



Ⓐ 20 Ⓑ 12

Ⓒ 8 Ⓓ 4

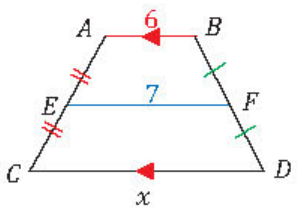
59 ◄ في شبه المنحرف المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 10 Ⓑ 20

Ⓒ 30 Ⓓ 40

60 ◄ في شبه المنحرف المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 13 Ⓑ 11

Ⓒ 9 Ⓓ 8

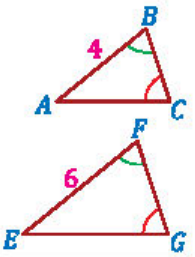
almanahj.com/ae

61 إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta EFG$ فإن ..

Ⓐ $\angle B \cong \angle C$ Ⓑ $\angle A \cong \angle G$

Ⓒ $\overline{AC} \cong \overline{EF}$ Ⓓ $\angle A \cong \angle E$

62 في الشكل المجاور؛ إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta EFG$ فإن نسبة التشابه تساوي ..



Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{2}{3}$

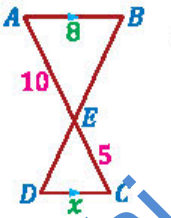
Ⓒ 4 Ⓓ 6

63 مضلعان متشابهان بنسبة تشابه $\frac{2}{3}$ وكان طول محيط المضلع الأصغر **14** وحدة فإن محيط المضلع الأكبر ..... وحدة.

Ⓐ 7 Ⓑ 14

Ⓒ 21 Ⓓ 28

64 في الشكل المجاور؛ إذا كان $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ فإن قيمة x تساوي ..



Ⓐ 4 Ⓑ 5

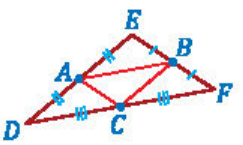
Ⓒ 8 Ⓓ 10

65 قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 6

Ⓒ 12 Ⓓ 24

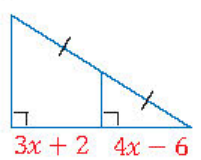
66 في الشكل المجاور؛ إذا كان محيط ΔDEF يساوي **28 cm** فيكون محيط ΔABC يساوي ..



Ⓐ 14 cm Ⓑ 28 cm

Ⓒ 56 cm Ⓓ 112 cm

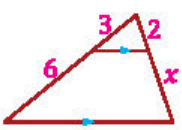
67 قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..



Ⓐ 2 Ⓑ 4

Ⓒ 6 Ⓓ 8

68 قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..



Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 6

نظريات تشابه المثلثات

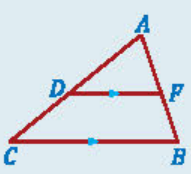
- يتشابه مضلعان إذا كانت .. الأضلاع المتناظرة متناسبة و الزوايا المتناظرة متطابقة
- في المضلعين المتشابهين: نسبة التشابه تساوي النسبة بين طولي ضلعين متناظرين.
- في المضلعين المتشابهين: نسبة التشابه تساوي النسبة بين محيطيهما.
- يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة (التشابه بثلاثة أضلاع SSS).
- يتشابه مثلثان إذا طابقت زاويتين في مثلث زاويتين في مثلث آخر (التشابه بزاويتين AA).
- التشابه بتناسب ضلعين وتطابق زاوية محصورة (SAS).

A تعني زاوية، S تعني ضلعاً

القطعة المتوسطة للمثلث

القطعة المنصفة للمثلث توازي ضلعاً للمثلث، وطولها نصف طوله

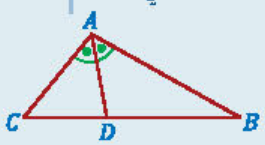
نظرية التناسب في المثلث



إذا كان $\overline{CB} \parallel \overline{DF}$ فإن .. $\frac{AD}{DC} = \frac{AF}{FB}$ والعكس صحيح

almanahj.com/ae

نظرية منصف زاوية في مثلث

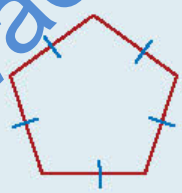


إذا كان $\overline{AD}$ منصفًا لـ $\angle A$ فإن ..

$$\frac{CA}{CD} = \frac{BA}{BD}$$

التماثل

- **محور التماثل:** خط مستقيم يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين.
- رتبة التماثل الدوراني لشكل المنتظم تساوي عدد أضلاعه.
- مقدار التماثل الدوراني لشكل المنتظم يساوي 360° مقسومًا على عدد أضلاعه.
- مثال: للخماسي المنتظم ..



5 = عدد محاور التماثل

5 = رتبة التماثل الدوراني

$$\text{مقدار التماثل الدوراني} = \frac{360°}{5}$$

$$= 72°$$

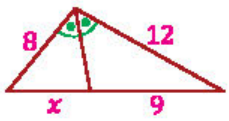
الدائرة ومحيطها

- **الوتر:** قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة.
- **نصف القطر:** قطعة مستقيمة أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.
- **القطر:** وتر يمر بالمركز.
- محيط الدائرة ..

صيغة نصف القطر	صيغة القطر
$C = 2\pi r$	$C = \pi d$

المحيط، نصف القطر، القطر

69 ◀ قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..

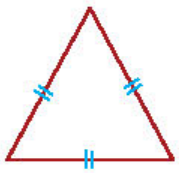


Ⓐ 6 Ⓑ 8 Ⓒ 9 Ⓓ 12

70 ◀ عدد محاور تماثل الشكل المجاور يساوي ..

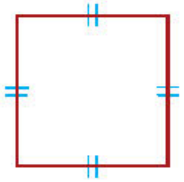
Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3

71 ◀ في الشكل المجاور؛ رتبة التماثل الدوراني تساوي ..



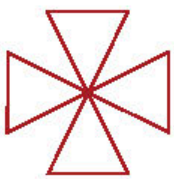
Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4

72 ◀ في الشكل المجاور؛ مقدار التماثل الدوراني تساوي ..



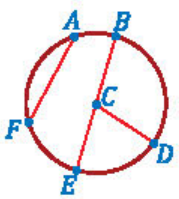
Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 360°

73 ◀ في الشكل المجاور؛ مقدار التماثل الدوراني تساوي ..



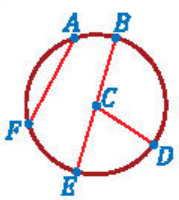
Ⓐ 60° Ⓑ 90° Ⓒ 120° Ⓓ 360°

74 ◀ في الشكل المجاور؛ $\overline{CD}$ تسمى ..



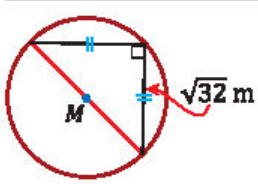
Ⓐ وتراً Ⓑ نصف قطر Ⓒ قطراً Ⓓ المركز

75 ◀ في الشكل المجاور؛ القطر هو القطعة المستقيمة ..



Ⓐ $\overline{FA}$ Ⓑ $\overline{CE}$ Ⓒ $\overline{CD}$ Ⓓ $\overline{EB}$

76 ◀ في الشكل المجاور؛ محيط الدائرة يساوي ..



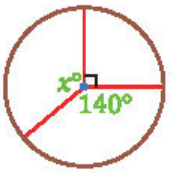
Ⓐ 8π Ⓑ 16π Ⓒ 32π Ⓓ 64π

77 ◀ دائرة محيطها 10π وحدة؛ نصف قطرها يساوي ..

Ⓐ 5 وحدات Ⓑ 5π وحدة Ⓒ 10 وحدات Ⓓ 20π وحدة

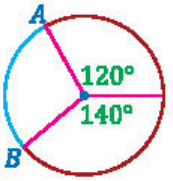
almanahj.com/ae

78 ◀ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



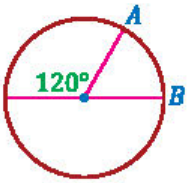
(A) 360 (B) 140
(C) 130 (D) 90

79 ◀ في الشكل المجاور؛ $m\widehat{AB}$ يساوي ..



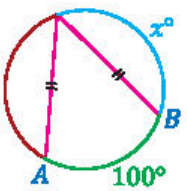
(A) 60° (B) 100°
(C) 120° (D) 140°

80 ◀ في الشكل المجاور؛ $m\widehat{AB}$ يساوي ..



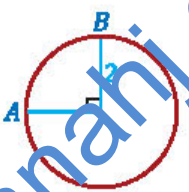
(A) 60 (B) 100°
(C) 120° (D) 240°

81 ◀ في الشكل المجاور؛ إذا كان $m\widehat{AB} = 100°$ فإن قيمة x تساوي ..



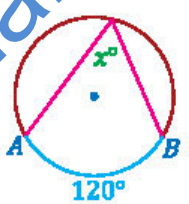
(A) 50 (B) 100
(C) 130 (D) 140

82 ◀ في الشكل المجاور؛ طول $\widehat{AB}$ يساوي ..



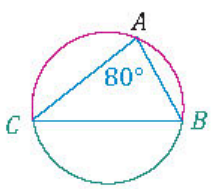
(A) π (B) 2π
(C) 3π (D) 4π

83 ◀ في الشكل المجاور؛ إذا كان $m\widehat{AB} = 120°$ فإن قيمة x تساوي ..



(A) 60 (B) 100
(C) 120 (D) 240

84 ◀ في الشكل المجاور؛ ما قياس القوس CB ؟



(A) 40° (B) 80°
(C) 160° (D) 240°

85 ◀ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..

(A) 25 (B) 50
(C) 100 (D) 120

الزوايا المركزية

◀ الزاوية المركزية زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين للدائرة.

◀ مجموع الزوايا المركزية يساوي 360° .

◀ قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابل لها.

الأوتار والأقواس

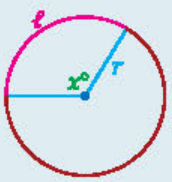
◀ القوس الأصغر زاويته المركزية أقل من 180° .

◀ القوس الأكبر زاويته المركزية أكبر من 180° .

◀ نصف الدائرة زاويته المركزية 180° .

◀ تطابق الأوتار يؤدي إلى تطابق أقواسها؛ والعكس صحيح.

◀ طول القوس ..



$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x°}{360°}$$

طول القوس، قياس القوس، طول نصف القطر

الزوايا المحيطية

◀ قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

◀ الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على نفس القوس لهما نفس القياس.

almanahj.com/ae

الشكل الرباعي المرسوم في دائرة

تعريفه: شكل رباعي تمر برؤوسه دائرة.

من خواصه: كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

المماس

تعريفه: مستقيم في مستوى الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة.

نظرية: المماس ونصف القطر المار بنقطة التماس متعامدان.

نظرية: القطعتان المماستان لدائرة من نقطة خارجها متطابقتان.

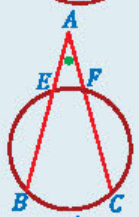
القاطع والمماس وقياسات الزوايا

تقاطع وترين داخل دائرة ..

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AD} + m\overset{\frown}{CB})$$

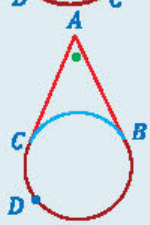
تقاطع وترين خارج دائرة ..

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BC} - m\overset{\frown}{EF})$$



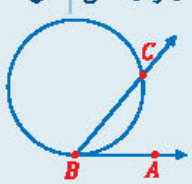
تقاطع مماسين خارج دائرة ..

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$$

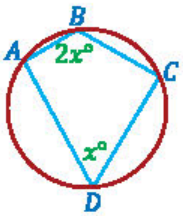


قياس الزاوية المحصورة بين وتر ومماس

$$m\angle ABC = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{BC}$$

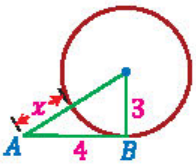


86/3 في الشكل المجاور؛ $m\angle B$ يساوي ..



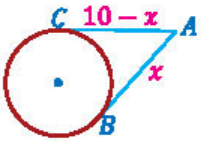
(A) 30 (B) 60 (C) 120 (D) 180

87/3 في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



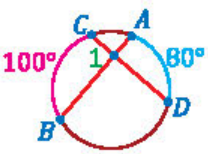
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

88/3 في الشكل المجاور؛ إذا كانت $\overline{AB}, \overline{AC}$ مماستين فإن قيمة x تساوي ..



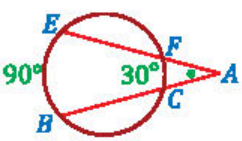
(A) 20 (B) 10 (C) 5 (D) 2.5

89/3 في الشكل المجاور؛ إذا كان $m\overset{\frown}{AD} = 80°$, $m\overset{\frown}{CB} = 100°$ فإن قيمة $m\angle 1$ تساوي ..



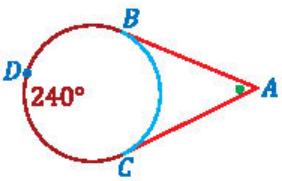
(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 180°

90/3 في الشكل المجاور؛ $m\angle A$ يساوي ..



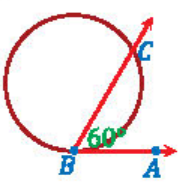
(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

91/3 في الشكل المجاور؛ $m\angle A$ يساوي ..



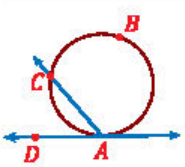
(A) 60° (B) 80° (C) 120° (D) 240°

92/3 في الشكل المجاور؛ إذا كان $m\angle ABC = 60°$ و $\overline{AB}$ مماس فإن $m\overset{\frown}{BC}$ يساوي ..



(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

93/3 في الشكل المجاور؛ إذا كان $m\overset{\frown}{ABC} = 260°$ و $\overline{AD}$ مماس فإن $m\angle DAC$ يساوي ..



(A) 260° (B) 130° (C) 100° (D) 50°

almanahj.com/ae

نظرية قِطَع الوتر

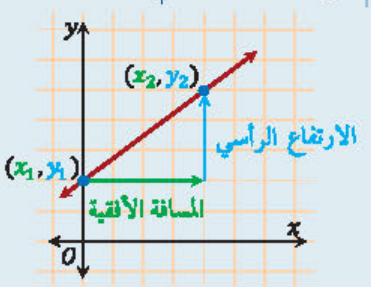
◄ إذا تقاطع وتران داخل دائرة فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.

◄ **طول المماس وجزأي القاطع ..**

مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه

$(AB)^2 = AC \times AD$

ميل ومعادلة المستقيم



◄ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ..

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \ , \ x_2 \neq x_1$$

◄ فائدة: باستثناء المستقيمات الرأسية فإن ..

المستقيمين المتوازيين لهما الميل نفسه

المستقيمين المتعامدين حاصل ضرب ميليهما -1

معادلة مستقيم بدلالة الميل m والمقطع y ..

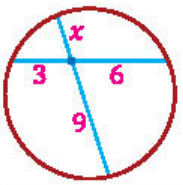
$y = mx + b$

◄ معادلة المستقيم الأفقي هي $y = b$.

◄ معادلة المستقيم الرأسي هي $x = a$.

ميل المستقيم، مقطع المحور y ، مقطع المحور x

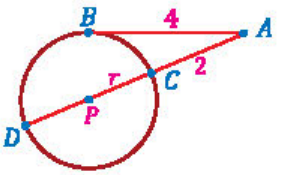
94/3 ◄ في الشكل المجاور؛ قيمة x تساوي ..



Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 6 Ⓓ 9

95/3 ◄ في الشكل المجاور؛ مساحة الدائرة بالوحدة المربعة ..



Ⓐ 36π Ⓑ 16π

Ⓒ 9π Ⓓ 4π

▼ (4) الهندسة التحليلية ▼

01/4 ◄ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1, 1)$ و $(-2, 6)$ يساوي ..

Ⓐ $\frac{5}{4}$ Ⓑ $\frac{-5}{3}$

Ⓒ $\frac{-3}{5}$ Ⓓ $\frac{3}{5}$

02/4 ◄ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين $(7, 3)$ و $(2, y)$ يساوي الصفر فإن قيمة y تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 7

03/4 ◄ أي المستقيمات التالية يوازي المستقيم $y - 2x = 2$ ؟

Ⓐ $2y + 4x = 4$ Ⓑ $y - 4x = 2$

Ⓒ $3y - 11 = 6x$ Ⓓ $y = 2 - 2x$

04/4 ◄ للمستقيم $y = 4x + 3$ ؛ المقطع y هو ..

Ⓐ $\frac{3}{4}$ Ⓑ $\frac{4}{3}$

Ⓒ 3 Ⓓ 4

05/4 ◄ معادلة المستقيم الرأسي الذي له المقطع x يساوي 6 هي ..

Ⓐ $y = -6$ Ⓑ $y = 6$

Ⓒ $x = -6$ Ⓓ $x = 6$

06/4 ◄ أي مما يلي هي معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$ ؟

Ⓐ $y = 3x + 7$ Ⓑ $y = \frac{1}{3}x + 7$

Ⓒ $y = -3x - 5$ Ⓓ $y = -\frac{1}{3}x - 5$

almanahj.com/ae

إحداثيا نقطة المتصف بين نقطتين

◄ للنقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ و m نقطة المتصف بينهما فإن ..

$$m=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

صورة نقطة بالانعكاس

◄ إذا وقعت نقطة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها.

◄ صورة النقطة (a,b) بالانعكاس حول المحور x هي $(a,-b)$.

◄ صورة النقطة (a,b) بالانعكاس حول المحور y هي $(-a,b)$.

◄ صورة النقطة (a,b) بالانعكاس حول المستقيم $y=x$ هي (b,a) .

صورة نقطة بالإزاحة (بالانسحاب)

صورة النقطة $P(x,y)$ بالإزاحة (بالانسحاب) هي النقطة ..

$$P'(x+a,y+b)$$

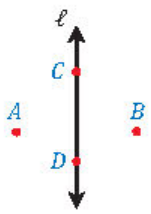
مقدار الإزاحة (الانسحاب) الأفقية، مقدار الإزاحة (الانسحاب) الرأسية

	+	−
a	الإزاحة لليمين	الإزاحة لليسار
b	الإزاحة للأعلى	الإزاحة للأسفل

07 ◄ إذا كانت $\left(3,\frac{5}{2}\right)$ نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي رؤوسه $A(a,5),B(6,6),C(4,0),D(0,-1)$ فإن a تساوي ..

Ⓐ -1 Ⓑ 0
Ⓒ 1 Ⓓ 2

08 ◄ في الشكل المجاور: صورة النقطة C بالانعكاس على المستقيم ℓ هي ..



Ⓐ النقطة A Ⓑ النقطة B
Ⓒ النقطة C Ⓓ النقطة D

09 ◄ ما صورة النقطة $K(1,5)$ بالانعكاس حول محور x ؟

Ⓐ $(1,-5)$ Ⓑ $(-1,-5)$
Ⓒ $(5,1)$ Ⓓ $(1,5)$

10 ◄ صورة النقطة $(4,2)$ بالانعكاس حول المحور y النقطة ..

Ⓐ $(4,-2)$ Ⓑ $(-4,2)$
Ⓒ $(-4,-2)$ Ⓓ $(2,4)$

11 ◄ صورة النقطة $(-1,3)$ بالانعكاس حول المستقيم $y=x$ النقطة ..

Ⓐ $(1,3)$ Ⓑ $(1,-3)$
Ⓒ $(-1,3)$ Ⓓ $(3,-1)$

12 ◄ إذا كانت صورة النقطة $A(3,5)$ هي $A'(5,3)$ فإن الانعكاس المستخدم يكون حول ..

Ⓐ نقطة الأصل Ⓑ المحور x
Ⓒ المحور y Ⓓ المستقيم $y=x$

13 ◄ بحسب القاعدة $(x,y)\to(x-1,y+2)$ صورة النقطة $(2,5)$ هي ..

Ⓐ $(1,5)$ Ⓑ $(2,7)$
Ⓒ $(1,7)$ Ⓓ $(7,1)$

14 ◄ صورة النقطة $(-10,3)$ بإزاحة وحدتين لليمين، ثم انعكاس حول محور x هي النقطة ..

Ⓐ $(-8,-3)$ Ⓑ $(-8,-5)$
Ⓒ $(10,5)$ Ⓓ $(10,1)$

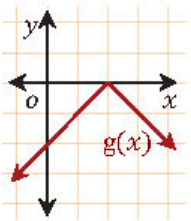
almanahj.com/ae

15/4 ◄ ما الإزاحة التي نقلت النقطة $(3,1)$ إلى $(0,5)$ ؟

Ⓐ $(x-3,y+4)$ Ⓑ $(x+3,y-4)$

Ⓒ $(x-4,y+3)$ Ⓓ $(x+4,y-34)$

16/4 ◄ باستخدام الدالة الأم $f(x)=|x|$ ؛ أي الدوال التالية يمثلها التمثيل البياني المجاور؟



Ⓐ $g(x)=|x|+2$ Ⓑ $g(x)=-|x|-2$

Ⓒ $g(x)=|x-2|$ Ⓓ $g(x)=-|x-2|$

17/4 ◄ منحنى $g(x)$ ينتج من منحنى الدالة الأم $f(x)=\sqrt{x}$ بإزاحة وحدتين لليسار، ثم انعكاس حول محور x ، ثم انسحاب ثلاث وحدات للأسفل؛ أي مما يلي يمثل الدالة $g(x)$ ؟

Ⓐ $g(x)=-\sqrt{x-2}+3$ Ⓑ $g(x)=\sqrt{-x+2}-3$

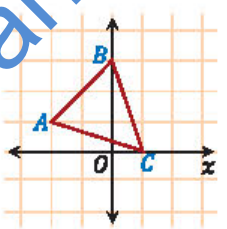
Ⓒ $g(x)=\sqrt{-x-2}+3$ Ⓓ $g(x)=-\sqrt{x+2}-3$

18/4 ◄ صورة النقطة $(-2,4)$ بالدوران بزاوية $180°$ عكس عقارب الساعة النقطة ..

Ⓐ $(-4,2)$ Ⓑ $(2,-4)$

Ⓒ $(4,2)$ Ⓓ $(4,-2)$

19/4 ◄ ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يُجرى على المثلث ABC لينقل الرأس A إلى النقطة $(1,2)$ ؟



Ⓐ $90°$ Ⓑ $180°$

Ⓒ $270°$ Ⓓ $360°$

20/4 ◄ إذا كانت $A`B`$ صورة AB بتمدد معامله k وكان $A`B`=6\text{ cm}$ و $AB=4\text{ cm}$ فإن معامل التمدد k يساوي ..

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{2}$

Ⓒ 4 Ⓓ 6

21/4 ◄ إذا كانت $A`B`$ صورة AB بتمدد معامله k فأي القيم التالية تجعل التمدد تصغيراً؟

Ⓐ $\frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$

Ⓒ 1 Ⓓ 0

الدوال الأم والتحويلات الهندسية

◄ الانسحاب (الإزاحة) الرأسي والأفقي للدالة الأم $f(x)$ ..

$$g(x)=f(x-h)+k$$

◄ إزاحة (انسحاب) رأسية لأعلى بمقدار k إذا كانت $k>0$.

◄ إزاحة رأسية لأسفل بمقدار $|k|$ إذا كانت $k<0$.

◄ إزاحة أفقية لليمين بمقدار h إذا كانت $h>0$.

◄ إزاحة أفقية لليسار بمقدار $|h|$ إذا كانت $h<0$.

◄ الانعكاس حول المحور x للدالة الأم $f(x)$ ..

$$g(x)=-f(x)$$

◄ الانعكاس حول المحور y للدالة الأم $f(x)$ ..

$$g(x)=f(-x)$$

الدوران بعكس عقارب الساعة

◄ الدوران بزاوية $90°$ ..

$$(x,y)\to(-y,x)$$

◄ الدوران بزاوية $180°$ ..

$$(x,y)\to(-x,-y)$$

◄ الدوران بزاوية $270°$ ..

$$(x,y)\to(y,-x)$$

التمدد

◄ إذا كانت $A`B`$ صورة AB بتمدد معامله k فإن ..

$$A`B`=k(AB)\ ,\ k=\frac{A`B`}{AB}$$

معامل التمدد، طول الأصل، طول الصورة

◄ صورة النقطة (x,y) بتمدد معامله k هي (kx,ky) ..

$k>1$	التمدد تكبير
$k<1$	التمدد تصغير
$k=1$	التمدد تطابق

almanahj.com/ae

22/4 صورة النقطة $(2,-4)$ بتمدد معامله $\frac{1}{2}$ هي ..

Ⓐ $(1,-4)$ Ⓑ $(2,-2)$

Ⓒ $(1,-2)$ Ⓓ $(4,-8)$

23/4 مركز الدائرة $(x-1)^2+(y+4)^2=7$ هو ..

Ⓐ $(-1,7)$ Ⓑ $(4,7)$

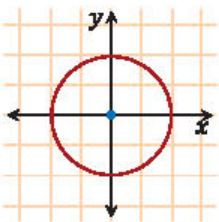
Ⓒ $(-1,4)$ Ⓓ $(1,-4)$

24/4 طول قطر الدائرة $(x-3)^2+(y-6)^2=16$ يساوي ..

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 4 وحدات

Ⓒ 8 وحدات Ⓓ 16 وحدة

25/4 معادلة الدائرة المبينة في الشكل المجاور هي ..



Ⓐ $x^2+y^2=2$ Ⓑ $x^2+y^2=4$

Ⓒ $x^2+y^2=6$ Ⓓ $x^2+y^2=8$

26/4 أيّ النقاط التالية تقع على الدائرة $x^2+(y+2)^2=25$ ؟

Ⓐ $(0,-3)$ Ⓑ $(1,24)$

Ⓒ $(10,15)$ Ⓓ $(0,3)$

27/4 طول الوتر البؤري للقطع المكافئ $(y-5)^2=8(x-3)$ هو ..

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 5 وحدات

Ⓒ 8 وحدات Ⓓ 10 وحدات

28/4 في القطع المكافئ $(y-6)^2=-5(x-3)$ ؛ معادلة محور التماثل ..

Ⓐ $y=-6$ Ⓑ $y=6$

Ⓒ $x=-3$ Ⓓ $x=3$

29/4 في القطع المكافئ $(x+1)^2=12(y-3)$ ؛ المسافة بين البؤرة والرأس يساوي ..... وحدات.

Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 8 Ⓓ 9

30/4 في القطع المكافئ $y^2=40x$ ؛ معادلة الدليل ..

Ⓐ $x=-10$ Ⓑ $x=10$

Ⓒ $y=-10$ Ⓓ $y=10$

الدائرة

◄ معادلة الدائرة التي مركزها (h,k) وطول نصف قطرها r هي ..

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

◄ معادلة الدائرة التي مركزها $(0,0)$ وطول نصف قطرها r هي ..

$$x^2+y^2=r^2$$

تلميح

◄ عوض بالنقاط في معادلة الدائرة المعطاة.

القطع المكافئ الذي محوره أفقي

◄ المعادلة: $(y-k)^2=4c(x-h)$.

$c>0$	الفتحة لليمين
$c<0$	الفتحة لليسار

◄ الرأس: (h,k) .

◄ البؤرة: $(h+c,k)$.

◄ معادلة محور التماثل: $y=k$.

◄ معادلة الدليل: $x=h-c$.

◄ طول الوتر البؤري: $|4c|$.

almanahj.com/ae

31 القطع المكافئ الذي رأســـه $(0,0)$ ومحوره منطبق على محور y ويمر بالنقطة $(4,-2)$ هو ..

Ⓐ $x^2 = 8y$ Ⓑ $y^2 = 8x$

Ⓒ $x^2 + 8y = 0$ Ⓓ $y^2 + 8x = 0$

32 إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي بؤرته $(2,2)$ ودليله محور x هي ..

Ⓐ $(-1,2)$ Ⓑ $(2,1)$

Ⓒ $(1,3)$ Ⓓ $(0,1)$

33 أيٌّ قطع من القطوع الناقصة التالية مركزه النقطة $(3,1)$ ؟

Ⓐ $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{6} = 1$ Ⓑ $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{6} = 1$

Ⓒ $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{6} = 1$ Ⓓ $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{3} = 1$

34 القطع الناقص $\frac{(x-\square)^2}{12} + \frac{(y-7)^2}{8} = 1$ ، معادلة المحور الأكبر ..

Ⓐ $x = -5$ Ⓑ $x = 5$

Ⓒ $y = -7$ Ⓓ $y = 7$

35 البُعد بين المركز والرأس للقطع الناقص $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$ ..

Ⓐ وحدتان Ⓑ 4 وحدات

Ⓒ 8 وحدات Ⓓ 16 وحدة

36 قيمة الثابت k في معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{k} = 1$ الذي إحدى بؤرتيه $(0,3)$ ..

Ⓐ 7 Ⓑ 25

Ⓒ 13 Ⓓ 1

37 في القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ ؛ طول المحور الأصغر ..

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 5 وحدات

Ⓒ 6 وحدات Ⓓ 10 وحدات

38 طول المحور الأكبر في القطع الناقص $4x^2 + 9y^2 = 1$ يساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ $\frac{2}{3}$

القطع المكافئ الذي محوره رأسي

- المعادلة: $(x-h)^2 = 4c(y-k)$.

$c > 0$	الفتحة للأعلى
$c < 0$	الفتحة للأسفل

- الرأس: (h,k) .
- البؤرة: $(h,k+c)$.
- معادلة محور التماثل: $x = h$.
- معادلة الدليل: $y = k - c$.
- طول الوتر البؤري: $|4c|$.

القطع الناقص الذي محوره الأكبر أفقي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$.
- الاتجاه: المحور الأكبر أفقي.
- المركز: (h,k) .
- البؤرتان: $(h \pm c, k)$.
- الرأسان: $(h \pm a, k)$.
- الرأسان المرافقان: $(h, k \pm b)$.
- المحور الأكبر: معادلته $y = k$ وطوله $2a$.
- المحور الأصغر: معادلته $x = h$ وطوله $2b$.
- العلاقة بين a, b, c ..

$$a > b \ , \ c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

القطع الناقص الذي محوره الأكبر رأسي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$.
- الاتجاه: المحور الأكبر رأسي.
- المركز: (h,k) .
- البؤرتان: $(h, k \pm c)$.
- الرأسان: $(h, k \pm a)$.
- الرأسان المرافقان: $(h \pm b, k)$.
- المحور الأكبر: معادلته $x = h$ وطوله $2a$.
- المحور الأصغر: معادلته $y = k$ وطوله $2b$.
- العلاقة بين a, b, c ..

$$a > b \ , \ c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

almanahj.com/ae

الاختلاف المركزي للقطع الناقص

$e = \frac{c}{a}$

الاختلاف المركزي، البعد بين المركز والبؤرة، البعد بين المركز والرأس

- قيمة e تنحصر بين 0 و 1 .
- عندما $e = 0$ فإن القطع الناقص يصبح دائرة.

القطع الزائد الذي محوره القاطع أفقي

- المعادلة: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$.
- الاتجاه: المحور القاطع أفقي.
- المركز: (h, k) .
- الرأسان: $(h \pm a, k)$.
- البؤرتان: $(h \pm c, k)$.
- المحور القاطع: معادلته $y = k$ وطوله $2a$.
- المحور المرافق: معادلته $x = h$ وطوله $2b$.
- خطا التقارب: $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$.
- العلاقة بين a, b, c : $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

39 / 4 ◄ قطع ناقص المسافة بين بؤرتيه 10 وحدات وطول محوره الأكبر 16 وحدة؛ إن اختلافه المركزي e يساوي ..

Ⓐ $\frac{5}{8}$ Ⓑ $\frac{8}{5}$

Ⓒ 6 Ⓓ 10

40 / 4 ◄ في القطع الناقص قيمة الاختلاف المركزي e تنحصر بين 0 و ..

Ⓐ -2 Ⓑ -1

Ⓒ 1 Ⓓ 2

41 / 4 ◄ في القطع الناقص؛ عندما الاختلاف المركزي $e = 0$ فإنه يصبح ..

Ⓐ قطعاً مكافئاً Ⓑ قطعاً زائداً

Ⓒ دائرة Ⓓ مربعاً

42 / 4 ◄ في القطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ ؛ مركز القطع النقطة ..

Ⓐ $(1, 4)$ Ⓑ $(2, 5)$

Ⓒ $(-2, -1)$ Ⓓ $(2, 1)$

43 / 4 ◄ أي قطع من القطوع الزائدة التالية معادلة محوره القاطع $y = 7$ ؟

Ⓐ $\frac{(x-5)^2}{12} - \frac{(y-7)^2}{8} = 1$ Ⓑ $\frac{(x-7)^2}{12} - \frac{(y-5)^2}{7} = 1$

Ⓒ $\frac{(x-1)^2}{7} - \frac{(y-3)^2}{8} = 1$ Ⓓ $\frac{(x-1)^2}{8} - \frac{(y-3)^2}{7} = 1$

44 / 4 ◄ في القطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$ ؛ البعد بين المركز والرأس ..

Ⓐ وحدتان Ⓑ 4 وحدات

Ⓒ 8 وحدات Ⓓ 16 وحدة

45 / 4 ◄ في القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ؛ طول المحور القاطع ..... وحدات.

Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 6 Ⓓ 8

almanahj.com/ae

46 / 4 نقطة تقاطع الخطين المقاربين للقطع الزائد $\frac{(y-2)^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ هي النقطة ..

Ⓐ $(0,0)$ Ⓑ $(0,2)$

Ⓒ $(2,0)$ Ⓓ $(0,-2)$

47 / 4 أيُّ القطوع الزائدة التالية طول محوره المرافق 10 وحدات؟

Ⓐ $\frac{y^2}{9}-\frac{(x-1)^2}{25}=1$ Ⓑ $\frac{y^2}{25}-\frac{(x-1)^2}{9}=1$

Ⓒ $\frac{y^2}{9}-\frac{(x-1)^2}{10}=1$ Ⓓ $\frac{y^2}{10}-\frac{(x-1)^2}{5}=1$

48 / 4 معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد $4x^2-y^2=1$ هي ..

Ⓐ $y=\pm 2x$ Ⓑ $y=\pm\frac{1}{2}x$

Ⓒ $y=\pm 4x$ Ⓓ $y=\pm\frac{1}{4}x$

49 / 4 الاختلاف المركزي للقطع الزائد $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)=1$ يساوي ..

Ⓐ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{13}}{3}$

Ⓒ $\frac{2}{\sqrt{13}}$ Ⓓ $\frac{3}{\sqrt{13}}$

50 / 4 قيمة الاختلاف المركزي e أكبر من 1 في ..

Ⓐ القطع المكافئ Ⓑ القطع الناقص

Ⓒ الدائرة Ⓓ القطع الزائد

51 / 4 المعادلة $2y^2-x^2-4=0$ تمثل ..

Ⓐ قطعًا مكافئًا Ⓑ قطعًا ناقصًا

Ⓒ قطعًا زائدًا Ⓓ دائرة

52 / 4 $y^2-4x=0$ هي معادلة ..

Ⓐ قطع مكافئ Ⓑ قطع ناقص

Ⓒ قطع زائد Ⓓ دائرة

53 / 4 المعادلة $4x^2+cy^2+2x-2y-18=0$ تصبح معادلة دائرة عندما تكون قيمة x ..

Ⓐ -8 Ⓑ -4

Ⓒ 4 Ⓓ 8

القطع الزائد الذي محوره القاطع رأسي

- المعادلة: $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$.
- الاتجاه: المحور القاطع رأسي.
- المركز: $C(h,k)$.
- الرأسان: $V(h,k\pm a)$.
- البؤرتان: $F(h,k\pm c)$.
- المحور القاطع: معادلته $x=h$ وطوله $2a$.
- المحور المرافق: معادلته $y=k$ وطوله $2b$.
- خطا التقارب: $y-k=\pm\frac{a}{b}(x-h)$.
- يتقاطع خطا التقارب في مركز القطع.
- العلاقة بين a,b,c : $c=\sqrt{a^2+b^2}$.

الاختلاف المركزي للقطع الزائد

$e=\frac{c}{a}$

الاختلاف المركزي، البعد بين المركز والبؤرة، البعد بين المركز والرأس

- $c=\sqrt{a^2+b^2}$.
- قيمة الاختلاف المركزي e أكبر من 1 .

المعادلة من الدرجة الثانية وتصنيف القطوع

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$

- المعادلة أعلاه تُمثِّل ..

قطعًا مكافئًا: إذا كان $B^2-4AC=0$.

قطعًا ناقصًا: إذا كان ..

$B^2-4AC<0$, $A\neq C$ أو $B\neq 0$

قطعًا زائدًا: إذا كان $B^2-4AC>0$.

دائرةً: إذا كان ..

$B^2-4AC<0$ و $A=C$ و $B=0$

almanahj.com/ae

54 ◄ المعادلة $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 5y = 12$ تمثل ..

Ⓐ قطعاً مكافئاً Ⓑ قطعاً ناقصاً

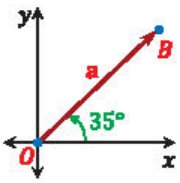
Ⓒ قطعاً زائداً Ⓓ دائرة

55 ◄ أيّ الكميات التالية كمية متجه؟

Ⓐ الزمن Ⓑ الكتلة

Ⓒ الإزاحة Ⓓ المسافة

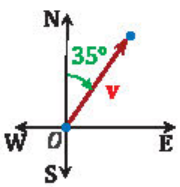
56 ◄ في الشكل المجاور؛ قياس زاوية الاتجاه الحقيقي للمتجه ..



Ⓐ 35° Ⓑ 035°

Ⓒ 055° Ⓓ 090°

57 ◄ في الشكل المجاور؛ قياس زاوية الاتجاه الربعي للمتجه ..



Ⓐ N 35° E Ⓑ N 55° E

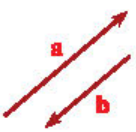
Ⓒ W 55° S Ⓓ N 35° W

58 ◄ متجه قياس زاوية اتجاهه الحقيقي 155° فتكون زاوية اتجاهه الربعي ..

Ⓐ N 55° E Ⓑ S 25° E

Ⓒ W 55° S Ⓓ N 35° E

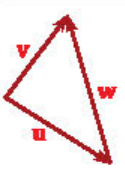
59 ◄ في الشكل المجاور؛ المتجهان a و b ..



Ⓐ متوازيان Ⓑ متساويان

Ⓒ متعاكسان Ⓓ متطابقان

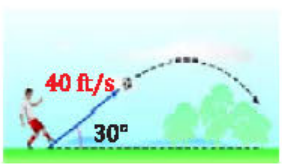
60 ◄ في الشكل المجاور؛ المتجه الذي يمثل محصلة المتجهين الآخرين هو ..



Ⓐ v Ⓑ u

Ⓒ w Ⓓ w + v

61 ◄ لاعب يركل كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 40 ft/s وبزاوية 30° مع الأرض؛ مقدار المركبة الأفقية ..



Ⓐ 20 ft/s Ⓑ $20\sqrt{3}$ ft/s

Ⓒ 40 ft/s Ⓓ $40\sqrt{3}$ ft/s

الكميات القياسية والكميات المتجهة

◄ الكمية القياسية لها مقدار فقط؛ كالزمن والكتلة.

◄ الكمية المتجهة لها مقدار واتجاه؛ كالإزاحة والقوة.

المتجهات

◄ **المتجه**: كمية لها مقدار واتجاه.

◄ **تسميته**: يُسمى بنقطتي البداية والنهاية.

◄ **رموزه**: $\overrightarrow{AB}$ أو $\vec{a}$ أو **a** .

◄ **اتجاهه**: الزاوية مع الاتجاه الموجب لمحور x.

◄ **زاوية الاتجاه الحقيقي**: الزاوية المحصورة بين المتجه والاتجاه الموجب لمحور y (بدءاً من الشمال) مع عقارب الساعة؛ وتكتب بثلاثة أرقام (مثلاً: الزاوية 55° تكتب 055°).

◄ **زاوية الاتجاه الربعي**: قياس اتجاهي يتراوح بين 0°, 90° ابتداءً من الخط الرأسي إما شرقاً أو غرباً.

بعض العلاقات بين المتجهين

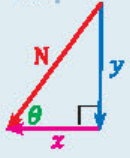
◄ **المتجهان المتوازيان**: لهما الاتجاه نفسه أو اتجاهان متعاكسان، وليس بالضرورة لهما الطول نفسه.

◄ **المتجهان المتساويان**: لهما الطول والاتجاه نفسه.

◄ **المتجهان المتعاكسان**: لهما الطول نفسه لكن عكس الاتجاه.

◄ **المحصلة**: نُوجدها باستخدام قاعدة المثلث أو قاعدة متوازي الأضلاع.

تحليل قوة إلى مركبتين متعامدتين



◄ المركبة الأفقية: $|x| = N\cos\theta$.

◄ المركبة الرأسية: $|y| = N\sin\theta$.

almanahj.com/ae

62 ◀ أي المتجهات التالية يمثل $\overrightarrow{RS}$ ، حيث إن نقطة البداية $R(-5,3)$ ونقطة النهاية $S(2,-7)$ ؟

Ⓐ $\langle 7,-10\rangle$ Ⓑ $\langle -7,10\rangle$

Ⓒ $\langle -3,10\rangle$ Ⓓ $\langle -3,-10\rangle$

63 ◀ إذا كان $\overrightarrow{AB}=\langle -3,-2\rangle$ و كانت النقطة $B(-1,3)$ فما إحداثيا النقطة A ؟

Ⓐ $(2,5)$ Ⓑ $(-2,5)$

Ⓒ $(2,-5)$ Ⓓ $(-2,-5)$

64 ◀ أي المتجهات التالية طوله 6 وحدات؟

Ⓐ $\langle 2,4\rangle$ Ⓑ $\langle \sqrt{5},1\rangle$

Ⓒ $\langle 3\sqrt{3},3\rangle$ Ⓓ $\langle 2,\sqrt{3}\rangle$

65 ◀ متجه الوحدة $\mathbf{u}$ باتجاه المتجه $\mathbf{v}=\langle -3,-4\rangle$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1,0\rangle$ Ⓑ $\langle 1,-1\rangle$

Ⓒ $\langle -\frac{3}{5},\frac{4}{5}\rangle$ Ⓓ $\langle \frac{3}{5},-\frac{4}{5}\rangle$

66 ◀ إذا كان $\mathbf{u}=\langle -1,4\rangle$ و $\mathbf{u}+\mathbf{v}=\langle 4,5\rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 3,9\rangle$ Ⓑ $\langle 5,1\rangle$

Ⓒ $\langle -5,-1\rangle$ Ⓓ $\langle 3,1\rangle$

67 ◀ إذا كان $\mathbf{u}=\langle 6,3\rangle, \mathbf{v}=\langle 7,3\rangle$ فإن $\mathbf{u}-\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1,3\rangle$ Ⓑ $\langle -1,3\rangle$

Ⓒ $\langle -1,0\rangle$ Ⓓ $\langle 3,4\rangle$

68 ◀ إذا كان المتجه $-\frac{1}{2}\mathbf{v}=\langle -4,12\rangle$ فإن $\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 2,-6\rangle$ Ⓑ $\langle -2,6\rangle$

Ⓒ $\langle -8,24\rangle$ Ⓓ $\langle 8,-24\rangle$

69 ◀ إذا كان المتجه $\mathbf{t}=\langle -6,2\rangle, \mathbf{s}=\langle 4,-3\rangle$ فأي مما يلي يمثل المتجه $\mathbf{r}$ ؟ حيث $\mathbf{r}=\mathbf{t}-2\mathbf{s}$.

Ⓐ $\langle 14,8\rangle$ Ⓑ $\langle 14,6\rangle$

Ⓒ $\langle -14,8\rangle$ Ⓓ $\langle -14,-8\rangle$

المتجهات في المستوى

◀ الصورة الإحداثية للمتجه الذي بدايته $A(x_1,y_1)$ ونهايته (x_2,y_2) هي ..

$$\overrightarrow{AB}=\langle x_2-x_1,y_2-y_1\rangle=\langle x,y\rangle$$

◀ طول المتجه: إذا كان $\overrightarrow{AB}=\langle x,y\rangle$ فإن ..

$$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{x^2+y^2}$$

◀ متجه الوحدة باتجاه المتجه $\mathbf{v}$ ..

$$\mathbf{u}=\frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

متجه الوحدة باتجاه $\mathbf{v}$ ، طول المتجه $\mathbf{v}$

العمليات على المتجهات في المستوى

إذا كان $\mathbf{a}=\langle a_1,a_2\rangle$ و $\mathbf{b}=\langle b_1,b_2\rangle$ متجهين فإن ..

◀ جمع متجهين: $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\langle a_1+b_1,a_2+b_2\rangle$.

◀ طرح متجهين: $\mathbf{a}-\mathbf{b}=\langle a_1-b_1,a_2-b_2\rangle$.

◀ ضرب متجه في عدد حقيقي ..

$$k\mathbf{a}=\langle ka_1,ka_2\rangle$$

almanahj.com/ae

متجها الوحدة القياسيان

$\mathbf{i} = \langle 1,0 \rangle , \mathbf{j} = \langle 0,1 \rangle$

متجه الوحدة باتجاه x ، متجه الوحدة باتجاه y

التوافق الخطي

◀ التوافق الخطي: كتابة المتجه $\mathbf{u} = \langle a, b \rangle$ على الصورة $\mathbf{u} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$.

زاوية اتجاه المتجه $\mathbf{u} = \langle a, b \rangle$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right), a > 0$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) + \pi, a < 0$

زاوية الاتجاه مع الأفقي (الاتجاه الموجب لمحور x)

الصورة الإحداثية لمتجه بدلالة طوله وزاوية اتجاهه

$\mathbf{v} = \langle |\mathbf{v}| \cos\theta , |\mathbf{v}| \sin\theta \rangle$

طول المتجه v ، زاوية اتجاه المتجه v

الضرب الداخلي لمتجهين في المستوى الإحداثي

◀ إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle , \mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ فإن ..

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$

الضرب الداخلي (القياسي)

◀ شرط التعامد ..

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

◀ قياس الزاوية بين المتجهين ..

$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|}$

زاوية الاتجاه مع الأفقي

عند الإجابة على أسئلة المعادلات لا تعمل أكثر من اللازم بإيجاد قيمة كل متغير؛ المهم هو إيجاد المتغيرات الكافية للوصول إلى الجواب الصحيح

70 ◀ المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, 3 \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة القياسيين يساوي ..

Ⓐ $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ Ⓑ $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

Ⓒ $5\mathbf{i} + \mathbf{j}$ Ⓓ $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$

71 ◀ المتجه $\mathbf{v} = 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ بالصورة الإحداثية يساوي ..

Ⓐ $\langle 5, 2 \rangle$ Ⓑ $\langle 2, 5 \rangle$

Ⓒ $\langle 5, -2 \rangle$ Ⓓ $\langle -2, 5 \rangle$

72 ◀ أوجد زاوية اتجاه المتجه $\langle -7, 7 \rangle$ مع الاتجاه الموجب لمحور x .

Ⓐ $45°$ Ⓑ $135°$

Ⓒ $145°$ Ⓓ $225°$

73 ◀ أي المتجهات التالية طوله $2\sqrt{2}$ وزاوية اتجاهه $45°$ ؟

Ⓐ $\langle 2, -2 \rangle$ Ⓑ $\langle -2, 2 \rangle$

Ⓒ $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ Ⓓ $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

74 ◀ الصورة الإحداثية لمتجه $\mathbf{v}$ طوله 14 وزاوية اتجاهه مع الأفقي $210°$ ..

Ⓐ $\langle 7, 7\sqrt{3} \rangle$ Ⓑ $\langle -7\sqrt{3}, -7 \rangle$

Ⓒ $\langle -7\sqrt{3}, 7 \rangle$ Ⓓ $\langle 14, 210 \rangle$

75 ◀ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 3, -2 \rangle , \mathbf{v} = \langle -5, 7 \rangle$ فإن $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ -14 Ⓑ -1

Ⓒ 1 Ⓓ 15

76 ◀ إذا كان المتجهان $\mathbf{v} = \langle 3, k \rangle , \mathbf{u} = \langle 1, -7 \rangle$ متعامدين فما قيمة k ؟

Ⓐ -2 Ⓑ $-\frac{3}{2}$

Ⓒ $\frac{3}{2}$ Ⓓ 2

77 ◀ مجموعة قيم k عندما يتعامد المتجهان $\langle k+1, 1 \rangle , \langle k-2, -4 \rangle$ ..

Ⓐ $\{2,3\}$ Ⓑ $\{-2,3\}$

Ⓒ $\{2,-3\}$ Ⓓ $\{-2,-3\}$

78 ◀ إذا كان $\mathbf{v} = \langle 0, 4 \rangle , \mathbf{u} = \langle \sqrt{3}, 1 \rangle$ فما قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ؟

Ⓐ $30°$ Ⓑ $60°$

Ⓒ $120°$ Ⓓ $240°$

almanahj.com/ae

79 ◄ بعد عدة دقائق من إطلاق بالونين يحويان هواءً ساخناً في الهواء، كانت إحداثيات البالونين هي $A(20,25,30), B(-30,15,10)$ ؛ أوجد المسافة بين البالونين في تلك اللحظة.

Ⓐ $10\sqrt{30}$ Ⓑ $30\sqrt{10}$

Ⓒ 300 Ⓓ 3000

80 ◄ ما نوع المثلث الذي رؤوسه هي النقاط $A(0,3,5), B(1,0,2), C(0,-3,5)$ ؟

Ⓐ قائم الزاوية Ⓑ متطابق الضلعين

Ⓒ متطابق الأضلاع Ⓓ مختلف الأضلاع

81 ◄ إذا كانت $(3,0,6)$ نقطة المنتصف بين النقطتين $A(2,3,4), B(4,-3,k)$ فإن k تساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 6

Ⓒ 8 Ⓓ 12

82 ◄ أي مما يلي يمثل المتجه $\overrightarrow{AB}$ إذا كان $A(3,4,-4), B(-5,2,1)$ ؟

Ⓐ $\langle -8,-2,5\rangle$ Ⓑ $\langle 8,-2,3\rangle$

Ⓒ $\langle 8,2,-3\rangle$ Ⓓ $\langle -8,-2,-3\rangle$

83 ◄ طول المتجه $\mathbf{w} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \sqrt{2}\mathbf{k}$ يساوي ..

Ⓐ $8-\sqrt{2}$ Ⓑ 6

Ⓒ $8-\sqrt{2}$ Ⓓ $4\sqrt{2}$

84 ◄ متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\mathbf{v} = \langle 2,-3,6\rangle$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 1,1,1\rangle$ Ⓑ $\langle \frac{2\sqrt{31}}{31}, -\frac{3\sqrt{31}}{31}, \frac{6\sqrt{31}}{31}\rangle$

Ⓒ $\langle \frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}\rangle$ Ⓓ $\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\rangle$

85 ◄ إذا كان $\mathbf{a} = \langle 0,5,3\rangle, \mathbf{b} = \langle 7,0,1\rangle$ فإن $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle 7,5,4\rangle$ Ⓑ $\langle 4,5,7\rangle$

Ⓒ $\langle 0,5,4\rangle$ Ⓓ $\langle 11,5,1\rangle$

86 ◄ إذا كان $\mathbf{u} = \langle 8,3,5\rangle, \mathbf{v} = \langle 7,3,2\rangle$ فإن $\mathbf{u}-\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -1,0,-3\rangle$ Ⓑ $\langle 1,0,3\rangle$

Ⓒ $\langle 2,0,-6\rangle$ Ⓓ $\langle 15,6,6\rangle$

الإحداثيات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

إذا كانت $A(x_1,y_1,z_1)$ و $B(x_2,y_2,z_2)$ نقطتين في الفراغ فإن ..

◄ المسافة بين النقطتين تساوي ..

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

◄ منتصف النقطتين هو النقطة ..

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

المتجهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

◄ الصورة الإحداثية للمتجه الذي بدايته $A(x_1,y_1,z_1)$ ونهايته $B(x_2,y_2,z_2)$ هي ..

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1\rangle = \langle x,y,z\rangle$$

◄ متجهات الوحدة القياسية ..

$\mathbf{i} = \langle 1,0,0\rangle$, $\mathbf{j} = \langle 0,1,0\rangle$, $\mathbf{k} = \langle 0,0,1\rangle$

◄ التوافق الخطي: كتابة المتجه $\mathbf{v} = \langle v_1,v_2,v_3\rangle$ على الصورة $\mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$.

◄ طول المتجه: $|\mathbf{v}| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 + {v_3}^2}$.

◄ متجه الوحدة باتجاه المتجه $\mathbf{v}$: $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$.

العمليات على المتجهات في الفضاء

إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1,a_2,a_3\rangle$ و $\mathbf{b} = \langle b_1,b_2,b_3\rangle$ متجهين في الفراغ فإن ..

◄ جمع المتجهين ..

$$\mathbf{a}+\mathbf{b} = \langle a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3\rangle$$

◄ طرح المتجهين ..

$$\mathbf{a}-\mathbf{b} = \langle a_1-b_1, a_2+b_2, a_3-b_3\rangle$$

◄ ضرب المتجه في عدد حقيقي ..

$$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3\rangle$$

almanahj.com/ae

87/4 ◄ إذا كان المتجه $\mathbf{v} = \langle 2, -1, 3 \rangle$ فإن $-2\mathbf{v}$ يساوي ..

Ⓐ $\langle -6, 2, -4 \rangle$ Ⓑ $\langle 4, 2, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle -4, 2, -6 \rangle$ Ⓓ $\langle -4, -1, 3 \rangle$

88/4 ◄ إذا كان $\mathbf{a} = \langle 0, 5, 3 \rangle, \mathbf{b} = \langle 7, 0, 1 \rangle$ فإن $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ يساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 12

Ⓒ 21 Ⓓ 35

89/4 ◄ أي مما يلي متجهان متعامدان؟

Ⓐ $\langle 1, 0, 0 \rangle, \langle 1, 2, 3 \rangle$ Ⓑ $\langle 1, -2, 3 \rangle, \langle 2, -4, 6 \rangle$

Ⓒ $\langle 3, 4, 6 \rangle, \langle 6, 4, 3 \rangle$ Ⓓ $\langle 3, -5, 4 \rangle, \langle 6, 2, -2 \rangle$

90/4 ◄ إذا كان $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 4 \rangle$, $\mathbf{u} = \langle b, -2, 1 \rangle$ فما قيمة b التي تجعل المتجهين $\mathbf{u}, v$ متعامدين؟

Ⓐ -5 Ⓑ -3

Ⓒ 3 Ⓓ 6

91/4 ◄ قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{a} = \langle \sqrt{2}, 2, 0 \rangle, \mathbf{b} = \langle \sqrt{3}, 0, 1 \rangle$ يساوي ..

Ⓐ 30° Ⓑ 45°

Ⓒ 60° Ⓓ 90°

92/4 ◄ إذا كان $\mathbf{v} = \langle 2, 0, -1 \rangle$ متجهين فإن $\mathbf{u} = \langle 1, -2, 0 \rangle$ يساوي ..

Ⓐ $2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ Ⓑ $-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$

Ⓒ $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ Ⓓ $-2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$

93/4 ◄ جد المتجه العمودي على المتجهين $\mathbf{w} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ ..

Ⓐ $\langle -3, 2, 6 \rangle$ Ⓑ $\langle -3, 6, -6 \rangle$

Ⓒ $\langle 3, -2, 6 \rangle$ Ⓓ $\langle -3, -6, 6 \rangle$

94/4 ◄ متوازي أضلاع فيه $\mathbf{u} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ضلعان متجاوران؛ ما مساحته بالوحدات المربعة؟

Ⓐ $\sqrt{458}$ Ⓑ 21

Ⓒ $\sqrt{186}$ Ⓓ 13

الضرب الداخلي لمتجهين في الفضاء

◄ إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ و $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ متجهين في الفراغ فإن ..

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

الضرب الداخلي (القياسي)

◄ شرط التعامد ..

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

◄ قياس الزاوية بين المتجهين ..

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|}$$

الضرب الاتجاهي لمتجهين في الفضاء

◄ لإيجاد الضرب الاتجاهي $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ نحسب القيمة ..

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

◄ الضرب الاتجاهي $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ يعطي متجهاً عمودياً على المستوى الذي يحوي المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.

◄ مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه المتجهان $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ضلعان متجاوران يساوي $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$.

almanahj.com/ae

95 ◄ حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ و $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ و $\mathbf{t} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ أحرف متجاورة يساوي ..... وحدة مكعبة.

Ⓐ 31 Ⓑ 62

Ⓒ 73 Ⓓ 86

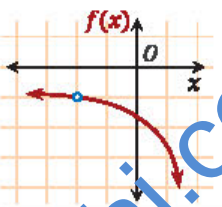
96 ◄ إذا كان حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{u} = \langle c, -3, 1\rangle$ و $\mathbf{v} = \langle -2, -1, 4\rangle$ و $\mathbf{w} = \langle 1, 0, -2\rangle$ أحرف متجاورة تساوي 7 وحدات مكعبة فإن قيمة c الموجبة تساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4

▼ (5) النهايات والاتصال والاشتقاق والتكامل ▼

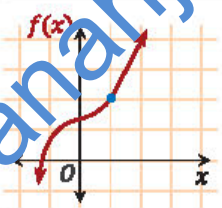
01 ◄ في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim_{x \to -2} f(x)$ بـ ..



Ⓐ -2 Ⓑ -1

Ⓒ 0 Ⓓ غير موجودة

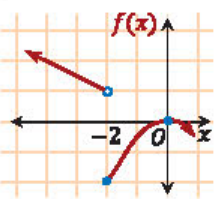
02 ◄ في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim_{x \to 1} f(x)$ بـ ..



Ⓐ -1 Ⓑ 0

Ⓒ 1 Ⓓ 2

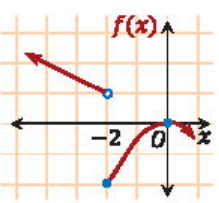
03 ◄ في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim_{x \to -2^+} f(x)$ بـ ..



Ⓐ -2 Ⓑ 0

Ⓒ 1 Ⓓ غير موجودة

04 ◄ في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim_{x \to -2} f(x)$ بـ ..



Ⓐ -2 Ⓑ 0

Ⓒ 1 Ⓓ غير موجودة

05 ◄ إذا كانت $\lim_{x \to 3^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \to 3^-} f(x) = -5$ و $f(3) = 7$ فإن قيمة $\lim_{x \to 3} f(x)$ تساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 5

Ⓒ 7 Ⓓ غير موجودة

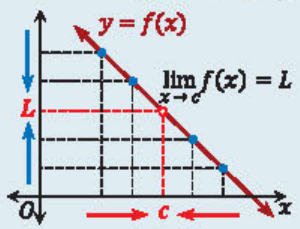
الضرب الثلاثي القياسي في الفضاء

◄ لإيجاد الضرب الثلاثي القياسي $\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ نحسب القيمة ..

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

◄ القيمة المطلقة للضرب الثلاثي القياسي يعطي حجم متوازي السطوح الذي فيه المتجهات $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ ثلاثة أحرف متجاورة.

تقدير النهايات بيانيًا



◄ إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L كلما اقتربت قيم x من العدد c من كلا الجهتين فإن نهاية $f(x)$ عندما x تقترب من c هي L ؛ وتُكتب على الصورة $\lim_{x \to c} f(x) = L$.

◄ **النهاية من اليمين:** إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_1 عند اقتراب قيم x من العدد c من اليمين فإن $\lim_{x \to c^+} f(x) = L_1$.

◄ **النهاية من اليسار:** إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_2 عند اقتراب قيم x من العدد c من اليسار فإن $\lim_{x \to c^-} f(x) = L_2$.

◄ **النهاية عند نقطة:**

إذا كانت $\lim_{x \to c^+} f(x) = \lim_{x \to c^-} f(x) = L$ فإن $\lim_{x \to c} f(x) = L$

تنبيه: إذا كانت $\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$ فإن $\lim_{x \to c} f(x)$ غير موجودة.

almanahj.com/ae

النهايات والسلوك غير المحدد

- إذا زادت قيم $f(x)$ بشكل غير محدود عند اقتراب x من العدد c فإن $\lim\limits_{x \to c} f(x) = +\infty$.
- إذا نقصت قيم $f(x)$ بشكل غير محدود عند اقتراب x من العدد c فإن $\lim\limits_{x \to c} f(x) = -\infty$.

النهايات والسلوك التذبذبي

- إذا كانت قيم $f(x)$ تتذبذب بين قيمتين مختلفتين باقتراب قيم x من c فإن $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ غير موجودة.

حساب النهايات جبريًا

- نهايات الدوال الثابتة: $\lim\limits_{x \to c} k = k$.
- نهاية الدالة المحايدة: $\lim\limits_{x \to c} x = c$.
- نهايات دوال كثيرات الحدود: بالتعويض المباشر.

من خصائص النهايات

- خاصية القسمة:

$$\lim_{x \to c} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim\limits_{x \to c} f(x)}{\lim\limits_{x \to c} g(x)}$$

- خاصية الجذر النوني: إذا كان $\lim\limits_{x \to c} f(x) > 0$ و n عددًا زوجيًا فإن ..

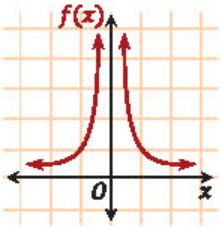
$$\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to c} f(x)}$$

النهايات والاتصال عند نقطة

- الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = a$ إذا كان ..

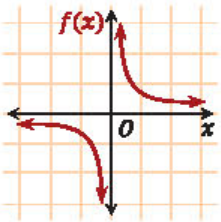
$$f(a) = \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = L$$

06/5 في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ بـ ..



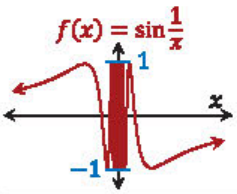
Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ $+\infty$ Ⓓ غير موجودة

07/5 في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ بـ ..



Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ $+\infty$ Ⓓ غير موجودة

08/5 في الشكل المجاور؛ نُقدِّر $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ بـ ..



Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ $+\infty$ Ⓓ غير موجودة

09/5 $\lim\limits_{x \to -3} 5$ تساوي ..

Ⓐ -5 Ⓑ -3
Ⓒ 3 Ⓓ 5

10/5 $\lim\limits_{x \to -3} (-x^3 + x - 4)$ تساوي ..

Ⓐ -34 Ⓑ -30
Ⓒ -3 Ⓓ 20

11/5 إذا كانت $\lim\limits_{x \to 1} (7x^2 - ax) = 8$ فما قيمة a ؟

Ⓐ 4 Ⓑ 6
Ⓒ 8 Ⓓ 9

12/5 $\lim\limits_{x \to -1} \left(\frac{x+3}{x^2+x+1}\right)$ تساوي ..

Ⓐ -1 Ⓑ 0
Ⓒ 1 Ⓓ 2

13/5 $\lim\limits_{x \to -1} \sqrt{x+3}$ تساوي ..

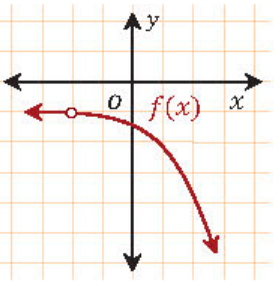
Ⓐ -1 Ⓑ 0
Ⓒ $\sqrt{2}$ Ⓓ 2

14/5 إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \geq 2 \\ kx + 1 & , x < 2 \end{cases}$ متصلة عند $x = 2$ فما قيمة k ؟

Ⓐ 2 Ⓑ -2
Ⓒ 3 Ⓓ -3

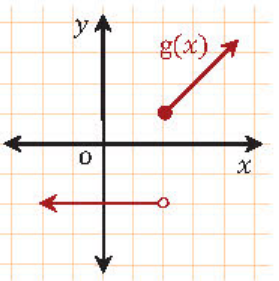
almanahj.com/ae

15/5 ◄ في الشكل المجاور؛ ما نوع عدم الاتصال للدالة $f(x)$ عند النقطة $x=-2$ ؟



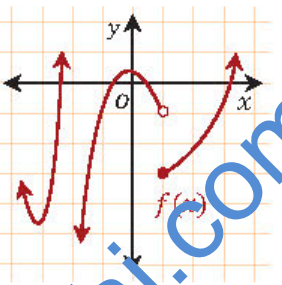
Ⓐ انفصالي Ⓑ لا نهائي
Ⓒ قفزي Ⓓ قابل للإزالة

16/5 ◄ في الشكل المجاور؛ ما نوع عدم الاتصال للدالة $g(x)$ عند النقطة $x=2$ ؟



Ⓐ انفصالي Ⓑ لا نهائي
Ⓒ قفزي Ⓓ قابل للإزالة

17/5 ◄ في الشكل المجاور؛ النقطة التي عندها عدم اتصال لانهائي للدالة $f(x)$ عندما x تساوي ..



Ⓐ -3 Ⓑ -2
Ⓒ -1 Ⓓ 1

18/5 ◄ $\lim\limits_{x\to 5}\left(\frac{x+1}{x^2+3}\right)$ تساوي ..

Ⓐ 5 Ⓑ $\frac{5}{28}$
Ⓒ $\frac{3}{14}$ Ⓓ 28

19/5 ◄ $\lim\limits_{x\to -1}\frac{4-\sqrt{x^2+x+16}}{x^3-1}$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{8}$ Ⓑ $\frac{1}{12}$
Ⓒ ∞ Ⓓ 0

20/5 ◄ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(x+3)^2-9}{x}$ تساوي ..

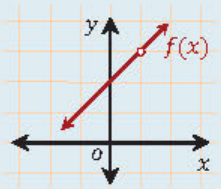
Ⓐ 0 Ⓑ 3
Ⓒ 6 Ⓓ غير موجودة

21/5 ◄ $\lim\limits_{x\to 25}\frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$ تساوي ..

Ⓐ -5 Ⓑ 0
Ⓒ 10 Ⓓ 25

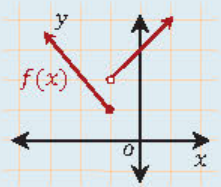
أنواع عدم الاتصال

◄ **عدم اتصال قابل للإزالة ..**



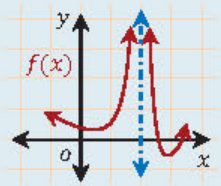
الدالة متصلة عند كل نقطة في مجالها باستثناء نقطة واحدة، ويشار إليها بدائرة صغيرة (○)

◄ **عدم اتصال قفزي ..**



نهايتا الدالة عندما تقترب الدالة من نقطة عدم الاتصال من اليمين ومن اليسار موجودتين ولكنهما غير متساويتين

◄ **عدم اتصال لا نهائي ..**



إذا تزايدت قيم الدالة أو تناقصت بلا حدود عندما تقترب الدالة من نقطة عدم الاتصال من اليمين أو اليسار

نهايات الدوال النسبية

◄ **طريقة إيجادها:** بالتعويض المباشر.

◄ **الصيغة غير المحددة $\frac{0}{0}$:**

تنتج من التعويض المباشر لبعض نهايات الدوال النسبية.

◄ **طرق معالجتها:** التحليل ثم اختصار العوامل المشتركة، ضرب البسط والمقام في المرافق.

almanahj.com/ae

نهايات دوال القوى عند المالانهاية

◄ أهم خواص $+\infty$ و $-\infty$ ..

◄ إذا أضـــفنا إليهما أو طرحنا منهما أي عدد فإنهما **لا يتغيران**.

◄ إذا ضربناهما أو قسمناهما على أي عدد فإنهما **لا يتغيران، لكن تنطبق عليهما قواعد الإشارات**.

◄ إذا قســـمنا أي عدد عليهما أو رفعناهما لأس سالب فإن **الناتج يكون صفراً**.

◄ إذا رفعناهما لأس موجب فإنهما **لا يتغيران، لكن تنطبق عليهما قواعد الإشارات**.

◄ **نهايات دوال كثيرات الحدود عند المالانهاية**

نعوض تعويضاً مباشراً في الحد الرئيسي (الحد ذي القوة الأكبر) فقط ..

$$\lim_{x\to\infty}(4x^6+3x^5)=\lim_{x\to\infty}4x^6=4(\infty)^6$$
$$=4(\infty)=\infty$$

نهاية الدالة النسبية $p(x)$ عند المالانهاية

◄ إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام ..

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-7x^3-2x^2+1}{2x^3+4x}=\lim_{x\to\infty}\frac{-7x^3}{2x^3}$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-7}{2}$$
$$=\frac{-7}{2}$$

◄ إذا كانت درجة البسط أصغر من درجة المقام ..

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+9}{-x^7-5}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4}{-x^7}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{-x^3}$$
$$=\frac{2}{-(\infty)^3}$$
$$=\frac{2}{-\infty}=0$$

◄ إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام فإن النهاية تساوي إما $+\infty$ أو $-\infty$ ؛ فمثلاً ..

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x^2+7}{5x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x^2}{5x}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x}{5}$$
$$=\frac{-3(-\infty)}{5}=+\infty$$

22/5 ◄ ما قيمة $\lim_{h\to0}\frac{2h^3-h^2+5h}{h}$ ؟

Ⓐ 3 Ⓑ 4
Ⓒ 5 Ⓓ غير موجودة

23/5 ◄ $\lim_{x\to\infty}x^7$ تساوي ..

Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ 7 Ⓓ $+\infty$

24/5 ◄ $\lim_{x\to-\infty}x^5$ تساوي ..

Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ 2 Ⓓ $+\infty$

25/5 ◄ $\lim_{x\to-\infty}(x^3-2x^2+5x-1)$ تساوي ..

Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ 2 Ⓓ $+\infty$

26/5 ◄ $\lim_{x\to-\infty}(4x^6+3x^5-x)$ تساوي ..

Ⓐ $-\infty$ Ⓑ 0
Ⓒ 2 Ⓓ $+\infty$

27/5 ◄ $\lim_{x\to\infty}\frac{1-x}{3x-7}$ تساوي ..

Ⓐ ∞ Ⓑ $\frac{1}{3}$
Ⓒ $-\frac{1}{3}$ Ⓓ غير موجودة

28/5 ◄ إذا كان $\lim_{x\to\infty}\frac{Ax^2}{3+x|x|}=2$ فما قيمة A ؟

Ⓐ 6 Ⓑ 2
Ⓒ -2 Ⓓ -6

29/5 ◄ ما قيمة $\lim_{x\to\infty}\frac{10x^3-12x}{5+3x^2-2x^3}$ ؟

Ⓐ ∞ Ⓑ 2
Ⓒ -5 Ⓓ $-\infty$

30/5 ◄ $\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-1}{x^3+4}$ تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ $\frac{7}{4}$
Ⓒ 7 Ⓓ $+\infty$

almanahj.com/ae

31 ◄ $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^5+1}{x+4}$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{3}{4}$ Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $-\infty$ Ⓓ $+\infty$

32 ◄ $\lim_{x\to-\infty}\frac{7x^3+1}{x^2+4x}$ تساوي ..

Ⓐ 7 Ⓑ $\frac{7}{4}$

Ⓒ $-\infty$ Ⓓ $+\infty$

33 ◄ إذا كانت $f(x)=3x^2-5x+12$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $3x-5$ Ⓑ $6x^2-5$

Ⓒ $6x^2-5x$ Ⓓ $6x-5$

34 ◄ إذا كانت $f(x)=-2x^{-5}$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $-2x^{-4}$ Ⓑ $-2x^{-6}$

Ⓒ $-10x^{-6}$ Ⓓ $10x^{-6}$

35 ◄ إذا كانت $f(x)=3x^{\frac{4}{3}}+6x^{\frac{1}{2}}-10$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $4x^{\frac{1}{3}}+3x^{\frac{1}{2}}$ Ⓑ $4\sqrt[3]{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$

Ⓒ $3x^{\frac{7}{3}}+3x^{-\frac{1}{2}}$ Ⓓ $4\sqrt[4]{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$

36 ◄ إذا كانت $g(x)=\sqrt[5]{x^9}$ فإن $g'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $9\sqrt[5]{x^8}$ Ⓑ $5\sqrt[4]{x^9}$

Ⓒ $\frac{5}{9}\sqrt[5]{x^4}$ Ⓓ $\frac{9}{5}\sqrt[5]{x^4}$

37 ◄ إذا كانت $f(x)=2x^5-x^3-102$ فإن $f'(1)$ تساوي ..

Ⓐ -102 Ⓑ -93

Ⓒ -7 Ⓓ 7

38 ◄ إذا كانت $h(x)=(-7x^2+4)(2-x)$ فإن $h'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $-14x$ Ⓑ $14x$

Ⓒ $-21x^2-28x+4$ Ⓓ $21x^2-28x-4$

39 ◄ إذا كانت $f(x)=\frac{7}{x+5}$ فإن $f'(x)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{-7}{x+5}$ Ⓑ $\frac{7}{x+5}$

Ⓒ $\frac{-7}{(x+5)^2}$ Ⓓ $\frac{7}{(x+5)^2}$

قواعد أساسية في الاشتقاق

◄ رموز مشتقة الدالة f بالنسبة للمتغير x :

$f'(x)\ ,\ \frac{dy}{dx}\ ,\ \frac{df}{dx}\ ,\ y'$

◄ مشتقة الثابت:

$f(x)=c \rightarrow f'(x)=0$

◄ مشتقة القوة:

$f(x)=x^n \rightarrow f'(x)=nx^{n-1}$

◄ مشتقة مضاعفات القوة:

$f(x)=cx^n \rightarrow f'(x)=ncx^{n-1}$

◄ مشتقة المجموع أو الفرق:

إذا كانت $f(x)=g(x)\pm h(x)$ فإن ..

$f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$

◄ مشتقة ضرب دالتين:

إذا كانت $f(x)=g(x)\cdot h(x)$ فإن ..

$f'(x)=g'(x)\cdot h(x)+g(x)\cdot h'(x)$

◄ مشتقة قسمة دالتين:

$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

◄ حالة خاصة:

$\frac{d}{dx}\left[\frac{a}{g(x)}\right]=\frac{-a\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

◄ تنبيه: لإيجاد $f'(a)$ للدالة $f(x)$ ..

ا ◄ نُوجد أولاً المشتقة $f'(x)$.

ب ◄ نُعوض بـ a بدلاً من x في المشتقة.

◄ مثال:

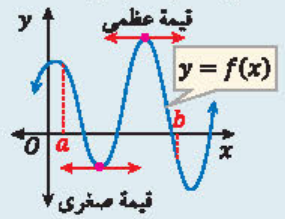
$f(x)=x^2-1 \Rightarrow f'(x)=2x$

$\therefore\ f'(5)=2(5)=10$

almanahj.com/ae

النقطة الحرجة ونظرية القيمة القصوى

◄ **النقطة الحرجة:** النقطة التي تكون عندها المشتقة تساوي الصفر أو غير موجودة.



◄ **تنبيهان:**

(١) تُشير النقطة الحرجة لوجود قيمة عظمى أو صغرى للدالة.

(٢) المماس عند النقطة الحرجة يوازي المحور x (ميل المماس = صفر) ، أو ميل المماس غير معرف.

◄ **نظرية القيمة القصوى:**

إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a, b]$ ، وذلك إما عند طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة

◄ **تنبيه:** لتعيين القيم العظمى والصغرى للدالة على فترة مغلقة فلابد من حساب قيم الدالة عند أطراف الفترة، وعند النقط الحرجة في تلك الفترة.

الدوال الأصلية وقواعد التكامل غير المحدد

◄ الدالة $F(x)$ تسمى دالة أصلية للدالة $f(x)$ إذا كانت $F'(x) = f(x)$ ؛ وبالرموز ..

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

ثابت التكامل ، الدالة الأصلية لـ $f(x)$

◄ **قاعدة تكامل دالة القوة:**

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

◄ **قاعدة تكامل دالة ضرب دالة القوة في عدد ثابت:**

$$\int kx^n\,dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$$

◄ **قاعدة تكامل المجموع والفرق:**

$$\int [g(x) \pm f(x)]\,dx = G(x) \pm F(x) + C$$

الدالة الأصلية لـ $g(x)$ ، الدالة الأصلية لـ $f(x)$

40 ◄ لـلـدالـة $f(x) = 8x - x^2 + 30$ نـقـطـة حـرجـة عـنـدمـا x تساوي ..

Ⓐ -4 Ⓑ $-\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{4}$ Ⓓ 4

41 ◄ أُطلق صـاروخ رأسـيًا لأعلى، إذا كان ارتفاع الصـاروخ بالقدم بعد t ثانية يُعطى بـالـدالـة $h(t) = -16t^2 + 128t + 8$ فمتى يصـل الصاروخ لأقصى ارتفاع؟

Ⓐ 16 Ⓑ 12

Ⓒ 8 Ⓓ 4

42 ◄ القيمـة الصـغرى للـدالـة $f(x) = 2x^2 - 5$ في الفترة $[-2, 1]$ تساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ -3

Ⓒ -5 Ⓓ -7

43 ◄ قذف حارس مرمى الكرة لأعلى، إذا كانت المسـافة الرأسـية التي تقطعها الكرة بالمتر بعد t ثانية $s(t) = 20t - 2t^2 + 3$ فما أقصى مسافة يمكن أن ترتفعها الكرة قبل أن تسقط؟

Ⓐ 153 Ⓑ 53

Ⓒ 50 Ⓓ 5

44 ◄ جد الدالة الأصلية للدالة $f(x) = 3 - \sqrt[3]{x}$.

Ⓐ $F(x) = x - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$ Ⓑ $F(x) = x - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

Ⓒ $F(x) = 3x - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ Ⓓ $F(x) = x - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + C$

45 ◄ $\int 10x^{-3}\,dx$ يساوي ..

Ⓐ $-5x^{-2} + C$ Ⓑ $-5x^{-4} + C$

Ⓒ $5x^{-2} + C$ Ⓓ $5x^{-4} + C$

46 ◄ $\int \left(8x^3 + x - \frac{7}{x^5}\right)dx$ يساوي ..

Ⓐ $2x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{7}{4x^4} + C$ Ⓑ $24x^2 + x - \frac{7}{4x^3} + C$

Ⓒ $x^4 + \frac{x^2}{2} + C$ Ⓓ $2x^4 - \frac{7}{x^4} + C$

almanahj.com/ae

47/5 ◄ $\frac{3}{2}\int \sqrt{x}\,dx$ يساوي ..

Ⓐ $\sqrt{x}+C$ Ⓑ $\frac{9}{4}\sqrt{x}+C$

Ⓒ $x\sqrt{x}+C$ Ⓓ $\frac{3}{2}x\sqrt{x}+C$

48/5 ◄ قيمة التكامل المحدد $\int_3^4 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{2}$

Ⓒ $-\frac{2}{3}$ Ⓓ $-\frac{3}{2}$

49/5 ◄ المقدار $\int_2^6 \frac{1}{2}dx+\int_2^6 \frac{1}{x^2-1}dx-\int_2^6 \frac{x^2}{x^2-1}dx$ يساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 4

Ⓒ 6 Ⓓ لا يمكن إيجاده

50/5 ◄ قيمة التكامل المحدد $\int_2^2 (x^2+4x-2)\,dx$ تساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 2

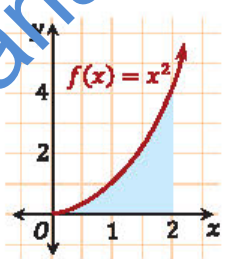
Ⓒ 5 Ⓓ 7

51/5 ◄ إذا كان $\int_0^2 kx\,dx=6$ فما قيمة k ؟

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4

52/5 ◄ في الشكل المجاور؛ المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=x^2$ ومحور x في الفترة $[0,2]$ تساوي ..... وحدة مساحة.



Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ 2

Ⓒ $\frac{8}{3}$ Ⓓ 4

53/5 ◄ احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=4x^3+1$ ومحور x حيث $0\le x\le 1$.

Ⓐ 1 وحدة مساحة Ⓑ 2 وحدة مساحة

Ⓒ 3 وحدة مساحة Ⓓ 4 وحدة مساحة

54/5 ◄ إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=3x^2$ ومحور x حيث $0\le x\le a$ تساوي 8 وحدات مربعة فما قيمة a ؟

Ⓐ 1 Ⓑ 2

Ⓒ 3 Ⓓ 4

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل المحدد

◄ إذا كانت $F(x)$ دالة أصلية للدالة المتصلة $f(x)$ فإن ..

$$\int_a^b f(x)\,dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

◄ مثال توضيحي ..

$$\int_0^1 (x+1)\,dx=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^1$$

$$=\left(\frac{1^2}{2}+1\right)-\left(\frac{0^2}{2}+0\right)$$

$$=\left(\frac{1}{2}+1\right)-0=\frac{3}{2}$$

◄ بعض خصائص التكامل المحدد ..

$$\int_a^a f(x)\,dx=0$$

$$\int_a^b [f(x)\pm g(x)]\,dx=\int_a^b f(x)\,dx\pm\int_a^b f(x)\,dx$$

المساحة تحت المنحنى والتكامل

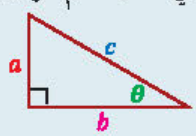
◄ مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ وتقع في الفترة $[a,b]$ تُعطى بالتكامل ..

المساحة = $\int_a^b f(x)\,dx$ وحدة مساحة

almanahj.com/ae

الدوال المثلثية

الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية:



$$\sin\theta = \frac{a}{c} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

مقلوب الدوال المثلثية الأساسية:

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}\,,\ \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}\,,\ \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة:

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	0

زاوية الارتفاع

مساحة المثلث

مساحة المثلث تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

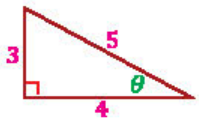
مثال: نُوجد مساحة المثلث المجاور كالتالي ..

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2}(4)(6)\sin 45°$$

$$= \frac{1}{2}(4)(6)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 6\sqrt{2}$$

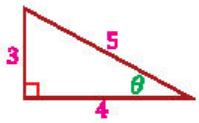
▼ (6) حساب المثلثات ▼

01/6 من الشكل المجاور؛ $\sin\theta$ تساوي ..



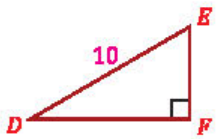
(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{3}$

02/6 من الشكل المجاور؛ $\sec\theta - \tan\theta$ تساوي ..



(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) 2

03/6 في الشكل المجاور إذا كان $\tan D = \frac{3}{4}$ فإن طول $\overline{EF}$ يساوي ..



(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 10

04/6 إذا كان $\log(\cos\theta) = p$ فإن $\log(\sec\theta)$ يساوي ..

(A) $-p$ (B) $1-p$ (C) $\frac{1}{p}$ (D) $-\frac{1}{p}$

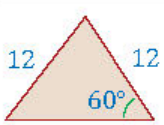
05/6 إذا كانت $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن قياس زاوية θ الحادة يساوي ..

(A) $15°$ (B) $30°$ (C) $45°$ (D) $60°$

06/6 من نقطة تبعد $200\ \text{m}$ عن قاعدة برج وجد أن زاوية ارتفاعه $60°$ ؛ ما ارتفاع البرج؟

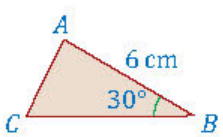
(A) $100\ \text{m}$ (B) $200\sqrt{2}\ \text{m}$ (C) $200\sqrt{3}\ \text{m}$ (D) $400\ \text{m}$

07/6 من الشكل المجاور؛ مساحة المثلث تساوي ..



(A) $72\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ (B) $72\ \text{cm}^2$ (C) $36\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ (D) $36\ \text{cm}^2$

08/6 من الشكل المجاور؛ إذا كانت مساحة المثلث تساوي $15\ \text{cm}^2$ فإن طول $\overline{CB}$ يساوي ..



(A) $14\ \text{cm}$ (B) $10\ \text{cm}$ (C) $8\ \text{cm}$ (D) $6\ \text{cm}$

almanahj.com/ae

09/6 ◄ الزاوية ..... تشترك مع الزاوية $420°$ في ضلع الانتهاء.

Ⓐ $30°$ Ⓑ $45°$
Ⓒ $60°$ Ⓓ $120°$

10/6 ◄ الزاوية $30°$ بالقياس الدائري تساوي ..

Ⓐ $\frac{\pi}{6}$ rad Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ rad
Ⓒ $\frac{2\pi}{3}$ rad Ⓓ π rad

11/6 ◄ الزاوية $\frac{3\pi}{2}$ rad بالقياس الستيني تساوي ..

Ⓐ $90°$ Ⓑ $180°$
Ⓒ $270°$ Ⓓ $360°$

12/6 ◄ إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-3, 4)$ فإن $\cos\theta$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{-4}{5}$ Ⓑ $\frac{-3}{5}$
Ⓒ $\frac{3}{5}$ Ⓓ $\frac{4}{5}$

13/6 ◄ إذا كان قياس الزاوية $m\angle\theta = 300°$ فإن قياس زاويتها المرجعية $\theta`$ يساوي ..

Ⓐ $15°$ Ⓑ $30°$
Ⓒ $45°$ Ⓓ $60°$

14/6 ◄ إذا كان $\cos\theta > 0$ فإن الضلع النهائي للزاوية θ يقع في الربع ..

Ⓐ الأول أو الثاني Ⓑ الثاني أو الثالث
Ⓒ الثالث أو الرابع Ⓓ الأول أو الرابع

15/6 ◄ إذا كان $\tan\theta = -2$ و $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ فإن الزاوية θ تقع في الربع ..

Ⓐ الأول Ⓑ الثاني
Ⓒ الثالث Ⓓ الرابع

16/6 ◄ $\cos 135°$ يساوي ..

Ⓐ $\sqrt{2}$ Ⓑ $\frac{-\sqrt{2}}{2}$
Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ $-\sqrt{2}$

الزاوية

- لإيجاد زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى نجمع أو نطرح أحد مضاعفات $360°$.
- لتحويل الزاوية من الستيني إلى الراديان نضرب في $\frac{\pi}{180}$.
- لتحويل الزاوية من الراديان إلى الستيني نضرب في $\frac{180}{\pi}$.
- لكل زاوية في الوضع القياسي ..

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الثاني تساوي $180° - \theta$.
- الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الثالث تساوي $\theta - 180°$.
- الزاوية المرجعية لزاوية تقع في الربع الرابع تساوي $360° - \theta$.
- النسب المثلثية للزاوية θ تساوي النسب المثلثية لزاويتها المرجعية $\theta`$ بإشارة الربع الذي تقع فيه θ .

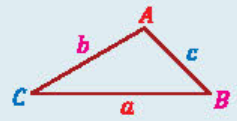
إشارات الدوال المثلثية

- في **الربع الأول**: كل الدوال المثلثية موجبة.
- في **الربع الثاني**: $\sin\theta, \csc\theta$ موجبة بينما بقية الدوال المثلثية سالبة.
- في **الربع الثالث**: $\tan\theta, \cot\theta$ موجبة بينما بقية الدوال المثلثية سالبة.
- في **الربع الرابع**: $\cos\theta, \sec\theta$ موجبة بينما بقية الدوال المثلثية سالبة.

almanahj.com/ae

قاعدة الجيب وجيب التمام

لأي مثلث ABC ..



◄ قاعدة الجيب ..

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

◄ قاعدة جيب التمام ..

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \ ,$$
$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

طول الدورة والسعة للدوال المثلثية

◄ تحديد طول الدورة بيانيًا: يساوي الطول الأفقي للنمط المتكرر في رسم الدالة.

◄ طول الدورة:

الدالة	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
طول دورتها	360°	360°	180°

◄ تعميم لطول الدورة:

الدالة	$a\sin b\theta$	$a\cos b\theta$	$a\tan b\theta$
طول دورتها	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\frac{180°}{\lvert b\rvert}$

◄ سعة الدالة: الدالة $y = a\sin b\theta$ سعتها $|a|$

والدالة $y = c\cos d\theta$ سعتها $|c|$.

طول القوس من دائرة

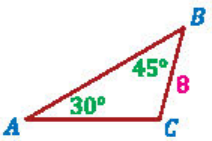
$$s = r\times\theta$$

طول القوس، نصف القطر، الزاوية بالراديان

17 ◄ من الشكل المجاور؛ $m\angle B$ الحادة يساوي ..

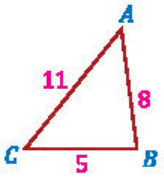
Ⓐ 15° Ⓑ 30°
Ⓒ 45° Ⓓ 60°

18 ◄ من الشكل المجاور؛ AC يساوي ..



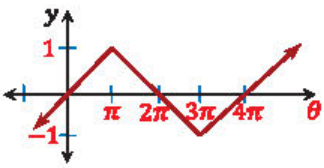
Ⓐ 4 Ⓑ 9
Ⓒ 8 Ⓓ $8\sqrt{2}$

19 ◄ من الشكل المجاور؛ قيمة $\cos B$ تساوي ..



Ⓐ $-\frac{3}{80}$ Ⓑ $-\frac{22}{80}$
Ⓒ $-\frac{32}{80}$ Ⓓ $\frac{32}{80}$

20 ◄ طول الدورة للدالة المجاورة يساوي ..



Ⓐ π Ⓑ 2π
Ⓒ 3π Ⓓ 4π

21 ◄ أي الدوال المثلثية التالية سعتها **3** وطول دورتها **72°** ؟

Ⓐ $y = 5\cos 3\theta$ Ⓑ $y = 5\sin 3\theta$
Ⓒ $y = 3\cos 5\theta$ Ⓓ $y = 3\tan 5\theta$

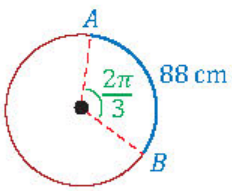
22 ◄ إذا كانت طول دورة الدالة $f(x) = k\cos kx$ تساوي $\frac{\pi}{2}$ فإن سعة الدالة $f(x)$ تساوي ..

Ⓐ 1 Ⓑ 2
Ⓒ 4 Ⓓ 8

23 ◄ ما طول القوس s المقابل لزاوية مركزية قياسها $\frac{\pi}{3}$ في دائرة طول نصف قطرها **21 cm** ؟ علمًا أن $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Ⓐ 20 cm Ⓑ 22 cm
Ⓒ 33 cm Ⓓ 44 cm

24 ◄ من الشكل المجاور؛ ما طول قطر الدائرة؟ علمًا أن $\pi \approx \frac{22}{7}$.



Ⓐ 88 cm Ⓑ 84 cm
Ⓒ 42 cm Ⓓ 21 cm

almanahj.com/ae

25 إذا كانت $270° < \theta < 360°$ و $\cos\theta = \frac{1}{3}$ فإن القيمة الدقيقة لـ $\sin\theta$ هي ..

Ⓐ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ⓑ $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Ⓒ $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ⓓ $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

26 المتطابقة $\csc^2\theta - \cot^2\theta$ تكافئ المتطابقة ..

Ⓐ $\cos^2\theta + \sin^2\theta$ Ⓑ $1 - \sin^2\theta$

Ⓒ $1 - \cos^2\theta$ Ⓓ $\sin^2\theta - \cos^2\theta$

27 إذا كانت $0° < \theta < 90°$ فإن $\sqrt{9 - \sin^2\theta - \cos^2\theta}$ يساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ $2\sqrt{2}$

Ⓒ $\sqrt{10}$ Ⓓ $3 - \sin\theta - \cos\theta$

28 قيمة المحددة $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{vmatrix}$ تساوي

Ⓐ 0 Ⓑ -1

Ⓒ 1 Ⓓ $2\sin^2 x$

29 قيمة $\sin 15° \cos 45° - \cos 15° \sin 45°$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$

30 القيمة الدقيقة لـ $\sin 15°$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$

31 إذا علمتَ أن $90° < \theta < 180°$ و $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ فإن القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ Ⓑ $-\frac{9\sqrt{2}}{4}$

Ⓒ $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ Ⓓ $-\frac{1}{3}$

32 المتطابقة $\cos^4\theta - \sin^4\theta$ تكافئ المتطابقة ..

Ⓐ $\cos 4\theta$ Ⓑ $\sin 4\theta$

Ⓒ $\cos 2\theta$ Ⓓ $\sin 2\theta$

متطابقة فيثاغورس

لأي زاوية θ فإن ..

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

الدوال المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

لأي زاويتين A, B :

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

لأي زاويتين A, B :

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

لأي زاويتين A, B :

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

الدوال المثلثية لضعف زاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

almanahj.com/ae

الدوال المثلثية لنصف زاوية

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

معكوس الدالة

- رمزه: يرمز له بالرمز Arc .
- دالة الجيب العكسية ($\text{Arc}\sin x$) يرمز له بالرمز $\text{Sin}^{-1}x$ ، حيث $-1\le x\le 1$ وكذلك مع بقية الدوال المثلثية.
- مثال توضيحي ..

$$\text{Sin}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=30^\circ\ ,\ \text{Tan}^{-1}\left(\sqrt{3}\right)=60^\circ$$

حل المعادلات المثلثية

- المقصود به: إيجاد قيمة θ التي تحقق المعادلة المثلثية.
- مثال:

حل المعادلة $\tan\theta=1$ حيث $0^\circ\le\theta\le 360^\circ$

$\tan\theta=1>0\Leftarrow\theta$ في الربع الأول أو الثالث

وبما أن $\tan 45^\circ=1$ فإن ..

$\theta=45^\circ$ أو $\theta=180^\circ+45^\circ=225^\circ$

- تنبيه:

$$-1\le\sin\theta\le 1\ ,\ -1\le\cos\theta\le 1$$

عندما تكون الخيارات عبارات جبرية غالبًا ما يكون الأسرع اختيار قيم (أرقام) بسيطة للمتغيرات المجهولة والتعويض عنها في المعادلة

33 إذا علمتَ أن $0^\circ\le\theta\le 90^\circ$ و $\tan\theta=0$ فإن القيمة الدقيقة لـ $\tan 2\theta$ تساوي ..

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 2

34 إذا علمنا أن $0^\circ<\theta<90^\circ$ و $\cos\theta=\frac{1}{2}$ فإن القيمة الدقيقة لـ $\cos\frac{\theta}{2}$ تساوي ..

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

35 قياس الزاوية $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ يساوي ..

(A) -45° (B) 45°

(C) 90° (D) 180°

36 قيمة $\text{Tan}^{-1}\left(\tan\frac{1}{2}\right)$ تساوي ..

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{3}$ (D) 1

37 حل المعادلة $\sin\theta=\frac{1}{2}$ و $0^\circ\le\theta\le 360^\circ$ هو ..

(A) 60° (B) 45° أو 120°

(C) 60° أو 120° (D) 30° أو 150°

38 حل المعادلة $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $0^\circ\le\theta\le 360^\circ$ هو ..

(A) 30° (B) 30° أو 210°

(C) 150° أو 210° (D) لا يوجد لها حل

39 حل المعادلة $3\cos^2\theta-4\cos\theta=0$ و $0^\circ<\theta\le 180^\circ$ هو ..

(A) 30° (B) 90°

(C) 30° أو 330° (D) لا يوجد لها حل

40 أي مما يلي ليس حلاً للمعادلة $\sin\theta+\cos\theta\tan^2\theta=0$ ؟

(A) $\frac{5\pi}{2}$ (B) $\frac{7\pi}{4}$

(C) 2π (D) $\frac{3\pi}{4}$

almanahj.com/ae

▼ (7) الاحتمالات والإحصاء ▼

01/7 عند شراء ثوب من 3 أنواع قماش و 4 ألوان فإن عدد الخيارات ..

Ⓐ 7 Ⓑ 8

Ⓒ 12 Ⓓ 13

02/7 أُلقي مكعب مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة (مكعب النرد)؛ إن احتمال ظهور عدد فردي هو ..

Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

03/7 إذا أُلقي مكعبان مرقمان مرتين فإن احتمال ظهور وجهين مجموعهم 8 ؟

Ⓐ $\frac{5}{36}$ Ⓑ $\frac{9}{40}$

Ⓒ $\frac{2}{25}$ Ⓓ $\frac{4}{30}$

04/7 أُلقيت قطعة نقد 9 مرات متتالية فظهرت الكتابة 8 مرات؛ فإذا أُلقيت نفس القطعة للمرة العاشرة فإن احتمال ظهور الكتابة ..

Ⓐ $\frac{1}{10}$ Ⓑ $\frac{1}{9}$

Ⓒ $\frac{1}{8}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

05/7 إذا كان $n! = 120$ فإن $(n-1)!$ تساوي ..

Ⓐ 60 Ⓑ 24

Ⓒ 50 Ⓓ 25

06/7 عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة ..

Ⓐ 2 Ⓑ 5

Ⓒ 10 Ⓓ 20

07/7 عدد الترتيبات التي يجلس بها 4 أشخاص في حلقة دائرية بحيث يكون أكبرهم بجانب الباب يساوي ..

Ⓐ 4 Ⓑ 6

Ⓒ 24 Ⓓ 120

08/7 عدد ترتيبات جلوس 4 أشخاص في حلقة دائرية يساوي ..

Ⓐ 4 Ⓑ 6

Ⓒ 24 Ⓓ 120

التجربة العشوائية والاحتمال

- عدد نواتج التجربة: حاصل ضرب النواتج الممكنة لجميع مراحلها.
- الحادثة: مجموعة جزئية من التجربة العشوائية.
- احتمال الحادثة:

$$P(\text{الحادثة}) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

- لأي حادثة عشوائية X ..

$$0 \le P(X) \le 1$$

مضروب العدد والتباديل

- مضروب العدد n :

$$n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- قانون التباديل:

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد العناصر، التكرار

التبديل الدائري

- إذا رتبنا عناصر عددها n بدون نقطة مرجع ثابتة فإنها تُعدّ تبديلاً دائريًا، وعدد تباديلها $(n-1)!$.
- إذا رتبنا عناصر عددها n بالنسبة لنقطة مرجع ثابتة فإنها تُعدّ تبديلاً خطيًا، ويكون عدد تباديلها $n!$.
- مثال توضيحي: تجمع فريق كرة القدم بحيث يقف حارس المرمى بجوار قلب الهجوم.

almanahj.com/ae

التباديل مع التكرار

◄ التباديل مع التكرار لعناصر عددها n يتكرر منها عنصر r_1 من المرات، وآخر r_2 من المرات ..

عدد التباديل بالتكرار $= \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdots r_k!}$

التوافيق

◄ قانون التوافيق:

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

عدد العناصر، التكرار من المرات

◄ نستعمل التوافيق عندما يكون ترتيب العناصر غير مهم.

◄ احتمال حادثة:

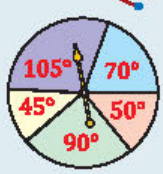
$$\text{ل(حادثة)} = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

الاحتمال الهندسي

◄ **الاحتمال والأطوال:** احتمال أن تقع النقطة R على $\overline{AB}$ يساوي ..

$$\frac{\text{طول القطعة المستقيمة } AR}{\text{طول القطعة المستقيمة } AB}$$

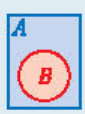
◄ **الاحتمال والزوايا:** احتمال أن يستقر المؤشر في المنطقة الصفراء $= \frac{45}{360} = \frac{1}{8}$.



◄ **الاحتمال والمساحة:** إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائيًا فإن ..

احتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B

$$= \frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$$



القيمة المتوقعة

◄ **القيمة المتوقعة:** هي مجموع نواتج ضرب قيم X في احتمال حدوثها.

09 ◄ احتمال تكوين كلمة (المملكة) من الأحرف المجاورة يساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{24}$ Ⓑ $\frac{1}{5040}$ Ⓒ 1260 Ⓓ $\frac{1}{1260}$

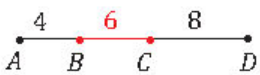
10 ◄ سلة تحوي 10 تفاحات منها 5 تالفة؛ ما احتمال أن يشتري شخص من السلة 4 تفاحات صالحة؟

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{2}{5}$ Ⓒ $\frac{2}{25}$ Ⓓ $\frac{1}{42}$

11 ◄ يراد اختيار طالبين من بين 20 طالبًا؛ ما احتمال أن يكون الطالبان هما عمر ومصعب؟

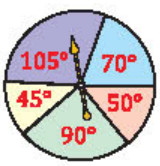
Ⓐ $\frac{2}{190}$ Ⓑ $\frac{1}{10}$ Ⓒ $\frac{1}{380}$ Ⓓ $\frac{1}{190}$

12 ◄ من الشكل المجاور؛ ما احتمال وقوع نقطة على القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ ؟



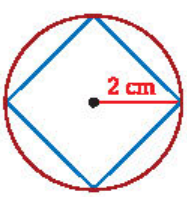
Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{2}{5}$ Ⓓ $\frac{2}{3}$

13 ◄ من الشكل المجاور؛ احتمال استقرار المؤشر على اللون الأخضر يساوي ..



Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $\frac{3}{4}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{1}{3}$

14 ◄ من الشكل المجاور؛ إذا اختيرت x داخل الدائرة فإن احتمال أن تقع x داخل المربع يساوي ..



Ⓐ $\frac{2}{\pi}$ Ⓑ $\frac{\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

15 ◄ يوضح الجدول قيم المتغير العشوائي X وقيم الاحتمال المناظرة؛ القيمة المتوقعة $E(X)$ تساوي ..

X	2	3	5
$P(X)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{7}{12}$

Ⓐ $\frac{23}{6}$ Ⓑ $\frac{7}{12}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ 1

almanahj.com/ae

16/7 عند إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب مرقم مرة واحدة فإن احتمال ظهور الشعار والعدد 5 يساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{7}{12}$

Ⓒ $\frac{1}{12}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

17/7 ما احتمال أن تنجب عائلة صبي في 3 مرات ولادة متتالية؟

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$

Ⓒ $\frac{1}{4}$ Ⓓ $\frac{1}{8}$

18/7 عند رمي مكعبين متمايزين مرة واحدة فإن احتمال أن يظهر العدد 4 على أحدهما مع كون مجموع العددين على الوجهين الظاهرين 9 يساوي ..

Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

19/7 اختار عُمرُ كتاباً من كتب المكتبة التي تحوي 10 كتب دينية و 12 كتاب فيزياء و 13 كتاب كيمياء؛ ما احتمال أن يكون الكتاب دينياً أو فيزيائياً؟

Ⓐ $\frac{12}{35}$ Ⓑ $\frac{22}{35}$

Ⓒ $\frac{2}{35}$ Ⓓ $\frac{2}{7}$

20/7 رُمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ؛ ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر؟

Ⓐ $\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{5}{6}$

Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{3}$

21/7 إذا كان احتمال هطول المطر 30% فإن احتمال عدم هطوله يساوي ..

Ⓐ 20% Ⓑ 30%

Ⓒ 60% Ⓓ 70%

22/7 في دراسة مسحية عشوائية تشمل 100 طالب بمدرسة أفاد 95% منهم أن الجوالات ضرورية لهم؛ إن هامش الخطأ لهذه الدراسة يساوي ..

Ⓐ ± 0.001 Ⓑ ± 0.01

Ⓒ ± 0.1 Ⓓ ± 10

الأحداث المستقلة وغير المستقلة

◄ احتمال وقوع حادثين مستقلتين معًا يساوي حاصل ضرب احتمالي الحادثين ..

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

◄ احتمال وقوع حادثين غير مستقلتين (مثل أن يتم الاختيار دون إرجاع) ..

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

احتمال وقوع A و B معًا، احتمال وقوع A ، احتمال وقوع B بشرط وقوع A

الاحتمال المشروط

◄ لأي حادثين A, B فإن احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A يعطى من العلاقة ..

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

الأحداث المتنافية وغير المتنافية

◄ إذا كانت الحادثتان A, B متنافيتين فإن احتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتماليهما.

◄ إذا كانت الحادثتان A, B غير متنافيتين فإن احتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتماليهما مطروحًا منه احتمال وقوع A و B معًا.

احتمال الحدث المتمم

◄ احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 مطروحًا منه احتمال وقوع الحادثة.

هامش الخطأ

◄ لعينة حجمها n من مجتمع كلي فإن ..

$$\text{هامش الخطأ} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$$

almanahj.com/ae

الإحصاء

- **الدراسة التجريبية:** إجراء تعديل متعمد على الأشخاص أو الحيوانات أو الأشياء قيد الدراسة وملاحظة استجاباتها.
- **الدراسة المسحية:** جمع بيانات أو استفتاء عن الأشياء أو الأفراد دون تعديل فيها.
- **الدراسة بالملاحظة:** ملاحظة الأشياء أو الأفراد دون أي محاولة للتأثير في النتائج.
- **الارتباط:** وجود ظاهرتين كل منهما تؤثر في الأخرى، وهو سهل الملاحظة.
- **العينة:** اختيار عدد محدود من أفراد المجتمع.
- **العينة المتحيزة:** يتم تفضيل بعض أقسام المجتمع على باقي الأقسام.

مقاييس النزعة المركزية

- **الوسط الحسابي:** يُستعمل عندما لا تكون هناك قيم متطرفة.
- **الوسيط:** يُستعمل عندما تكون هناك قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف.
- **المنوال:** يُستعمل في البيانات التي تتكرر فيها قيم عديدة.

23/7 أجريت دراسة مسحية على **625** شخص قالوا إن **47%** من القراءة مفيدة؛ أي عينة من الأشخاص قالوا إنها مفيدة جميعهم؟

Ⓐ بين 43% و 51%
Ⓑ بين 44% و 50%
Ⓒ بين 40% و 50%
Ⓓ بين 45% و 49%

24/7 اختيار **200** طالب وتقسيمهم عشوائياً إلى نصفين مع إخضاع إحدى المجموعتين إلى برنامج تدريبي وعدم إخضاع الأخرى لأي برنامج ..

Ⓐ دراسة تجريبية
Ⓑ دراسة مسحية
Ⓒ دراسة بالملاحظة
Ⓓ ارتباط

25/7 إرسال استبانة إلى جميع أفراد المجتمع لاستطلاع رأيهم عن دعم السلع ..

Ⓐ دراسة تجريبية
Ⓑ دراسة مسحية
Ⓒ دراسة بالملاحظة
Ⓓ ارتباط

26/7 نريد أن نعرف ما إذا كان التدخين لمدة **10** سنين يؤثر في سعة الرئة أم لا ..

Ⓐ دراسة تجريبية
Ⓑ دراسة مسحية
Ⓒ دراسة بالملاحظة
Ⓓ ارتباط

27/7 آراء الأطباء أن الطلاب يكونون أقل نشاطاً بعد تناول الغداء ..

Ⓐ دراسة تجريبية
Ⓑ دراسة مسحية
Ⓒ دراسة بالملاحظة
Ⓓ ارتباط

28/7 أي من مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات في الجدول المجاور؟

25	19	28	26	28	27	26	27
26	22	42	26	29	26	26	25
25	27	40	27	30	27	25	27

Ⓐ الانحراف المعياري
Ⓑ الوسيط
Ⓒ المتوسط
Ⓓ المنوال

29/7 أي من مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات في الجدول المجاور؟

17	18	19	16
15	13	12	11

Ⓐ الوسط
Ⓑ الوسيط
Ⓒ المنوال
Ⓓ الانحراف المعياري

almanahj.com/ae

30 ◄ أي مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات التالية بشكل أفضل ؟ **15, 46, 52, 47, 75, 42, 53, 45**

Ⓐ الوسط Ⓑ الوسيط

Ⓒ التباين Ⓓ المنوال

31 ◄ لمجموعة بيانات عددها **25** إذا كانت قيمة المقدار $\sum_{k=1}^{25}(x_k-\mu)^2$ تساوي **100** فإن الانحراف المعياري للمجتمع يساوي ..

Ⓐ 10 Ⓑ 5

Ⓒ 4 Ⓓ 2

32 ◄ مجموعة بيانات انحرافها المعياري **16** ؛ إن تباينها يساوي ..

Ⓐ 4 Ⓑ 16

Ⓒ 128 Ⓓ 256

33 ◄ احتمال أن يكون الشخص ناجحاً علماً أنه يأخذ حصصاً في تعلم القيادة يساوي ..

	يأخذ حصصاً	أخذ حصصاً
ناجح A	64	48
راسب B	18	32

Ⓐ $\frac{2}{5}$ Ⓑ $\frac{3}{5}$

Ⓒ $\frac{9}{41}$ Ⓓ $\frac{32}{41}$

34 ◄ إذا اشترك عبدالله في سباق **400 m** مع ثلاثة رياضيين آخرين فإن احتمال أن ينهي عبدالله السباق في المركز الأول يساوي ..

Ⓐ 25% Ⓑ 50%

Ⓒ 75% Ⓓ 100%

35 ◄ كسب لاعب **50%** من مبارياته التي لعبها خلال مسيرته الرياضية؛ ما احتمال أن يكسب **3** مباريات من بين **5** مباريات قادمة؟

Ⓐ $\frac{5}{16}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{3}{5}$ Ⓓ 1

36 ◄ في تجربة ذات الحدين؛ إذا كان $n=4, p=35\%$ فإن μ يساوي ..

Ⓐ 1.3 Ⓑ 1.4

Ⓒ 1.5 Ⓓ 1.6

مقاييس التشتت

◄ التباين σ^2 : يقيس مدى تباعد مجموعة البيانات من الوسط أو تقاربها.

◄ الانحراف المعياري σ : الجذر التربيعي الموجب للتباين ..

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$$

الوسط للمجتمع ويُقرأ «ميو»، قيم المجتمع

الجداول التوافقية

	C	D
A	ω	β
B	Δ	$\propto$

إيجاد احتمال أن يكون A علماً أنه C ..

$$P(A/C)=\frac{\omega}{\omega+\Delta}$$

احتمال النجاح والفشل لحادثة ما

احتمال النجاح $P(S)$	احتمال الفشل $P(F)$
$P(S)=\frac{s}{s+f}$	$P(F)=\frac{f}{s+f}$

عدد مرات النجاح، عدد مرات الفشل

احتمال ذات الحدين

◄ احتمال X نجاح من n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين هو ..

$$P(X)={}_nC_x p^x q^{n-x}$$

احتمال النجاح، احتمال الفشل

◄ العلاقة بين p,q ..

$$p+q=1$$

◄ الوسط لتوزيع ذات الحدين: $\mu=np$.

◄ التباين: $\sigma^2=npq$.

◄ الانحراف المعياري: $\sigma=\sqrt{\sigma^2}=\sqrt{npq}$.

almanahj.com/ae

37/7 ◄ توزيع ذات حدين مقدار تباينه 25 ؛ انحرافه المعياري σ يساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 5 Ⓓ 6

38/7 ◄ في حادثة ذات حدين كان عدد المحاولات 20 وكان الوسط 12 ؛ كم ستكون قيمة الانحراف المعياري؟

Ⓐ $\sqrt{4.8}$ Ⓑ 1.2

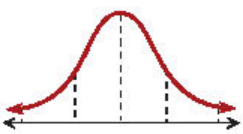
Ⓒ $\sqrt{1.2}$ Ⓓ 4.8

39/7 ◄ في تجربة ذات الحدين؛ إذا كانت $n = 100 , p = 50\%$ فإن تباينه σ^2 يساوي ..

Ⓐ 3 Ⓑ 5

Ⓒ 25 Ⓓ 100

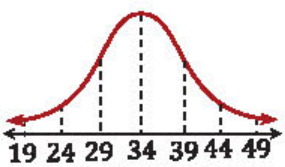
40/7 ◄ من الشكل المجاور؛ المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي ..



Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{3}{4}$ Ⓓ 1

41/7 ◄ من الشكل المجاور؛ إذا كان الوسط لتوزيع طبيعي 34 والانحراف المعياري 5 فإن احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائيًا أقل من 49 يساوي ..



Ⓐ 68% Ⓑ 87%

Ⓒ 99.5% Ⓓ 100%

42/7 ◄ تتوزع مجموعة بيانات توزيعاً طبيعياً؛ فإذا كان الوسط الحسابي لتلك البيانات 12 والانحرافها المعياري 2 فما قيمة $P(10 < x < 16)$ ؟

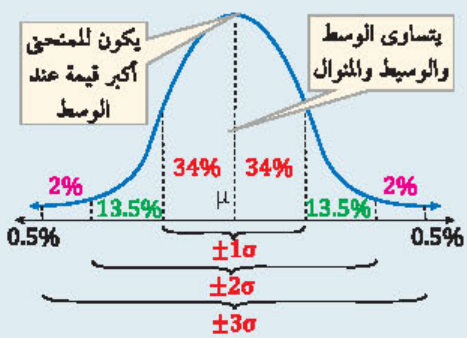
Ⓐ 81.5% Ⓑ 68%

Ⓒ 47.5% Ⓓ 40%

التوزيع الطبيعي

◄ منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس، والمساحة تحت المنحنى تساوي 1 .

◄ التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وانحرافه المعياري σ له الخصائص التالية:



almanahj.com/ae

▼ الأجوبة النهائية

(1) الجبر: القسم الأول

19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
D	C	A	B	D	C	B	C	D	D	A	B	A	B	D	C	D	D	D
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
D	A	C	B	C	D	B	B	B	B	B	D	D	B	A	B	D	A	B
57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39
B	C	B	A	B	C	A	C	B	A	A	B	D	C	D	C	B	D	C
76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58
B	C	D	A	B	B	A	D	C	D	C	A	D	D	D	B	D	A	A
95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77
A	C	B	C	C	D	B	B	C	A	D	C	D	A	D	A	B	D	A
					109	108	107	106	105	104	103	102	101	100	99	98	97	96
					B	B	C	B	A	A	A	B	C	C	C	C	B	A

(2) الجبر: القسم الثاني

21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
B	B	B	D	C	B	B	A	D	C	D	B	B	B	B	B	A	B	D	C	A
42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22
A	D	A	B	C	A	B	C	B	B	C	B	C	C	B	A	A	B	A	C	A
63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43
C	C	B	B	D	C	A	C	B	D	A	B	B	C	B	C	C	D	C	B	A
84	83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64
D	A	C	A	D	C	C	D	A	D	D	A	C	B	D	D	A	A	A	D	C
105	104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85
A	A	A	A	A	A	B	D	D	C	C	C	D	A	C	B	C	D	B	A	A

(3) الهندسة المستوية

19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
B	B	A	A	D	B	B	C	B	B	A	B	C	A	D	C	A	C	A
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
C	D	B	D	B	C	C	B	B	C	A	C	B	C	B	B	B	A	D
57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39
C	C	B	C	C	D	C	C	B	B	D	B	C	D	A	C	C	C	B
76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58
A	D	B	B	B	C	B	A	C	D	A	D	A	C	B	D	D	A	D
95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77
C	A	D	C	A	A	B	C	A	C	B	C	A	A	C	A	B	C	A

almanahj.com/ae

(4) الهندسة التحليلية

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
B	C	B	D	D	A	A	C	D	D	B	A	C	D	C	D	C	C	C	B
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
C	A	A	C	B	B	D	A	B	C	A	A	B	C	D	B	C	D	C	B
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41
A	A	B	A	C	C	A	C	A	C	D	B	A	A	B	D	A	A	D	C
80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
B	A	B	B	C	C	B	D	B	C	A	C	D	C	B	D	C	A	A	B
				96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81
				C	D	C	C	A	C	C	D	A	C	B	A	C	B	A	C

(5) النهايات والاشتقاق والتكامل

18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
C	B	C	D	A	C	D	B	D	D	D	D	C	D	D	A	D	B
36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19
D	B	D	D	C	D	A	C	B	C	D	A	A	D	C	C	C	D
54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37
B	B	C	C	A	C	B	C	A	A	C	B	C	D	D	C	D	D

(6) حساب المثلثات

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
D	C	D	C	B	D	D	D	B	C	A	C	B	C	C	B	A	C	B	A
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
A	B	C	D	B	B	A	C	C	C	A	D	C	B	A	B	B	B	C	C

(7) الاحتمالات والإحصاء

21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01
D	D	B	D	D	C	A	A	A	A	D	D	D	B	C	D	B	D	A	D	C
42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22
A	C	D	C	A	C	B	A	A	B	D	D	B	A	D	D	C	B	A	A	C

almanahj.com/ae